

29
S

SIA

كتاب كشف النقاب • عن علم الحساب
ترجمه من الفرنسية • الى اللغة
العربية • محمد ائدى الشيبى
عقرا له ذنوبه وسير
في النارين

مؤيد
أمين

٢

١٢٥١
١٢٥١

(فهرسة كتاب كشف النقاب عن علم الحساب)

صفحة

٢

خطبة الكتاب

الباب الاول في التعاريف الاولى والعذوحيات الحساب الاربعة

الاصلية (وهي الجمع والطرح والضرب والقسمة) وفيه ثلاثة فصول ٤

الفصل الاول في التعاريف الاولى ٤

الفصل الثاني في العذو ٤

بيان اسماء الاعداد والعذو الهوائ اعني المنظي ٤

بيان وضع الاعداد بالارقام اعني العذو الغباري او الوضعي ٧

الفصل الثالث في قواعد الحساب الاصلية ٩

بيان الجمع ٩

ميزان الجمع ١٢

بيان الطرح ١٢

ميزان الطرح ١٦

بيان الضرب ١٧

ميزان الضرب ٢٥

بيان القسمة ٢٧

ميزان القسمة ٤٢

الباب الثاني في الخواص المتعلقة بقوام الاعداد ومكرراتها والقاسم

الاعظم المشترك والاعداد الاولى والبحث عن قوام اي عدد كان ٤٥

الفصل الاول في خواص قوام اي عدد ومكرراته ٤٥

الفصل الثاني في بيان باقي قسمة اي عدد على قاسم من هذه القواسم

وهي ٢ و ٣ و ٥ و ٩ و ١١ وفي البحث عن معرفة كون العدد

يقبل القسمة على احد القواسم المذكورة ولا يقبلها وفي الميزان

بعدد ٩ و ١١ ٤٨

مقدمة

	الفصل الثالث في الاعداد الاولى والقاسم الاعظم المشترك وخواص القواسم الاولى والبحث عن قواسم الاعداد وعن خواص تلك القواسم
٥٩	الباب الثالث في الكسور الاعتيادية والكسور الاعشارية
٨٠	الفصل الاول في الكسور الاعتيادية
٨٠	الفصل الثاني في الكسور الاعشارية
٩١	امثلة الجمع
٩٤	امثلة الطرح
٩٤	تحويل الكسور الاعتيادية الى كسور اعشارية
٩٧	الباب الرابع في الاعداد المميزة والاقبسة الجديدة والقديمة بفرائسها وفيه فصلان
١١٤	الفصل الاول في اسماء الاقبسة القديمة المصطلح عليها وفي عملياتها
١١٤	عمليات الاعداد المميزة
١١٨	طريقة الاجزاء المتداخلة
١٢٧	الفصل الثاني في الاقبسة الجديدة
١٣٤	اقبسة الخطوط اى الاطوال
١٣٤	اقبسة السطوح
١٣٥	اقبسة الحجم والسعة
١٣٦	الموازن
١٣٦	النقود والمعاملات
١٣٧	هدية الاقبسة الجديدة وعملياتها
١٣٨	امثلة الجمع
١٣٩	امثلة الطرح
١٤٠	المقابلة بين الاعداد المختلفة من الاقبسة القديمة والجديدة
١٤٠	اقبسة الخطوط اى الاطوال وفيه اربع صور

صفحة

١٤٣	السطوح والمحجومات والساعات
١٤٤	الموازين
١٤٥	نقود المعاملات
١٤٦	تحويل الأقيسة القديمة إلى الأقيسة الجديدة ومكسسه
١٥٧	الباب الخامس في مسائل علم الحساب
١٦٥	قاعدة الشركة
١٦٨	بيان المسائل المتعلقة بالقوائد البسيطة والمركبة
١٦٩	مسائل تتعلق بالأرباح البسيطة
١٧٣	قاعدة الخطيطة أي القوط
١٧٨	مسائل تتعلق بالأرباح المركبة
١٨٤	مسائل تتعلق بخلط المواضع
١٨٧	خلط المعادن
	الباب السادس في بيان المربعات وجذورها المكعبات وجذورها
١٩٤	والقوة وجذورها (وفيها ثلاثة فصول)
١٩٤	الفصل الأول في بيان المربعات وجذورها
١٩٤	بيان استخراج جذر مربع الأعداد الصحيحة
	بيان ترييع الكسور الاعتيادية والأعداد الاعشارية واستخراج
٢٠٣	جذورها
٢٠٩	الفصل الثاني في بيان المكعبات وجذورها
٢١٠	بيان جذر مكعب الأعداد الصحيحة
	بيان تكعيب الكسور الاعتيادية والأعداد الاعشارية
٢١٨	واستخراج جذورها
٢٢٢	الفصل الثالث في بيان القوى وجذورها
	الباب السابع في بيان النسبة والمناسبة والمتواليات وفيها أربعة
٢٢٩	مصول
٢٢٦	الفصل الأول في بيان النسبة العددية والهندسية

الفصل الثاني في بيان المناسبة العددية والهندسية

بيان المناسبة العددية

بيان المناسبة الهندسية

الفصل الثالث في تطبيق مبحث التناسبات على حل مسائل

علم الحساب

القاعدة الثلاثية البسيطة

القاعدة الثلاثية المركبة

قاعدة الشركة

مسائل تتعلق بالقوائد البسيطة والمركبة

مسائل تتعلق بالارباح البسيطة

قاعدة الخطيطة

مسائل تتعلق بالارباح المركبة

الفصل الرابع في الكلام على المتواليات

بيان المتواليات العددية اى التفاضلية

بيان المتواليات الهندسية اى القسمية

الباب الثامن في اللوغاريتم وفيه اصول

الفصل الاول في بيان اللوغاريتم من حيث هو اى لا يقيد بطريقة

مخصوصة

الفصل الثاني في بيان اللوغاريتمات على الطريقة التى يكون

اساسها ١٠

الفصل الثالث في بيان عمليات الحساب الاربعة الاصلية الخاصة

بالاعداد الموجبة والسالبة

الفصل الرابع في بيان اللوغاريتمات السالبة

الفصل الخامس في بيان كيفية وضع جدول اللوغاريتمات واستعماله

الفصل السادس في المقامات الحسابية

	الفصل السابع في استعمال اللوغاريتمات لاجل اختصار العمليات
٣٠٩	المتعلقة بالارياح المركبة
٣١٦	الباب التاسع في ذكر مسائل تمرن بها الطالب
٣١٧	حصص تناسية
٣٢٣	الارياح البسيطة
٣٢٤	الارياح المركبة
٣٢٨	منزج الموائع
٣٣٥	خلط المعادن
٣٤٤	مسائل مختلفة
٣٥٩	مسائل تحمل بعدة اوجه
٣٦٢	رؤس مسائل يراد حلها
٣٦٦	قياسات
٣٦٦	الضرب
٣٦٦	التقسيم
٣٦٨	الاقبسة القديمة
٣٦٨	اقبسة السطح
٣٦٩	اقبسة الحجم او الجسم
٣٧٠	اقبسة السعة المتعلقة بالموائع والجو
٣٧١	الاقبسة الجديدة
٣٧١	اقبسة السطح
٣٧٣	اقبسة الحجم او الجسم
	بيان النسب والعلاقات بين اقبسة السطح والحجم والسعة قديمة كانت
٣٧٤	او جديدة
٣٧٤	اقبسة السطح وفيها خمس مواد

أقيسة الحجم والسعة

مسائل تتعلق بالاقيسة القديمة والجديدة

تنبيه يتعلق بالمسألة السابعة من الباب التاسع

تنبيه يتعلق بالطرق المختلفة المستعملة في العديّة

الطريقة الاثناعشرية

امثلة الجمع

امثلة الطرح

امثلة الضرب

مثال القسمة

جدول يتضمن مقابلة المقاييس الاجنبية بالمقاييس والمعايير

الفرنساوية

جداول تحويل المقاييس والمعايير القديمة الى المقاييس والمعايير

الجديدة

الجدول الاول في تحويل اقيسة الطول القديمة الى اقيسة جديدة

وبالعكس

الجدول الثاني في تحويل الاقيسة القديمة المربعة الى الاقيسة

الجديدة وبالعكس

الجدول الثالث في تحويل الاقيسة المكعبة القديمة الى اقيسة

جديدة وبالعكس

الجدول الرابع في تحويل اقيسة السعة القديمة الى اقيسة جديدة

وبالعكس

الجدول الخامس في تحويل الموازين القديمة الى موازين جديدة

وبالعكس

الجدول السادس في تحويل النقود القديمة الى نقود جديدة وبالعكس

هذا كتاب كشف النقاب * عن علم الحساب *
ترجمه من الفرنسية * الى اللغة
العربية * محمد بن عبد الله الشامي
عقر الله ذنوبه وستر
في الدارين
عونه
آمين

وهذه هي الطبعة الثالثة باهر سعادته مدير المدارس والاشغال محضرة على باشا
مبارك وتنقيح معلم علم الاستاذ والديناميك والايدروايك بمدرسة
المهندسخانة الخديوية محضرة على انفسى عزت وتنقيح شيخ التعحيح بدار
الطباعة ابراهيم عبد الغفار الدسوقي

طبع بالمطبعة الكبرى ببولاق سنة ١٢٨٨ هجرية على صاحبها افضل الصلاة
وازكى التحية

٣٥٥٩ م

داخلة منبر

ب ٣

فن منبر

شاع

بسم الله الرحمن الرحيم

حمد نعمائك التي تجل من العبد * وشكر آلائك التي لا تقف عند حد * خير
 ما افتتح به كل مقال * وآثارك الدالة على وحدتك * وآياتك الشاهدة بأحديتك
 * اجلي برهان على تنزهك عن الكم في الذات والصفات والافعال * فسبحانك
 لا يقدر قدرك * ولا يحصى برّك وخيرك * قسمت النوال على احسن منوال *
 ضربت علينا سرادقات الاكرام * وبسطت لنا مقام الانعام * يا برازسرك
 الجامع لكل الصفات وصفات الكمال * أس آثارك الانعم * وقاسم عطائك
 الاعظم * نبيك الكريم المفضل * الذي قام بإرشاد العباد * ودعوى عشرات
 الخلقين بالاحسان * مبادر الاوامر بالامتثال * فصل عليه افضل صلواتك *
 وسلم عليه ازكى تسليماتك * وألحق به في ذلك سائر الاصحاب والآل * ثم الدعاء
 بالتأييد والنصر * ودوام العز والفخر * لمن اكسب بالعدل حبل المهابة
 والاجلال * عزيز مصرنا * وغزة جبهة عصرنا * من اضمحى به دوح الأمن
 وارف الظلال * محمد الاسم على الهمة * حليف الحزم ولي النعمة *

من شهدت بفخاره المسالك والاقبال • لازالت ديارنا بوجوده باسمه البشير •
 وبهمنته راقية مراقى الفلاح مدى الدهر • ولا برح ملحوظا بعين العناية
 والسعادة والاقبال • اما بعد فيقول المفتقر الى رحمة ربه الخالق • محمد بن شيمي
 ابن عبد الرزق • احسن الله له الحال والمآل • هذا كتاب في علم الحساب •
 تحل به المعضلات الصعاب • نافع للمبتدين وغيرهم من فحول الرجال • ترسيخ
 من الفهم مساويه • وتطمين في سلك المواقف العريضة • مختصا بصورة العزيم
 في هذا المجال • بامر من ديوان المدارس • التي هي في ديارنا من اعظم المغاير محمد
 حيث انتعشت به المعارف بعد الاضمحلال • كيف لا وقد ائتمنت فيها بحكم
 العلوم بعد الذبول • وبرزت فيها شمس المعارف بعد الافول • واقتضت ضرورتها
 تأليف القنون والاشكال • بانقاس حضرة مدتها • القائم بتتظيمها وتدبيرها
 شيخنا ذو الميراث الوارث ابراهيم ادهم • حيد الشيم جيل الخلخال • لازالت شمس
 المدارس بهمنته ساطعه • وجامع القنون على اعتصان دوحها ما جمعه • داعية
 بالبقاء لولي النعم وحضرات الانجال • فكان تعويلى في حل مشكلاته •
 واعتمادى في فك معضلاته • على من حاز فضيلة السبق على الاقران والامثال •
 حضرة العلامة رفاعة افندى • حفظه مولاه المعبد المبدى • حتى انتهى
 بانقاسه على احسن حال • وكان تحرير ما طلائع حياته • وبيان رموز رياضاته •
 بمعرفة حضرة محمد افندى بيوى لكونه في هذا الفن بعيد المثال • بفناء
 بحمد الله كتابا معتبرا في باب • عظيم النفع لطلابه • جريا بالظهور في ايام
 الخلد بوى العديعة المثال • وسميته كشف النقاب • عن علم الحساب • واجبا
 من الله بلوغ الآمال • وقد حان الشروع في التعريب • وسأول طريق
 التسهيل والتقريب • فأقول طالبا من الله الاعانة في جميع الاحوال •
 قال صاحب الاصل وهو البارون رينو

• (الفصل الاول) •

في التعاريف الاولى والعدد وعمليات الحساب الاربعة الاصلية
(وهي الجمع والطرح والضرب والقسمة) وفيه ثلاثة فصول

• (الفصل الاول) •

• (في التعاريف الاولى) •

(١) الحساب فرع من العلوم الرياضية يبحث فيه عن معرفة اجراء العمليات
المتعلقة على الاعداد • والعدد هو الكمية المؤلفة من عدة وحدات والوحدة
كمية مصطلح عليها تؤخذ مقياسا لعدة كميات اخرى متعددة الجنس • والكم
كل ما يقبل الزيادة والنقصان

والعدد الصحيح ما ألف من عدة وحدات متعددة المقدار وهو قسمان بسيط ومركب
فالبيسط ما لم يذكر مميزه عند النطق به بأن لم يصرح بجنس آحاده
(كخمسة مثلا) والمميز ما ذكر مميزه عند النطق به بأن صرح بجنس آحاده
(كخمسة اوطال) مثلا

• (الفصل الثاني) •

• (في العدد) •

(٢) العدد كيفية تأليف الاعداد والنطق بها ورسمها بأشكال
مخصوصة

• (بيان اسماء الاعداد والعدا هو امي اعني اللفظي) •

(٣) اذا أريد تأليف الاعداد يبدأ من الوحدة او من الواحد فاذا أضيف
الى نفسه حدث عدد يسمى اثنين وبإضافته الى هذا العدد الحادث يحدث
عدد آخر يسمى ثلاثة وهكذا كلما أضيف الواحد الى عدد حدث من الاضافة
عدة اعداد تسمى اربعة وخمسة وستة وسبعة وثمانية وتسعة وتسمى هذه
الاعداد بالآحاد البسيطة الاصلية

واذا أضفت الواحد الى التسعة يحصل عدد آخر يسمى عشرة وبإضافة الواحد
الى هذا العدد الاخير يحصل عدد جديد لا مانع من تسميته باسم يخصه

كالاعداد السابقة لكن لاجل اجتناب التطويل في التسمية باختراع كلمات
كثيرة اصطلاحوا على أن يعتبروا العشرة نوعا جديدا من الاعداد فيعذبها كما يعذب
بالاعداد البسيطة فيبتدأ من العشرة الى تسع عشرات
واذا اريد النطق بعشرين وثلاث عشرات واربع عشرات وخمس عشرات
وست عشرات وسبع عشرات وثمانى عشرات وتسع عشرات يقال عشرون
ثلاثون اربعون خمسون ستون سبعون ثمانون تسعون (وتسمى هذه الاعداد
بالعشرات)

وبإضافة اسماء التسعة البسيطة الى كل اسم من اسماء العشرات وهى العشرة
والعشرون الى التسعين يتألف اسماء اعداد أعلى من عشرة لا تزيد على أكثر
من تسع عشرات وتسعة آحاد فيقال مثلاً احد عشر اثنا عشر وهكذا الى تسعة
عشر واحد وعشرون واثنان وعشرون الى تسعة وعشرين وهكذا الى تسعة
وتسعين

وحيث انه يتألف من اضافة الواحد الى تسعة آحاد عدد يسمى عشرة ب سهل
بالقياس على ذلك مع الالتفات الى الاصطلاح المتقدم يحصل اسماء جميع
الاعداد الصحيحة المتتابعة من عشرين الى تسعة وتسعين لانهما كان عدد تسعة
عشر مؤلفاً من عشرة واحدة وتسعة آحاد كان يحصل بإضافة الواحد الى هذا
العدد عدد جديد مؤلف من عشرين اعنى عشرين ويحصل ايضا بإضافة
الواحد الى تسعة وعشرين المؤلف من عشرين وتسعة آحاد ثلاث عشرات
اعنى ثلاثين وهلم جرا

ولما كان عدد تسعة وتسعين مؤلفاً من تسع عشرات وتسعة آحاد كان
يحصل بإضافة الواحد اليه عدد جديد مؤلف من عشر عشرات يسمى مائة
وواحد مائة من الوحدة الاصلية فيعد من المائة الى تسع مائة
وبإضافة اعداد تسعة وتسعين الاقل (اي من واحد الى تسعة وتسعين) الى
مائة ومائتين وهكذا الى تسعمائة يحصل اسماء جميع الاعداد من مائة وواحد
الى تسعمائة وتسعة وتسعين

مثلا هيئ تسعمائة وتسعة وتسعين يحتمل على تسع مآت وتسع
عشرات وتسعة آحاد فإذا أضيف إليه الواحد تحصل عدد تسعمائة وتسعة
عشر مآت لان تسع عشرات زائدة تسعة آحاد زائدة واحد ايتا لهما عشر
عشرات اي مائة

وبإضافة الواحد الى عدد تسعمائة وتسعة وتسعين يحصل عشر مآت لان عدد
تسعة وتسعين زائد واحد يساوي عشر عشرات اي مائة وباجتماع عشر مآت
يحصل ايضا وحدة جديدة تسمى ألفا فيعدها من الالف الى تسعة آلاف وبإضافة
اعداد تسعمائة وتسعة وتسعين الاول (اي من الواحد الى تسعمائة وتسعة
وتسعين) الى الالف والالف وهكذا الى تسعة آلاف يحصل عدد تسعة
الاف وتسعمائة وتسعة وتسعين وبإضافة الواحد الى هذا العدد الاخير
يحصل عشرة آلاف لان تسعمائة وتسعة وتسعين زائدة واحد يساوي عشر
مآت اي الفا

وقد علم مما ذكرناه أنه باجتماع عشرة آحاد من اي مرتبة كانت يحصل نوع جديد
من الوحدة يسمى باسم مختصر وبالقياس على ذلك يحصل من عشرة آحاد من
الالف نوع جديد من الوحدة يسمى باسم يخصه لكن لقصد الاختصار في التسمية
اصطلحو على اعتبار الالف واحدا جديدا أصليا فيعتبا آحاد الالف وعشراته
وما ته كما يعتبا آحاد الاعداد البسيطة وعشراتها وما تهما ويتوصل بهذه
الطريقة الى عدد تسعمائة وتسعة وتسعين الفا وتسعمائة وتسعة وتسعين
فبإضافة الواحد الى هذا العدد الاخير يحصل الف آحاد الف لان عدد تسعمائة
وتسعة وتسعين زائد واحد يحصل منه الف وعدد تسعمائة وتسعة وتسعين
الفا زائد الف يحصل منه الف وباجتماع الف آحاد الف يحصل واحد
جديد أصلي يسمى مليونا فيعتبا آحاد المليون وعشراته وما ته من المليون الى
الف مليون ومنها يحصل واحد جديد يسمى بليوناً ويحصل من الف بليون
واحد آخر يسمى ترليوناً وهكذا

ومقتضى ما ذكر في طريقة العدد الهوائي أن اسم اي عدد من هذه الاعداد

لا يتحقق الا باضافة عدد تسعمائة وتسعة وتسعين الاولي الى ألف او مليون
او بليون وهكذا بشرط أن لا يكون متطوق كل عددها دال على اكثر من تسعة
آحاد وتسع عشرات وتسع مائات من كل نوع

ومن ثم سميت الوحدة الاصلية التي يتوصل بها الى تأليف جميع الاعداد بالوحدة
اليسيرة او وحدة المرتبة الاولى وسميت العشرات باحاد المرتبة الثانية
والمائات باحاد المرتبة الثالثة والالوف باحاد المرتبة الرابعة وعشرات الالوف
باحاد المرتبة الخامسة وهكذا

ثم ان الوحدات الاولية او وحدات المرتبة الاولى والالوف او وحدات المرتبة
الرابعة والملايين او وحدات المرتبة السابعة الخ تسمى وحدات المراتب الثلاثة
لانها تتابع ثلاثة ثلاثة

(بيان وضع الاعداد بالارقام اعجز العبد الغبارى او الوضحي)

(٤) حيث انهم سلكوا في طريقة الخلق الهواى من تلك الاجزاء باسما لا يحتمل
على وضع كلمات قليلة دالة على جميع الاعداد انساب أن يسلكوا هذا المسلك
ايضا في وضع الاعداد بالطريقة الغبارية طلبا للسرعة في اجراء العمليات
فوضعوا لها اشكالا تسمى بالارقام فكما أنهم استعملوا الاجل النطق بالاعداد
الاصلية تسع كلمات مختصرة اخترعوا ايضا لاجل الدلالة عليها تسعة ارقام
وحديث انه يحدث من اجتماع هذه الاسماء التسعة مع آحاد المراتب المختلفة اسماء
جميع الاعداد اصطلموا هناء على أن الارقام الموضوعه بجانب بعضها تدل بالنظر
لذاتها على عدد وحدات كل نوع وبالنظر لوضعها على مرتبة تلك الوحدات وعالك
بيان الارقام التسعة المذكورة

٩ ٨ ٧ ٦ ٥ ٤ ٣ ٢ ١

وهي عبارة عن اعداد

١ ٢ ٣ ٤ ٥ ٦ ٧ ٨ ٩

فاذا أردت كتابة اى عدد من الاعداد فانك تضع الارقام الدالة على مقداره

آحاد كل مرتبة بجانب بعضها بحيث يكون رقم الآحاد البسيطة أو آحاد
المرتبة الأولى في الخانة الأولى من الجهة اليمنى ورقم العشرات أو آحاد المرتبة
الثانية في الخانة الثانية على يسار الخانة الأولى ورقم المئات أو آحاد المرتبة الثالثة
في الخانة الثالثة على يسار الثانية وهكذا

وبموجب هذا الاصطلاح تكتب عدد تسعة آلاف وخمسمائة وسبعة وستين
هكذا ٩٥٦٧

فإن كان ذلك العدد لا يحتوي على آحاد جميع المراتب التي تكون دون
مرتبة الآحاد العليا فإنك تضطر إلى وضع ٠ ويعبر عن هذه النقطة بصفر وهو
لا قيمة له في نفسه وإنما فائدة وضعه حفظ خاتمة ما لم يوضع من الأرقام المعنوية
التي هي

١ و ٢ و ٣ و ٤ و ٥ و ٦ و ٧ و ٨ و ٩
فعلى ذلك إذا أردت وضع عدد تسعمائة وسبعة المواقف من تسع مائات وسبعة
آحاد دون عشرات فإنك تضعه على هذه الكيفية ٩٠٧

(٥) وبالجمله فبني أردت كتابة أي عدد وافي لزمن أن تضع الأرقام الدالة على
عدة المراتب التي يحتوي عليها العدد المذكور من مائات كل مرتبة ثلاثية
وعشراتهما وآحادها متتالية بعضها بجانب بعض (بالابتداء من الجهة اليسرى)
وتضع أصفاراً في محل الآحاد والعشرات والمائات التي تكون معدومة
من العدد المتروض

فعلى ذلك إذا أردت كتابة عدد تسعمائة وسبعة ملايين وخمسمائة وثلاثة وضعته
هكذا ٩٠٧٠٠٠٥٠٣

(٦) لأجل قراءة أي عدد من الأعداد الغبارية يلزم أن تقسم ذلك العدد
إلى فصول كل فصل منها يحتوي على ثلاثة أرقام مبتدئاً في التقسيم من اليمين إلى
اليسار وقد يكون الفصل الأخير من الجهة اليسرى لا يحتوي على رقم
أورقين فقط ثم يتبدى من اليسار بقراءة كل فصل على حده وتذكر في الآخر
اسم آحاده

فعلى ذلك اذا أردت قراءة عدد ٩٠٧٠٠٠٥٠٣ نطق به على هذا الوجه وهو تسعمائة وسبعة ملايين وخمسمائة وثلاثة آحاد وهذه الطريقة التي ذكرناها في العد تسمى بالطريقة العشرية لان المستعمل فيها عشرة ارقام ولذا قيل ان اسمها عشرة

(٧) يؤخذ من الاصطلاح الذي جرى عليه العمل في العد الغباري أنه اذا وضع على يمين اى عدد صفرا وصفرا ان او ثلاثة اصفار الخ كبر ذلك العدد عما كان عليه عشر مرات او مائة مرة او الف مرة الخ واما في صورة العكس وهي ما اذا وضع من يمينه صفرا وصفرا ان او ثلاثة اصفار الخ فانه يصغر عما كان عليه عشر مرات او مائة مرة او الف مرة الخ

مثلا اذا وضعت صفرين على يمين عدد ٢٤٨ صار كبرما كان عليه ١٠٠ مرة وذلك لانك تری في ٢٤٨٠٠ الناتج عن وضع الصفرين كل رقم من ارقام ٢ و ٤ و ٨ قد دل على آحادا كبر من الاتحاد الاصلية مائة مرة

• (الفصل الثالث) •

• (في قواعد الحساب الاصلية) •

• (بيان الجمع) •

(٨) الجمع ضم عددا الى غيره ليحصل عدد آخر يسمى بالخاص

فاذا أردت أن تجمع ٣ و ٥ تقول ٥ و ١ يحصل ٦ و ٦ فاذا أردت أن تجمع ٣ و ٥ تقول ٥ و ١ يحصل ٦ و ٦ و ١ يحصل ٧ و ٧ و ١ يحصل ٨ فيكون ٨ الخاص من اضافة ٣ الى ٥ هو مجموع عددي ٥ و ٣ وهذه الطريقة يمكن تحصيل مجموع عدة اعداد اياتا كانت بأن يضاف الى احدها على التوالي جميع الاتحاد الموافقة منها الاعداد الاخرى لكن حيث ان هذه العملية تطول اذا كانت الاعداد كبيرة لزم تحصيل المجموع الكلي بواسطة مجموعات جزئية مختصرة وذلك بان نجمع الاحاد والعشرات والمئات الخ الموافقة منها جميع الاعداد

المطلوب جمعها كل منها على حدته وتضع لاجل ذلك الاعداد المفروضة على وجه بحيث تكون آحادها التي من منزلة واحدة موضوعة تحت بعضها على هيئة عمود رأسي

ولنمثل لذلك بمثالين الاول أن يكون المطلوب جمع عددي ٤٢ و ٣٦ فعوضا عن أن نضيف الواحد ٣٦ مرة الى ٤٢ تضع الاعداد هكذا

$$\begin{array}{r} 42 \\ 36 \\ \hline 78 \end{array}$$

ثم تقول ٢ آحاد + ٦ آحاد يحصل ٨ آحاد فتضعها تحت صنف الآحاد ثم تقول ٤ عشرات + ٣ عشرات يحصل ٧ عشرات فتضعها تحت صنف العشرات فعلى ذلك يكون ٧٨ هو مجموع العددين المطلوب

وفي كل جمع جزئي يستغنى عن اجراء العملية عن التصريح باسم جنس الاحاد التي يجري فيها العمل فلذا يقال ٢ و ٦ يحصل ٨ و ٤ و ٣ يحصل ٧

المثال الثاني أن يكون المطلوب تحصيل مجموع اعداد ٨٤٧٩ و ٥٨ و ٧٩٣ و ١٥٤٠ فتضع الاعداد هكذا

$$\begin{array}{r} 8479 \\ 0058 \\ 0793 \\ 1040 \\ \hline 10870 \end{array}$$

ثم تقول ٩ و ٨ يحصل ١٧ و ٣ يحصل ٢٠ فتضع صفرا في منزلة الآحاد وتحفظ ٢ عشرات لتضيفها الى عشرات الاعداد المفروضة ثم تقول معنا ٢ و ٧ يحصل ٩ و ٥ يحصل ١٤

و ٩ يحصل ٢٣ و ٤ يحصل ٢٧ وحيث ان ٢٧ تعادل
 ٧ عشرات + ٢ مآت تضيق ٧ في منزلة العشرات وتحفظ ٢
 مآت تضيقها الى مآت الاعداد المقروضة ثم تقول معنا ٢ و ٤ يحصل
 ٦ و ٧ يحصل ١٣ و ٥ يحصل ١٨ وحيث ان ١٨
 تعادل ٨ مآت + ١ الوف تضيق ٨ في منزلة المآت وتحفظ
 الواحد لتضيفه الى ما بعده ثم تقول معنا ١ و ٨ يحصل ٩ و ١
 تكون الجملة ١٠ وحيث ان في عشرة الآلاف المذكورة واحدا
 من عشرات الآلاف تضع صفرا ليجل محل آحاد الآلاف ثم تضع ١ في منزلة
 عشرات الآلاف فيكون ١٠٨٧٠ هو المجموع المطلوب

(٩) وبالملة اذا أردت أن تجمع عدة اعداد تضعها تحت بعضها بحيث تكون
 الآحاد المجهدة المتصلة موضوعة على هيئة عمود رأسي بمعنى أن الآحاد تكون
 تحت الآحاد والعشرات تحت العشرات وهكذا ثم ترسم خطا تحت الاعداد
 المذكورة لفصلها من الحاصل الذي تضعه تحته ثم تبسدي الجمع من عمود
 الآحاد فان لم يتجاوز مجموعها ٩ وضعت النتيجة تحت العمود المذكور
 وان جاوزها لا تضع تحته غير آحاده ثم تحفظ العشرات لتضيفها الى عمود
 العشرات وتجري العملية على هذا العمود كما ابريتنا على عمود الآحاد ونستقر
 على هذا المتوال حتى نصل الى العمود الاخير فتضع تحته جملة بتمامها
 تنبيهان الاول يكفي في تحصيل المجموعات الجزئية أن تضيف كل عدد ذي رقم
 واحد الى اي عدد كان

الثاني يتبادر دائما في الجمع من الجهة اليمنى لانه بهذه الطريقة يحصل من جمع
 كل عمود رقم من المجموع المطلوب

ولا يتلنى ذلك دائما لانه لا يتبادر من الجهة اليسرى لانه في صورة ما اذا تحصل
 من جمع احد الاعداد اكثر من ٩ آحاد يلزم وضع الآحاد واطافة العشرات
 انزائا الى الرقم الموضوع تحت العمود الذي قبله وهذا لا يتلنى الا اذا تغير الرقم
 المذكور

* (الميزان) *

(١٠) الميزان عملية يختبر بها صحيح العمليات من قاسدها
ويكنى في ميزان عملية الجمع أن تعيد العمل على عكس عملية الجمع المعتادة
وهالك مثلا يوضح ذلك وهو

٠٩٢٧

٠٠٤٣

٥٦١٨

٦٥٨٨

فإذا فرضنا أنه تحصل ٦٥٨٨ من جمع تلك الأعمدة القائمة من أعلى إلى
أسفل وأردنا أن نتخبر هذا الحاصل هل هو صحيح أو قاسد فاثنا نعيد العملية على
عكس العملية الأولى بأن نجمع كل عدد قائم من أسفل إلى أعلى فنقول ٨
و ٣ يحصل ١١ و ٧ يحصل ١٨ فنضع ٨ ونحفظ ١ ونقول
منا ١ و ١ يحصل ٢ و ٤ يحصل ٦ و ٢ يحصل ٨
فتضعها بتمامها ثم نقول ٦ و ٩ يحصل ١٥ فنضع ٥ ونحفظ ١
ثم نقول ١ و ٥ يحصل ٦ فتضعها بتمامها فنجد الحاصل من العملية
الثانية عين الحاصل من العملية الأولى فلا يكون حينئذ في العملية غلط
وبالجملة فالغرض من الميزان تحقيق صحة حاصل الجمع بعملية مغايرة للعملية التي
اتخذت ذلك الحاصل ومع ذلك فقد يقع الغلط في العمليات الجديدة التي أعيدت
لتحقيق العمليات الأولى وربما كان الغلط فيهما واحدا وليس الغرض من
ميزان العملية إزالة الشك

* (بيان الطرح) *

(١١) الغرض من الطرح استخراج عدد من عددين علم مجموعهما واحدهما
ويسمى العدد المطلوب استخراجا بقيا أو فرقا أو فاضلا
ثم إن استخراج الباقي له طريقان أحدهما أن تطرح من العدد الأكبر جميع
أحاد الأصغر على التوالي والثانية أن تبحث عن العدد الذي إذا أضيف إلى العدد

الا صغر يحصل من مجموعهما العدد الا كبر
مثلا اذا اردت استخراج الباقي من عددي ٥ و ٣ فاطرح ٣ احد
من خمسة بأن تقول ١ مطروح من ٥ يبقى ٤ و ١ مطروح
من ٤ يبقى ٣ و ١ مطروح من ٣ يبقى ٢ فيكون ٢ حيث انه
باقي الطرح المطلوب

ولك ان تستخرج به هذه الطريقة فتقول ٣ و ١ يحصل ٤ و ٤
و ١ يحصل ٥ فلزم حيث ان اضافة ٢ احاد الى ٣ حتى يحصل ٥ فاذن
يكون ٢ هو الباقي المطلوب

ولما كانت هاتان الطريقتان تؤديان الى التطويل في العمل اذا كان المطروح
كبيرا او كان الباقي المطلوب استخراجا كثيرا فادب اختصار العملية بطرح
الاتحاد المتعددة المتزلة من بعضها على التدريج وذلك بأن تضع العدد الاصغر
تحت الاكبر بحيث تكون الاتحاد المتعددة المتزلة متقابلة (يعني أن الاتحاد
تكون تحت الاتحاد والعشرات تحت العشرات وهكذا الخ)

مثلا اذا كان المطلوب طرح ٤٢ من ٧٨ فانك تضع الارقام هكذا

$$\begin{array}{r} 78 \\ 42 \\ \hline 36 \end{array}$$

ثم تقول ٢ اتحاد مطروحة من ٨ احاديقي ٦ اتحاد فتضع ٦
تحت عمود الاتحاد ثم تقول ٤ عشرات مطروحة من ٧ عشرات يبقى
٣ عشرات فتضع ٣ تحت عمود العشرات فاذن يكون الباقي
المطلوب ٣٦

فاذا كان بعض ارقام المطروح اكبر من الارقام المقابلة له من المطروح منه فانه
يمكن بواسطة الاستعارة أن تطرح طروحة جزئية اذا اردت

ولنفرض مثلا ان المطلوب طرح ٢٩ من ٦٧

فحيث لا يمكن طرح ٩ من ٧ فاستعروا احدا من عدد ٦ الذي

هو عشرات ٦٧ فيقال حينئذ هذا العدد الى ٥ عشرات و ١٧ آحادا
فتقول المسئلة حينئذ الى قولنا اطرح من

١٧	آحادا	ومن ٥	عشرات
٩	آحادا	و ٢	عشرات

فتقول في طرح الآحاد المصدرة منزلة من بعضها ٩ آحاد مطروحة من
١٧ آحادا يبقى ٨ آحاد و ٢ عشرات من ٥ عشرات يبقى ٣
عشرات فاذن يكون الباقي المطلوب ٨ آحاد + ٣ عشرات اي ٣٨
وعند العمل تضع العددين هكذا

المطروح منه ٦٧

المطروح ٢٩

الباقي ٣٨

ثم تقول حيث لا يمكن طرح ٩ من ٧ يستعار ١ عشرات
من ٦ ويطرح حينئذ ٩ من ١٧ فيكون الباقي ٨ فتوضع
تحت عمود الآحاد ويتنقص ١ عشرات من ٦ لا يبقى الا طرح ٢
من ٥ فيبقى ٣ فتوضع تحت عمود العشرات فاذن يكون ٣٨ هو الباقي
المطلوب

وهناك حالة تصعب فيها العملية وهي ما اذا كان الرقم المستعار منه صفرا

ولنفرض مثلاً أن المطلوب طرح ٤٦٧ من ٨٠٠٥

فتقول حيث لا يمكن طرح ٧ من ٥ لزمنا الاستعارة حتى يمكن
الطرح لكن لا يمكن الاخذ الا من الرقم المعنوي (وهو رقم ٨ الذي في منزلة
آحاد الالوف) فيستعار منه حينئذ ١ وهو من آحاد الالوف وحيث انه
يعادل ١٠ مآت يترك منها ٩ في منزلة المآت وحيث ان المائة الباقية
تعادل ١٠ عشرات يترك منها ٩ في منزلة العشرات وتضم العشرة
الباقية الى ٥ آحاد وبذلك يحصل ١٥ آحادا فعلى ذلك تكون الالف
المستعارة محولة الى ٩ مآت و ٩ عشرات و ١٠ آحاد

وباستعارتهم ينقص ١ من رقم ٨ المستعار منه ويحل رقم ٩ محل كل
من الصفرين المتقدمين عليه وتضاف ١٠ الى الاحاد ويذكرناه يتوصل الى
اجراء العملية في هذا المثال وهالك صورتها

$$8000$$

$$- 47$$

$$7953$$

فيحصل الباقي وهو ٧٩٥٣ بطرح ٧ احاد من ١٥ احادا و ٦
عشرات من ٩ عشرات و ٤ مائتين من ٩ مائتين وينقص الالف
المستعار من رقم ٨

وحيث ان الطروح الجزئية دائما لا تكون الا في الاحاد المتحدة المتزلة اعني ذلك
عن ذكر جنس تلك الاحاد فيقال في تحصيل ارقام باقي الطروح في هذا المثال
٧ من ١٥ يبقى ٨ و ٦ من ٩ يبقى ٣ و ٤ من ٩ يبقى ٥
وباستعارة ١ من رقم ٨ يبقى ٧

(١٢) متى أردت طرح اى عدد من آخر تضع الاصغر منه مما تحت
الاكبر بحيث تكون الاحاد المتحدة المتزلة متقابلة (يعني أن الاحاد توضع
تحت الاحاد والعشرات تحت العشرات وهكذا) وترسم تحتها خطا
ليفصلها من الباقي ثم تطرح كل رقم من الارقام السفلى من الرقم الذي يقابله
من الارقام العليا مبتدئا من الجهة اليمنى ثم تضع كل باق جزئى تحت العمود
الذى اتجه فان لم يتجاوز الرقم الاسفل الرقم الاعلى المقابل له وضعت باقى طرحهما
تحت العمود وان تجاوزه استعرت واحدا من احاد اقل رقم معنوى من الجهة
اليسرى وأضفته محسوبا بعشره الى الرقم الذى تريد الطرح منه وبذلك ينقص
العدد المستعار منه واحدا فاذا وجدت اصغارا بين الرقم المذكور والرقم
المستعار منه اعبرت محل كل صفر تسعة حتى تنهى الى العمود الاخير فعند ذلك
تضع تحته الباقي المتحصل منه وبه ذاتهم العملية

تنبيهان * الاول يكفى في ابراء جميع الطروح الجزئية ان تعرف طرح اى عدد ذى رقم واحد من آخر لا يتجاوز ١٨
 الثانى يتبدأ دائماً فى الطرح من الجهة اليمنى لانه بم هذه الكيفية يحصل من كل طرح جزءى رقم واحد من الباقي المطلوب
 ولا يتبقى ذلك فى الابتداء من الجهة اليسرى لانه اذا وجد فى المطروح ارقام اكبر من الارقام المقابلة لها فى المطروح منه لم يتأت الطرح بواسطة الاستعارة الا اذا تغيرت بعض ارقام الباقي المتحصل وذلك لكون العملية اجريت على الارقام المتقدمة

(الميزان)

(١٣) يكفى فى ميزان عملية الطرح أن تضم الباقي الى اصغر العددين المقروضين فان كان الحاصل مساوياً للا كبر كانت العملية صحيحة والا فلا
 (١٤) اذا زاد المطروح منه او نقص بمقدار متافان الباقي يزيدا وينقص بقدر ذلك المقدار ويقال عكس ذلك فى المطروح فاذا زاد او نقص بمقدار متافان الباقي او زاد بقدر ذلك المقدار وهذا من الضروريات فعلى ذلك يقال حيث ان ٣ هو الفرق بين ٧ و ٤ فكان الفرق بين ٧ + ٥ وعدد ٤ هو ٣ + ٥ اى ٨

و ينتج من ذلك أن الفرق بين اى عددين لا يتغير اذا زاد او نقص كل منهما بمقدار واحد لانه لما كان الفرق بين اى عددين يدل على الفاضل بينهما كان الفرق المذكور دائماً على حالة واحدة سواء زاد العددان او نقصا بمقدار واحد فيكون حينئذ الفرق بين ٧ و ٣ هو عين الفرق بين ٧ + ٥ و ٣
 + ٥ ويكون ايضا الفرق بين ١٥ و ٨ هو عين الفرق بين ١٥ - ٦ و ٨ - ٦

(١٥) يتوصل بالقاعدة المذكورة الى طريقة اخرى فى ابراء عملية الطرح وهي أنه عوضاً عن أن يؤخذ من الرقم الاعلى الواحد الذى استعير منه ليطرح الرقم الاسفل المقابل له مستعاراً ليطرح الرقم الاسفل المقابل له بزيادة الواحد المستعار

في الطرح الجزئي المتقدم على الرقم المطروح في كل الطريقتين واحد فإذا وجدت اصفارا بين الرقم المعشوي المستعار منه والرقم الاعلى الذي أضيفت اليه العشرة فانك عوضا عن أن تجعل محل هذه الاصفار تسعات ثم تطرح منها الارقام السفلى المقابلة لها تجعل كل صفرا ١٠ ثم تطرح منها الارقام السفلى المقابلة لها بزيادة الواحد عليها ونتيجة هذه الطريقة كنتيجة الطريقة السابقة ولنحصل تلك القاعدة الجديدة بمثال في المرة ١١ السابقين فنجعل الوضع على هذه الصورة

المطروح منه ٨٠٠٥	المطروح منه ٦٧
المطروح ٤٦٧	المطروح ٢٩
الباقى ٧٥٣٨	الباقى ٣٨

ونقول في طرح المثال الاول ٩ مطروحة من ٧ + ١٠ أو من ١٧ يبقى ٨ و ٢ + ١ أو ٣ مطروحة من ٦ يبقى ٣ ونقول في طرح المثال الثاني ٧ مطروحة من ١٥ يبقى ٨ و ٧ من ١٠ يبقى ٣ و ٥ من ١٠ يبقى ٥ و ١ من ٨ يبقى ٧

* (بيان الضرب) *

(١٦) الضرب هو تكرير عدد يسمى مضروبا عدة مرات بقدر ما يوجد من الآحاد في عدد آخر يسمى مضروبا فيه وتسمى النتيجة حاصل او يسمى المضروب والمضروب فيه عامل الحاصل

فإذا أردت استخراج الحاصل بمقتضى هذا التعريف وضعت المضروب عدة مرات بقدر الآحاد الموجودة في المضروب فيه ثم تجرى على ذلك عملية الجمع فيكون المجموع هو الحاصل المطلوب فحينئذ يكون حاصل ضرب ٢ في ٣ هو ٢ + ٢ + ٢ أى ٦

وبهذه الكيفية تستخرج جميع الحواصل الناتجة من ضرب عددين في بعضهما كل منهما ذو رقم واحد وهى مبنية في جدول فيثاغورس وهذه صورته

٩	٨	٧	٦	٥	٤	٣	٢	١
١٨	١٦	١٤	١٢	١٠	٨	٦	٤	٢
٢٧	٢٤	٢١	١٨	١٥	١٢	٩	٦	٣
٣٦	٣٢	٢٨	٢٤	٢٠	١٦	١٢	٨	٤
٤٥	٤٠	٣٥	٣٠	٢٥	٢٠	١٥	١٠	٥
٥٤	٤٨	٤٢	٣٦	٣٠	٢٤	١٨	١٢	٦
٦٣	٥٦	٤٩	٤٢	٣٥	٢٨	٢١	١٤	٧
٧٢	٦٤	٥٦	٤٨	٤٠	٣٢	٢٤	١٦	٨
٨١	٧٢	٦٣	٥٤	٤٥	٣٦	٢٧	١٨	٩

فاما السطر الاول فيحتوى على الاعداد التسعة البسيطة والثاني يحتوى على
حواصل ضرب هذه الاعداد في ٢ ويتألف بإضافة كل من هذه الاعداد
الى نفسه والثالث يحتوى على حواصل ضرب الاعداد التسعة البسيطة في ٣
ويتألف بإضافة اعداد السطر الثاني الى اعداد السطر الاول والرابع على حواصل
ضرب الاعداد التسعة البسيطة في ٤ ويتألف بإضافة اعداد السطر الثالث
الى الاول وهلم جرا

وبموجب تأليف هذا الجدول ترى أن حاصل ضرب عدد من كل منهما ذو رقم
واحد يكون في الثلاثة التي يتلاقى فيها السطر الاقنى المبدؤ باحد العاملين
المذكورين مع السطر القائم المبدؤ بالعامل الآخر فينتد يكون عدد ٤٨
الحاصل من ضرب ٦ في ٨ موجودا في ملتقى السطرين المبدؤ أحدهما
برقم ٦ والاخر برقم ٨

ولنذكر هنا قاعدة يعرف بها استخراج حاصل ضرب أى عدد من صحيحين
من الحواصل الناتجة من ضرب الاعداد ذات الرقم الواحد في بعضها مثني

بحيث يمكن اجرا جميع الضروب بواسطة جدول فيثاغورس فنقول
(١٧) يكنى في ضرب أى عدد في حاصل ضرب عدة عوامل أن تضربه على
التوالى في العوامل المذكورة ومعنى ذلك ضرب أى عدد في حاصل
ضرب عدة عوامل يؤل الى ضرب ذلك العدد في العامل الاول ثم الحاصل
في العامل الثانى وهلم جرا * وهكذا تجرى العملية حتى يتم ضرب جميع
العوامل

مثلا اذا ضربت ٤ في عدد ٦ الذى هو حاصل ضرب عاملى ٢ و ٣
وجدت حاصل ضرب ٤ في ٦ عبارة عن مجموع ٦ اعداد كل
عدد منها يساوى ٤ (اى هو عبارة عن عدد ٤ مكررا ٦
مرات)

وجبت ان ٦ يساوى ٣ في ٢ يكون المجموع مؤلفا من ٣ مجموعات
برؤية كل منها مؤلف من عدد ٤ مرتين اعنى ٢ في ٤ مكررة ٣ مرات
فاذن يتألف حاصل ضرب ٤ في ٣ في ٢ من ضرب ٤ في ٢ فيتحصل
٨ ثم ضرب ٨ في ٣ فيكون ٢٤ الناتج هو حاصل ضرب ٤
في ٣ في ٢

* (تنبيه) قد استبان من هذه القاعدة ان حاصل ضرب عدة اعداد يحتوى دائما
على جميع عواملها

(١٨) قد تبين أن هذه القاعدة التى سبق ذكرها في (١٧) يتوصل منها
الى استخراج حاصل ضرب عددين حيثما اتفق بأن تضرب رقبا في آخر على
التوالى

مثلا اذا كان المطلوب استخراج حاصل ضرب ٦٧ في ٨٣ وضعت
صورة العملية على هذا النوال

مضروب	٥٦٧
مضروب فيه	٨٣٤
أول حاصل جزئي ناتج من ضرب ٥٦٧ في ٤	٢٢٦٨
ثاني حاصل جزئي من ضرب ٥٦٧ في ٣٠	١٧٠١٠
ثالث حاصل جزئي من ضرب ٥٦٧ في ٨٠٠	٤٥٣٦٠٠
مجموع الحواصل الجزئية أو الحاصل الكلي الناتج من ضرب ٥٦٧ في ٨٣٤	٤٧٢٨٧٨

ثم نلاحظ أنه يمكن في استخراج حاصل الضرب المطلوب تكرير المضروب ٨٣٤ مرة أو ٨٠٠ مرة + ٣٠ مرة + ٤ مرات وهو عبارة عن ضرب ٥٦٧ على التوالي في أجزاء المضروب فيه وهي ٨٠٠ و ٣٠ و ٤

ولذلك هنا كيفية استخراج هذه الحواصل الجزئية لكن حيث أنه يتألف من مجموعها الحاصل الكلي لازم وضعها تحت بعضها بحيث تكون آحادها المتحدة المتزنة متقابلة (بمعنى أن الآحاد تكون موضوعة تحت الآحاد والعشرات تحت العشرات وهكذا) (وتشتمل الكيفية المذكورة على ثلاث صور)

الصورة الأولى لأجل استخراج حاصل ضرب ٥٦٧ في ٤ يلزم تكرير ٥٦٧ أربع مرات فيكون مجموعها وهو ٢٢٦٨ هو الحاصل المطلوب لكن حيث أن هذا الجمع عبارة عن تكرير كل من آحاد المضروب وعشراته ومائته

وهي ٧ و ٦ و ٥ أربع مرات استغنى عن تكرير ٥٦٧ أربع مرات ويقال ٤ في ٧ يحصل ٢٨ فتوضع ٨ تحت سطر الآحاد ثم تحفظ ٢ عشرات ويقال ٤ في ٦ عشرات يحصل ٢٤ عشرات و ٢ محفوظة يحصل ٢٦ عشرات أو ٢ مائت و ٦ عشرات فتوضع ٦ عشرات تحت سطر العشرات ثم تضم ٢ مائت محفوظة إلى حاصل ٤ في ٥ مائت فيحصل ٢٢ مائت أو ٢ ألفا و ٢ مائت فتوضع ٢ مائت تحت سطر المائت و ٢ تحت

سطر الالف فيكون ٢٢٦٨ هو حاصل ضرب ٥٦٧ في ٤
وان شئت الاختصار في ذلك قلت ٤ في ٧ يحصل ٢٨ فتضع ٨ وتحفظ
٢ وتقول ٤ في ٦ يحصل ٢٤ و ٢ محفوفة يحصل ٢٦ فتضع
٦ وتحفظ ٢ وتقول ٤ في ٥ يحصل ٢٠ و ٢ محفوفة يحصل
٢٢ فتضع رقمي هذا العدد بجانب بعضهما

ويجرب مثل ذلك فيما اذا اريد ضرب اى عدد في آخرى رقم واحد فيكني
ضرب اعداد المضروب وعشراته وما آتته الخ على التوالي في المضروب فيسهل بأن
يضاف على التدرج الى كل حاصل جزئى (معتبر احاد بسطة) ما حفظ من
العشرات المتحصلة من الحاصل المتقدم ان كان والا فلا

الصورة الثانية لاجل استخراج حاصل ضرب ٥٦٧ في ٣٠ يلزم تكرير
عدد ٥٦٧ عدة مرات بقدر ما في عدد ٣٠ من الاحاد فيكون مجموع
هذه المرات هو حاصل الضرب لكن حيث ان عدد ٣٠ يساوى ١٠
في ٣ ينتج من الطريقة السابقة في مرة ١٧ أنه يمكن في استخراج
الحاصل المطلوب أن نضرب أولا ٥٦٧ في ٣ فيكون الحاصل بمقتضى
الصورة الاولى ١٧٠١ ثم نضرب ١٧٠١ في ١٠ فيكون الحاصل
بمقتضى (مرة ١٧) ١٧٠١٠ فعلى ذلك يكون استخراج حاصل ضرب
٥٦٧ في ٣٠ بضرب ٥٦٧ في ٣ ثم وضع صفري على يمين حاصل هذا
الضرب وهو ١٧٠١ وبذلك يكون أول رقم من عدد ١٧٠١ من الجهة
اليمنى موضوعا في منزلة العشرات

وبمثل هذه الطريقة يجرى العمل في ضرب اى عدد في رقم مسبق بعدة اصفاف
فيكني في ذلك أن نضرب هذا العدد في الارقام التى على يساره بقطع النظر عن
الاصفاف السابقة عليها ثم نضع تلك الاصفاف المحذوفة من المضروب فيه على يمين
الحاصل فينتج حينئذ حاصل الضرب المطلوب

الصورة الثالثة لاجل استخراج حاصل ضرب ٥٦٧ في ٨٠٠ يكتفى
أن نضرب أولا ٥٦٧ في ٨ ثم نضع صفريين على يمين حاصل هذا

الضرب وهو ٤٥٣٦ وبذلك يكون أول رقم من هذا الحاصل أعني ٤٥٣٦
موضوعاً في منزلة المئات
وبالجملة فيتألف من مجموع الثلاثة حواصل الجزئية وهي ٢٢٦٨ و ١٧٠١٠ و
٤٥٣٦٠٠ الحاصل الكلي وهو ٤٧٢٨٧٨ وذلك بضرب ٥٦٧
في ٨٣٤

• (تنبيه) • يظهر أن إجراء العملية في ذلك على وجه سهل هو عبارة عن ضرب
أرقام المضروب وهو ٥٦٧ على التوالي في كل من أرقام المضروب فيه
المعنوية وهي ٤ و ٣ و ٨ التي هي أجزاء المضروب فيه أعني ٨٣٤
ووضع الحواصل الجزئية وهي ٢٢٦٨ و ١٧٠١ و ٤٥٣٦ بحيث
يحيث إذا جعت يكون كل رقم موضوع على يمين ك كل من تلك الحواصل
دالاً على آحاد منزلة الرقم المستعمل مضروباً فيه ولذلك توضع أصفاً على يمين
كل حاصل جزئي أو يوضع كل حاصل جزئي على وجه بحيث يكون
أول رقم من أرقامه من الجهة اليمنى موضوعاً تحت الرقم المستعمل
مضروباً فيه

(١٩) إذا أردت ضرب أي عدد في آخر فضع المضروب فيه تحت المضروب
وارسم تحتها خطاً ليفصلها من الحواصل الجزئية ثم اضرب أرقام المضروب
على التوالي في كل من أرقام المضروب فيه وضع الحواصل الجزئية على وجه
بحيث إذا جعت يكون أول رقم موضوع على يمين كل من تلك الحواصل دالاً
على آحاد منزلة الرقم المستعمل مضروباً فيه ثم ارسم تحتها خطاً ليفصلها من
مجموعها وهو الحاصل الكلي

• (تنبيه) • يتدأ في استخراج الحواصل الجزئية الناتجة من ضرب المضروب
في جميع أرقام المضروب فيه المختلفة بالضرب من يمين المضروب فيه لأن الضرب
ليس إلا جمعاً مختصراً

وليس ذلك بلازم بل الضرب من كلا الجهتين واحد غير أن العادة انما تجوز
بالضرب من الجهة اليمنى

ثم ان الحواصل المختلفة الناتجة من ضرب أى عدد صحيح في عدد ٢ أو ٣ أو ٤ الخ تسمى مضاعفات العدد المذكور فعلى ذلك تكون مضاعفات ٧ هي ٢ في ٧ أى ١٤ و ٣ في ٧ أى ٢١ و ٤ في ٧ أى ٢٨ وهكذا

(٢٠) لاجل بيان حاصل ضرب عدة اعداد في بعضها يضرب العدد الاول في الثاني ثم حاصل ضربهما في الثالث وهكذا على التوالي حتى تنتهي بجميع العوامل فيكون آخر هذه الحواصل هو الحاصل المطلوب

(تنبيه) اذا كان عامل الحاصل منتهين باصفار من الجهة اليمنى فان العملية تقتصر بان يحصل الضرب بدون التفات الى هذه الاصفار وبعد تمام العملية توضع الاصفار المحذوفة على يمين الحاصل الكلى

مثلا اذا أردت استخراج حاصل ضرب ٥٤٠٠ في ٢٠٠٠٠ فاضرب ٥٤ في ٢ ثم ضع الاصفار الستة المتروكة على يمين النتيجة التي هي ١٠٨ فيتألف من ذلك الحاصل الكلى المطلوب وهو ١٠٨٠٠٠٠٠٠

(٢١) لا يتغير حاصل ضرب عدة اعداد صحيحة ولو تغيرت مواضعها ولنبرهن اولاً على أن هذه الخاصية تجري في عاملين كعامل ٣ و ٤ مثلاً فلاحظ أنه يمكن تحصيل جميع الآحاد التي يتألف منها حاصل ضرب ٣ في ٤ برسم أربعة أسطر أفقية كل منها مؤلف من ٣ آحاد بحيث تكون على هذا الوضع

١	١	١
١	١	١
١	١	١
١	١	١

لكن اذا عدت آحاد الاسطر القائمة رأيت هذا الجدول مؤلفاً من ٣ أسطر قائمة كل منها محتوية على أربعة آحاد أعني على ٣ في ٤ آحاد أو على حاصل ضرب ٤ في ٣

فيكون حاصل ضرب ٣ في ٤ مساوياً لحاصل ضرب ٤ في ٣
وبذلك تثبت الخاصية المذكورة (كما في الصورة الاولى)

وثانياً على أن تلك الخاصية تجري في ثلاثة عوامل فنلاحظ أن حاصل ضرب
ثلاثة اعداد لا يتغير بتغير موضع العاملين الاولين والاخيرين وقد
ثبت آنفاً أن حاصل ضرب العاملين الاولين لا يتغير بتغير موضعهما لانه قد
سبق في الصورة الاولى أن حاصل ضرب ٣ × ٤ يساوي ٤ × ٣ فإذا
ضربنا ٤ من هذين الحاصلين في ٥ كانت النتيجة المقصولة من ضرب
٣ × ٤ × ٥ مساوية بالضرورة لنتيجة ٤ × ٣ × ٥

فلنطبق علينا حينئذ الآن نبرهن على أن حاصل الضرب لا يتغير بتغير موضع
العاملين الاخيرين فنقول

لأجل الاستدلال على أن حاصل ضرب ٣ × ٤ × ٥ يساوي حاصل
ضرب ٣ × ٥ × ٤ نضع خمسة أسطر أفقية كل منها مؤلفة من أربعة
اعداد مساوية لرقم ٣ وهذه الصورة وضعها

٣	٣	٣	٣
٣	٣	٣	٣
٣	٣	٣	٣
٣	٣	٣	٣
٣	٣	٣	٣

وحيث أن كل سطر أفقي من هذا الجدول يحتوي على ٤ × ٣ آحاداً أو ٣ × ٤ آحاداً فإن الاسطر الخمسة الأفقية المتألف منها هذا الجدول تحتوي على
٥ في ٣ × ٤ آحاداً أو ٣ × ٤ × ٥ آحاداً
فأذن يمكن أن نعتبر أن هذا الجدول مؤلف من أربعة أسطر فائقة كل منها محتوية
على ٥ × ٣ آحاداً يعني أنه مؤلف من ٣ × ٥ آحاداً مكررة ٤ مرات
أو من ٣ × ٥ × ٤ آحاداً

فيكون حينئذ حاصل ضرب $3 \times 4 \times 5$ مساويا لحاصل ضرب
 $3 \times 5 \times 4$ فلم يتغير إذن حاصل الضرب بتغير موضع المضروبين
 الآخرين

ثالثا يمكن في البرهنة على أن الخاصية المذكورة تجري في عدد من المضارب
 أن ندرج على أن حاصل الضرب لا يتغير بتغير موضع مضروبين متواليين
 إنما كانا

مثاله حاصل ضرب $2 \times 6 \times 4 \times 2 \times 5 \times 8 \times 9 \times 7$
 وليكن المضروبان المتواليان في هذا المثال هما 3 و 5 فلاحظ البرهنة

على أن الحاصل لا يتغير بتغير موضعهما يلاحظ أن حاصل ضرب 2×6
 $4 \times 2 \times 5 \times 8$ يكون استخراجا قبل ضربه في مضارب 9 و 7

فصل هذا يمكن أن ندرج على أن حاصل ضرب 2×6
 $4 \times 2 \times 5 \times 8 = 2 \times 4 \times 2 \times 5 \times 6 \times 8$

وحيث أنه يلزم استخراج 4×8 الذي هو حاصل ضرب مضارب 2 و 6
 قبل ضربه في مضروب 3 و 5 يؤل الأمر إلى البرهنة على أن

$4 \times 8 \times 3 \times 5 = 4 \times 8 \times 5 \times 3$ وقد ثبت في الصورة الثانية
 أنه لا يتغير مقدار الحاصل بتغير موضع المضروبين الآخرين في صورة ما إذا كان

هناك ثلاثة مضارب
 فينتج مما تقدم أنه لا يتغير مقدار الحاصل بتغير موضع أي مضروب من
 المضارب بأن تنقله بالتدريج من محل إلى محل آخر من الجهة اليمنى أو اليسرى
 اليسرى وبذلك يثبت المطلوب

• (ميزان الضرب) •

(٢٢) يمكن في اختبار صحة الضرب عدم تغير الحاصل بتغير مواضع
 المضارب بل يكون حاصل الضرب بعد التغير هو عين حاصل الضرب قبله

(٢٣) إذا كانت مضارب الحاصل كلها متساوية بأن ضرب أي عدد مفروض
 في نفسه عدة مرات على حاصل الضرب فذلك العدد المرفوض وإذا تعددت

القوى اعداد واحد قيل في تمييزها القوة الثانية أو القوة الثالثة أو الرابعة وهكذا
على حسب عدد المضارب المتساوية من كونها ٢ أو ٣ أو ٤ الخ
إذا تقرر ذلك علمت أن ٨ مثلا هي القوة الثالثة لعدد ٢ وان شئت
قلت هي مكعب ذلك العدد وذلك لانها عبارة عن حاصل ضرب ثلاثة مضارب
كل منها يساوي ٢

ولاجل الدلالة على قوة أي عدد مفروض يوضع فوقه من الجهة اليمنى عدد يدل
على عدد المرات التي يتكرر بقدرها المضروب فعلى هذا إذا وضعت ٣ على ٢
هكذا ٣ دل ذلك على القوة الثالثة لعدد ٢ ويسمى رقم ٣ أس
عدد ٢

• (تنبيه) • كل عدد لا أس له فأسه الواحد فعلى هذا ١ يساوي ٢
(٢٤) حاصل ضرب أي عدد مفروض له عدة قوى يساوي ذلك العدد
مشارا اليه بأس يكون مساويا لجمع أسس ذلك العدد المفروض والمرجوة
في جميع المضارب وهذه الخاصية ناشئة عن كون حاصل الضرب
يحتوي على جميع مضارب الاعداد التي تضرب في بعضها كما تقدم في تنبيه
نمرة (١٧)

فعلى ذلك يكون حاصل ضرب ٢ في ٣ مساويا ٧ لان هذا الحاصل
يحتوي على ٢ أربع مرات وهي عين المضروب الذي هو ٢ ويحتوي أيضا
على ٢ ثلاث مرات وهي عين المضروب فيه الذي هو ٣ فيتألف من ذلك
حاصل ضرب ٤ + ٣ أو ٧ مضارب كل يساوي ٢ فاذا ضربنا ٢
أو ١٦ في ٣ أو ٨ كان الحاصل وهو ١٢٨ مساويا ٧

تنبيهان الأول إذا كان بعض مضارب الحاصل متحدا وكان له قوى فانه يكتفى
بوضع احد تلك المضارب المتحدرة في الحاصل مرة واحدة بأس يكون مساويا
لجمع أسس المضارب المذكورة

فعلى هذا يكون حاصل ضرب ٣ × ٥ في ٨ × ٣ مساويا ١١
× ٧ وذلك لانه يؤخذ من قواعد نمرة ١٧ و ٢١ و ٢٤ أن هذا

الحاصل يساوي $\frac{3}{4} \times 5 \times \frac{1}{2} \times 3$ كما تقدم في غرة (١٧)
 أو يساوي $\frac{3}{4} \times \frac{1}{2} \times 5 \times 3$ كما سبق في غرة (٢١) أو يساوي $\frac{3}{4}$
 $\times \frac{1}{2}$ ثم في 5×3 كما في غرة (١٧) أو يساوي حاصل ضرب $\frac{1}{2}$
 في 3 كما في غرة (٢٤)

التنبيه الثاني * إذا كان المطلوب رفع أى حاصل الى قوة كفى في ذلك رفع
 كل من مضارب هذا الحاصل الى تلك القوة

مثلاً حيث ان القوة الثالثة من حاصل 2×5 المينة بهذا الوضع
 $(2 \times 5)^3$ مؤلفة من ثلاثة مضارب كل يساوي 2×5 يلزم
 أن تكون محتوية على ٣ مضارب كل يساوي ٢ وعلى ٣ مضارب
 كل يساوي ٥ (لأنه يمكن تغيير مواضع المضارب من غير أن يتغير الحاصل)
 فحينئذ تكون $\frac{3}{4} \times 5 \times \frac{1}{2}$ هي القوة المطلوبة
 وذلك لان

$$1000 = 10 = 2 \times 5 \text{ و } 1000 = 1000 = (2 \times 5)^3 = 2^3 \times 5^3$$

$$\text{أو } 1000 = 125 \times 8 = 5^3 \times 2^3 \text{ و } 125 = 5^3 \text{ و } 8 = 2^3$$

• (بيان القسمة) •

(٢٥) القسمة عبارة عن حاصل ضرب مضروبين معلوم هو أو أحد مضروبيه
 والمضروب الآخر مجهول يطلب استخراجيه ويسمى الحاصل مقسوماً والمضروب
 المعلوم مقسوماً عليه والنتيجة خارج القسمة
 وحيث ان استخراج المقسوم انما هو بضرب المقسوم عليه في خارج القسمة
 يمكن تحصيل خارج القسمة المذكور بواسطة الطروح المتوالية بأن نبحث
 عن عدد المرات التي يحتوي بقدرها المقسوم على المقسوم عليه لكن لما كانت
 هذه العملية قد تطول بكثرة الطروح اذا كان المقسوم محتوياً على المقسوم عليه
 عدة مرات ناسب أن نذكر طريقة مختصرة في بيان اجراء العملية بواسطة القسمة
 ولنعمل لذلك بمثالين فنقول

المثال الاول أن يكون المطلوب قسمة ٤٥٣٦ على ٨

فيقال حيث ان المقسوم يساوي مجموع الحواصل الجزئية الناتجة من ضرب المقسوم عليه في الاعداد المعبر عنها بجميع ارقام خارج القسمة على اختلافها فان أمكن استخراج هذه الحواصل الجزئية المختلفة من المقسوم فان قسمتها على المقسوم عليه تسكنى في تحصيل ارقام خارج القسمة وبهذه الطريقة تكون المسئلة عبارة عن عدة قسومات متوالية مهلة العمل والاجراء ينتج منها جميع ارقام خارج القسمة على التوالي

واذا أردت معرفة اجزاء المقسوم التي تحتوى على هذه الحواصل الجزئية فضع العملية هكذا

المقسوم	٤٥٣٦	٨ المقسوم عليه
	٤٠	٥ مآت
الباقي الاول	٥٣٦	٦ عشرات
	٤٨	٧ آحاد
الباقي الثانى	٥٦	٥٦٧ خارج اقسمة الكلى
	٥٦	
الباقي الثالث	٠٠	

ثم ابحث أولا عن جنس الآحاد العليا من خارج القسمة فتعين من المقسوم الجزء الذى يحتوى على حاصل ضرب الآحاد العليا من خارج القسمة فى المقسوم عليه الذى هو ٨ ويلزم أن يكون المقسوم محتويا على هذا الحاصل المؤلف من عدة آحاد منزلتها من جنس منزلة آحاد الرقم المطلوب ولا يمكن أن يكون الحاصل المذكور أصغر من المقسوم عليه الذى هو ٨ فلاجل أن تحصل من المقسوم الذى هو ٤٥٣٦ الجزء الذى يحتوى على حاصل ضرب أول رقم من ارقام خارج القسمة من الجهة اليسرى فى المقسوم عليه وهو ٨ تاخذ ارقاما كافية من يسار ٤٥٣٦ ليكون العدد المأخوذ محتويا على المقسوم عليه ولو مرة واحدة وذلك متحقق فى عدد ٤٥ الذى هو جزء المقسوم المحتوى على حاصل ضرب الآحاد العليا من خارج القسمة فى المقسوم عليه وحيث ان

هذا العدد يدل على ما تخرج المقسوم الذي هو ٤٥٣٦ تكون الا حاد العليان
من خارج القسمة من منزلة المائات

ويتحقق ذلك بطريقة سهلة بأن تضرب المقسوم عليه وهو ٨ في خارج
القسمة المطلوب فيحصل المقسوم وهو ٤٥٣٦ وحيث ان هذا المقسوم
محصور بين ٨٠٠٠ و ٨٠٠٠ اعني بين ٨ × ١٠٠ و ٨
× ١٠٠٠ يكون أيضا خارج قسمة ٤٥٣٦ على ٨ منحصر بين
١٠٠ و ١٠٠٠ فعلى ذلك تكون أعظم الا حاد العليان من خارج القسمة
من المائات

ولاجل بيان رقم مائات خارج القسمة يلاحظ أن عدد ٤٥ مؤلف من حاصل
ضرب مائات خارج القسمة في المقسوم عليه وهو ٨ وبما حفظ من المائات
التي أتت في قسمة سيلها من ضرب عشرات خارج القسمة وحاده في المقسوم عليه
فينتج من ذلك أنه اذا كان هذا العدد المحفوظ اقل من المقسوم عليه وهو ٨
يلزم بالضرورة أن يكون المضاعف الاكبر للمقسوم عليه الكائن في ٤٥
عبارة عن حاصل ضرب الرقم الاول من خارج القسمة في المقسوم عليه الذي
هو ٨ فعلى هذا يحصل اول رقم من خارج القسمة بتقسيم هذا المضاعف
على المقسوم عليه وهو ٨ وبناء على ذلك تسهل البرهنة على أن العدد
المحفوظ من المائات (الحاصل من ضرب عشرات خارج القسمة وحاده
في المقسوم عليه) يكون بالضرورة اقل من المقسوم عليه وهو ٨ وذلك
لان العدد المعبر عنه بعشرات خارج القسمة وحاده لما كان اقل من ١٠٠
كان ضربه في المقسوم عليه الذي هو ٨ ينتج حاصل اقل من ١٠٠
× ٨ او من ٨ مائات

وحيث كان عدد ٤٠ هو المضاعف الاكبر للمقسوم عليه المنحصر
في عدد ٤٥ الذي يحتوي على مائات خارج القسمة ينتج من قسمة ٤٠
على ٨ رقم مائات خارج القسمة وهو ٥
وذلك لانه لما كان المقسوم الذي هو ٤٥٣٦ منحصر بين ٤٠ و ٤٨

مات اعني بين ٥ مات \times ٨ وبين ٦ مات \times ٨ كان خارج قسمة ٤٥٣٦ على ٨ منه صرايين ٥ و ٦ مات فاذن يكون خارج القسمة مؤلفا من ٥ مات زائدا بعض عدد من العشرات والا حاد

وعوضا عن تقسيم المضاعف الاكبر لعدد ٨ المنحصر في ٤٥ على ٨ نزل المسئلة الى البحث عن عدد مرات انحصار ٨ في ٤٥ وهذه الطريقة اهل من الاولى فيكون رقم ٥ الناتج هو مات خارج القسمة المطلوب

وحيث علم رقم ٥ الذي هو مات خارج القسمة ولزم البحث عن ايجاد عشراته وآحاده يلاحظ أن المقسوم وهو ٤٥٣٦ مؤلفا من ثلاثة حواصل جزئية ناتجة من ضرب ٥ التي هي مات خارج القسمة وضرب عشراته وآحاده في المقسوم عليه الذي هو ٨ فاذا طرح من هذا المقسوم ٤٠ مات وهو حاصل ضرب ٥ التي هي مات خارج القسمة في المقسوم عليه يكون الباقي وهو ٥٣٦ مختويا على الحاصلين الجزئيين وهما حاصل ضرب عشرات خارج القسمة وآحاده في المقسوم عليه ولا مانع من اعتبار الباقي الاول وهو ٥٣٦ مقسوما جريا جديدا مؤلفا من حاصل ضرب المقسوم عليه وهو ٨ في خارج قسمة جزئية تكون عشراته وآحاده عين عشرات خارج القسمة الكلي وآحاده

فتقول المسئلة حيث نزل الى قسمة ٥٣٦ على ٨ ويؤخذ من ذلك ان الآحاد العليا من خارج القسمة هي عشرات وحيث كان لا يمكن وجود حاصل ضرب عشرات خارج القسمة في المقسوم عليه الذي هو ٨ الا في ٥٣ التي هي عشرات المقسوم الجزئي وهو ٥٣٦ وكان ضرب رقم آحاد خارج القسمة في المقسوم عليه وهو ٨ يعطى عددا من عشرات يحفظ ويكون اقل من ١٠ \times ٨ او من ٨ عشرات فان رقم عشرات خارج القسمة يتحصل بالبحث عن عدد مرات انحصار المقسوم عليه وهو ٨ في ٥٣

فيتحصل ٦ فاذن يكون ٦ هو رقم عشرات خارج القسمة الكلي فاذا طرح حاصل ضرب ٨ \times ٦ عشرات او ٤٨ عشرات من ٥٢٦ دل الباقي وهو ٥٦ على حاصل ضرب المقسوم عليه وهو ٨ في رقم آحاد خارج القسمة فيتحصل حينئذ هذا الرقم المذكور بقسمة ٥٦ على ٨ فينتج ٧ فاذا طرح حاصل ضرب ٧ في ٨ من ٥٦ كان الباقي الاخير صفرا

وهذا الصفر يدل حينئذ على أن ٥٦٧ هو خارج القسمة تحقيقا على أن ٥٣٦ هو حاصل ضرب ٥٦٧ في ٨ لانهما توصلنا الى هذا الصفر بطرحنا من المقسوم على التوالي الحواصل الجزئية الناجبة من ضرب ٥ و ٦ و ٧ التي هي مآت خارج القسمة وعشراته وآحاده في المقسوم عليه وهو ٨ فيؤدي ذلك الى أن نطرح من المقسوم وهو ٥٣٦ الحاصل الكلي الناتج من ضرب ٥٦٧ في ٨ وحيث كان الباقي الاخير صفرا كان ٥٣٦ هو حاصل ضرب ٥٦٧ في ٨ تحقيقا

فاذا تمرن الطالب على قسمة عدة ارقام على رقم واحد استغنى عن وضع المقسومات الجزئية فاذا اراد في مثالنا هذا ايجاد ارقام خارج قسمة ٥٣٦ على ٨ يقال ثمن ٤٥ مآت هو ٥ مآت بالنظر لعدد ٤٠ فيضع ٥ مآت في خارج القسمة ويبقى ٥ مآت او ٥٠ عشرات اذا اضيفت الى ٣ عشرات من المقسوم نتج عنها ٥٣ عشرات فيقال حينئذ ثمن ٥٣ عشرات هو ٦ عشرات بالنظر لعدد ٤٨ عشرات فيضع ٦ عشرات في خارج القسمة ويبقى ٥ عشرات او ٥٠ آحادا اذا اضيفت الى ٦ آحاد من المقسوم نتج عنها ٥٦ فيقال حينئذ ثمن ٥٦ هو ٧ بدون ياق فيضع ٧ في خارج القسمة فيتحصل من ذلك خارج القسمة الكلي وهو ٥٦٧

وبالجملة فتختصر العمالة أيضا بان يقال ثمن ٤٥ يساوي ٥ بالنظر لعدد

٤٠ فتوضع ٥ وتحفظ ٥ ويقال عن ٥٣ يساوى ٦ باله نظر
 لعدد ٤٨ فتوضع ٦ وتحفظ ٥ ويقال عن ٥٦ يساوى ٧
 فتوضع بتمامها ولما كانت هذه القسمة الاخيرة لباقي لها كان عدد ٥٦٧
 هو خارج القسمة تحقيقا
 المثال الثانى أن يكون المطلوب قسمة ٤٧٢٨٧٨ على ٥٦٧ فتوضع
 العملية هكذا

٥٦٧	٤٧٢٨٧٨
٨٣٤	٤٥٣٦
	٠١٩٢٧٨
	١٧٠١
	٠٢٢٦٨
	٢٢٦٨

ثم يبرهن كفى المثال الاول لاجل بيان جنس الآحاد العليا من خارج القسمة
 ويبحث أولا فى المقسوم عن الجزء الذى يحتوى على حاصل ضرب الآحاد العليا
 من خارج القسمة فى المقسوم عليه وهذا الحاصل مؤلف من آحاد منزلتها عين
 منزلة آحاد الرقم المطلوب فيلزم وجوده حيث نشد فى المقسوم ولا يمكن أن يكون
 اصغر من المقسوم عليه وينحصل حيث نشد من المقسوم وهو ٤٧٢٨٧٨
 الجزء الذى يحتوى على حاصل ضرب أول رقم من يسار خارج القسمة
 فى المقسوم عليه ياخذ ارقام كافية من يسار ٤٧٢٨٧٨ ليكون
 العدد المأخوذ محتويا على المقسوم عليه وهو ٥٦٧ ولومرة واحدة فاذن يكون
 عدد ٤٧٢٨ الكافى فى ذلك هو جزء المقسوم المحتوى على حاصل ضرب
 رقم الآحاد العليا من خارج القسمة فى المقسوم عليه وحيث كان عدد
 ٤٧٢٨ دال على ماآت المقسوم الذى هو ٤٧٢٨٧٨ ظهر أن الآحاد
 العليا من خارج القسمة هى من جنس المآت

وذلك لانه لما كان المقسوم وهو ٤٧٢٨٧٨ منحصرا بين ٥٦٧٠٠ و ٥٦٧٠٠٠ اعني بين ٥٦٧ × ١٠٠ و ٥٦٧ × ١٠٠٠ كان خارج قسمة ٤٧٢٨٧٨ على ٥٦٧ منحصرا بين ١٠٠ و ١٠٠٠ فعلى هذا لا يكون الا حاد العليا من خارج القسمة من منزلة المئات .

ولا جيل بيان رقم مآت خارج القسمة يلاحظ أنه حيث كان عدد ٤٧٢٨ مؤلفا من حاصل ضرب مآت خارج القسمة في المقسوم عليه وهو ٥٦٧ وعما حفظ من المئات التي أمكن تحصيلها من ضرب عشرات خارج القسمة واحده في المقسوم عليه ينتج من ذلك أنه اذا كان المحفوظ اقل من المقسوم عليه الذي هو ٥٦٧ يكون بالضرورة المضاعف الاكبر للمقسوم عليه الكائن في ٤٧٢٨ هو حاصل ضرب الرقم المطلوب في المقسوم عليه فعلى هذا يحصل الرقم المذكور بالبحث عن عدد مرات المحصار المقسوم عليه الذي هو ٥٦٧ في اول مقسوم جزئي وهو ٤٧٢٨

ويلاحظ على ذلك يكون المحفوظ من المئات (المحصل من ضرب عشرات خارج القسمة وآحاده في المقسوم عليه) اقل بالضرورة من المقسوم عليه وهو ٥٦٧ لانه لما كان يتألف دائما من عشرات خارج القسمة وآحاده عدد اقل من ١٠٠ كان الحاصل من ضرب هذا العدد في المقسوم عليه الذي هو ٥٦٧ اقل من ١٠٠ × ٥٦٧ او من ٥٦٧ مآت

واذا أردت أن تعرف عدد مرات المحصار ٥٦٧ في ٤٧٢٨ فاستخرج حواصل ضرب ٥٦٧ في اعداد ١ و ٢ و ٣ و ٤ و ٥ و ٦ و ٧ و ٨ و ٩ فترى أن عدد ٤٧٢٨ واقع بين ٥٦٧ × ٨ و ٥٦٧ × ٩ فاذن يكون ٨ هو العدد المطلوب

ولا يمكن استغنى في اجراء العملية عن تضعيف المقسوم عليه على اختلافه ويتوصل الى النتيجة بعينها بما ذكره لك من التجارب وهي أنه حيث كان المقسوم الجزئي الذي هو ٤٧٢٨ يحتوي على ثلاثة حواصل جزئية ناتجة

من ضرب ٧ و ٦ و ٥ التي هي آحاد المقسوم عليه وهو ٥٦٧ وعشراته وما آتته في العدد المطلوب وكان الجاصل الاخير من هذه الحواصل دالاعلى ما آت كان لا يمكن وجود هذا المقسوم الجزئي الا في ٤٧ التي هي ما آت ٤٧٢٨ فعلى ذلك يكون عدد ٤٧ مؤلفا من حاصل ضرب ٥ الذي هو اول رقم من المقسوم عليه في العدد المطلوب وبما حفظ من الما آت التي أمكن تفصيلها بواسطة الحاصلين الجزئيين الاخيرين وينتج من ذلك أنه اذا كان المطلوب البحث عن عدد مرات انحصار ٥ في ٤٧ $\overline{\hspace{1cm}}$ كان عدد ٩ الذي يتحصل دالاعلى العدد المطلوب او على عددا كبر منه ولا يمكن أن يدل على اصغر منه وذلك انك اذا أردت أن تختبر رقم ٩ ضربت ٥٦٧ في ٩ فوجد الجاصل الذي هو ٥١٠٣ يتجاوز ٤٧٢٨ فيكون عدد ٩ اكبر من العدد المطلوب فاذا اختبرت رقم ٨ $\overline{\hspace{1cm}}$ كان حاصل ضرب ٥٦٧ في هذا الرقم هو ٤٥٣٦ وحيث ان هذا الجاصل اصغر من ٤٧٢٨ علمنا أن المقسوم عليه وهو ٥٦٧ منبصر ٨ مرات في ٤٧٢٨

وحيث علمنا رقم ٨ الذي هو ما آت خارج القسمة وجب البحث عن تحصيل رقيه الاخيرين فيلاحظ أنه لما كان المقسوم الذي هو ٤٧٢٨٧٨ مؤلفا من ثلاثة حواصل جزئية ناتجة من ضرب ما آت خارج القسمة وهي ٨ ومن ضرب عشراته وآحاده في المقسوم عليه الذي هو ٥٦٧ فاذا طرحت من هذا المقسوم اول حاصل جزئي وهو ٥٦٧ في ٨ ما آت او ٨ في ٥٦٧ ما آت او ٤٥٣٦ ما آت وجدت الباقي الذي هو ١٩٢٧٨ لا يحتوي الا على حاصل ضرب $\overline{\hspace{1cm}}$ كل من عشرات خارج القسمة وآحاده في المقسوم عليه فاذن يمكن اعتبار اول باق وهو ١٩٢٧٨ كمقسوم جزئي جديد مواف من حاصل ضرب المقسوم عليه وهو ٥٦٧ في خارج قسمة جزئي $\overline{\hspace{1cm}}$ تكون عشراته وآحاده عين عشرات خارج القسمة الكلي وآحاده

فيقول الامر حيثما الى قسمة ١٩٢٧٨ على ٥٦٧ ويسلم من اقل
وهذه أن الا خارج القسمة تكون من خمس العشرات ولاجل
تحصيل هذه العشرات يلاحظ أن حاصل ضربها في المقسوم عليه الذي هو
٥٦٧ يوجد في ١٩٢٧ الذي هو عشرات المقسوم وهو ١٩٢٧٨
ويلاحظ ايضا أنه حيث كان المحفوظ من العشرات المتحصل من ضرب رقم
أحد خارج القسمة في المقسوم عليه الذي هو ٥٦٧ اقل من ١٠ ×
٥٦٧ او من ٥٦٧ عشرات فبالبحث عن عدد مبررات المحصار ٥٦٧
في ١٩٢٧ يتحصل حيثما عدد عشرات خارج القسمة فاذا لم يمان عدد
مرات المحصار ٥ في ١٩ فيكون عدد ٣ - المتحصل دالا على رقم
عشرات خارج القسمة او على رقم اكبر منه ولاجل اختبار رقم ٣ المذكور
يضرب ٥٦٧ في ٣ فيكون الحاصل وهو ١٧٠١ اصغر من
١٩٢٧ فلذلك كان هذا الرقم هو عشرات خارج القسمة ولما كان الحاصل
الذي هو ١٧٠١ دالا على عشرات لازم طرح ١٧٠١ عشرات
من ١٩٢٧٨ وحيث ان الباقي وهو ٢٢٦٨ هو حاصل ضرب
المقسوم عليه في رقم أحد خارج القسمة يتحصل هذا الرقم بقسمة ٢٢٦٨
على ٥٦٧ والاضحى أن يقسم ٢٢ على ٥ فيدل عدد ٤
المتحصل على أحد خارج القسمة الكلي لانه بطرح حاصل ضرب ٤ في ٥٦٧
من ٢٢٦٨ يكون الباقي صفر فاذاً يكون ٨٣ هو خارج القسمة
المطلوب

وفي ابراء العملية لا توضع الا الارقام التي لا بد منها في تكوين المقاسم الجزئية
وهي ٤٧٢٨ و ١٩٢٧ و ٢٢٦٨ بحيث يكون ابراء العملية على هذا
الوجه المختصر

٥٦٧	٤٧٢٨٧٨
٨٣٤	٤٥٣٦
	٠١٩٢٧
	١٧٠١
	٠٢٢٦٨
	٢٢٦٨

وحيث ان المقسوم الجزئى الاول وهو ٤٧٢٨ يحتوى ٨ مرات على المقسوم عليه وهو ٥٦٧ يوضع رقم ٨ فى خارج القسمة وي طرح حاصل ضرب ٨ فى ٥٦٧ او ٤٥٣٦ من ٤٧٢٨ ثم ينزل من المقسوم رقم ٧ ويوضع على عين الباقي الذى هو ١٩٢ فيحصل المقسوم الجزئى الثانى وهو ١٩٢٧ الذى يقسمته على ٥٦٧ ينتج ٣ وهو ثالى رقم من ارقام خارج القسمة المطلوب ثم يطرح حاصل ضرب ٣ فى ٥٦٧ او ١٧٠١ من ١٩٢٧ ثم ينزل من المقسوم رقم ٨ الاخير ويوضع على عين الباقي الذى هو ٢٢٦ فيحصل من ذلك المقسوم الجزئى الثالث وهو ٢٢٦٨ الذى يقسمته على ٥٦٧ ينتج ٤ وهو آخر ارقام خارج القسمة الكلى ثم يطرح حاصل ضرب ٤ فى ٥٦٧ من ٢٢٦٨ فيكون الباقي الاخير صفرا

(٢٦) يتوصل بما ذكرناه من البراهين المتقدمة الى هذه القاعدة المطردة وهى أنه متى أردت قسمة اى عدد على آخر فضع المقسوم عليه على يسار المقسوم ثم ارمم بينهم اخطا فاثما وارسم ايضا تحت المقسوم عليه خطا آخر اقربا يفصله من خارج القسمة المطلوب الذى تضعه تحت هذا الخط ثم خذ ارقاما كافية من يسار المقسوم ليكون العدد المأخوذ محتويا على المقسوم عليه وابحث عن العدد الذى يدل على عدد مرات انحصار المقسوم عليه فى المقسوم الجزئى المذكور فتجد هذا العدد هو اول رقم من خارج القسمة من الجهة اليسرى فضع

الرقم المذكور تحت المقسوم عليه واضرب خارج القسمة فيه وضع حاصل ضرب ما تحت المقسوم الجزئي الاول وارسم خطا فقيامت تحت هذين العددين ثم اطرح الاسفل من الاعلى وضع الباقي تحته ونزل على يمينه اول رقم من ارقام المقسوم التي لم تجز فيها العملية فيحصل حينئذ المقسوم الجزئي الثاني ثم أجر العملية عليه كما اجر يتها على المتقدم فينتج من ذلك الرقم الثاني من ارقام خارج القسمة فضعه على عين الرقم الاول واستمر في العملية على هذا المنوال حتى تنتهي جميع ارقام المقسوم فان كان احد المقاسيم الجزئية اقل من المقسوم عليه كان رقم خارج القسمة المقابل له صفرا

(٢٧) عوضا عن أن يوضع في اجراء عملية الطرح تحت كل مقسوم جزئي حاصل ضرب المقسوم عليه في الرقم المقابل له من خارج القسمة يجتنب وضع ذلك الحاصل ويسلك في تلك العملية طريقة مختصرة (مشابهة لطريقة نمرة ١٥) تطبق على هذا المثال وهو

من ٤٧٢٨

أن يراد طرح ٨ امثال ٥٦٧

الباقي ١٩٢

فال المطلوب في هذا المثال أن تطرح من ٤٧٢٨ الحاصل الثلاثة الجزئية وهي حاصل ٨ في ٧ آحاد و ٨ في ٦ عشرات و ٨ في ٥ ماآت وحيث أنه لا يمكن طرح الحاصل الجزئي الاول الذي هو ٨ في ٧ اي ٥٦ من آحاد عدد ٤٧٢٨ نضيف الى ٨ آحاد عشرات كافية حتى يتاني الطرح فنضيف الى هذا العدد ٥ عشرات فيحصل ٥٨ ثم نطرح ٥٦ من ٥٨ ونضع الباقي وهو ٢ تحت رقم الآحاد وهو ٨ لئلا نضعنا ٥ عشرات الى ٤٧٢٨ وجعلنا الباقي الكلي قد زاد بقدر ٥ عشرات كما في نمرة (١٤) فلاجل أن يسبق على مقداره الحقيقي يكنى أن نضيف ٥ عشرات الى اجزاء المطروح فيؤل الامر الى اعتبار هذه العشرات الخمسة كحفوظ يلزم ضمها الى الحاصل الجزئي

للتالي الذي هو ٨ في ٦ عشرات قبل طرحه وحيث ان عدد ٨
في ٦ مضافا اليه ٥ يعطى ٥٣ لم نحتاج الا الى طرح ٥٣ عشرات
و ٨ في ٥ مآت من عدد ٤٧٢ ٤٧٢٨ الذي هو عشرات ٤٧٢٨
ولاجل طرح ٥٣ عشرات يلزم أن نضيف ٦ مآت اي ٦٠ عشرات
الى عدد ٢ الذي هو عشرات ٤٧٢٨ ثم نطرح ٥٣ عشرات من ٦٢
عشرات ونضع الباقي وهو ٩ عشرات تحت عمود العشرات لكن باضافة
٦ مآت الى المطروح منه يزيد الباقي الكلي بقدر ٦ مآت فلاجل تنقيصه
ذلك المقدار يلزم أن نضيف ٦ مآت الى الحاصل الجزئي وهو ٨ في ٥
مآت الذي لم يبق للطرح غيره فيحصل ٤٦ مآت فنطرح ٤٦ مآت
من ٤٧ التي هي مآت ٤٧٢٨ ونضع الباقي وهو ١ مآت تحت
عمود المآت وبهذا يتحصل الباقي الكلي وهو ١٩٢
وهذه الطريقة التي سلكتها في طرح عدد ٥٦٧ مكررا ٨ مرات من
٤٧٢٨ نول باختصار الى هذه العملية بأن نقول ٨ في ٧ ينتج ٥٦
و ٥٦ من ٥٨ يبقى ٢ و ٨ في ٦ ينتج ٤٨ و ٤٨
محفوظة يتحصل ٥٣ و ٥٣ من ٦٢ يبقى ٩ و ٨ في ٥
ينتج ٤٠ و ٦ محفوظة يتحصل ٤٦ و ٤٦ من ٤٧ يبقى ١
وبوجب هذه الطريقة يعلم أن اجراء عمليات قسمة ٤٧٢٨٧٨ على
٥٦٧ يكون على هذا المنوال

مقسوم عليه	٥٦٧	٤٧٢٨٧٨	مقسوم
خارج القسمة	٨٣٤	١٩٢٧	
		٢٢٦٨	
		الباقي الاخير

(٢٨) يكنى في جعل الرقم الموضوع في خارج القسمة لا ثقا أن يكون حاصل
ضرب المقسوم عليه في الرقم المذكور يمكن طرحه من المقسوم الجزئي
المقابل له وأن يكون الباقي اقل من المقسوم عليه فان زاد الباقي على المقسوم
عليه كان الرقم الموضوع في خارج القسمة اصغر من الرقم المطلوب ولو بواحد

وذلك لان المقسوم عليه يصير حيث شئ منحصرا في المقسوم الجزئي ولو مرة واحدة
ولا اجل معرفة عدد مرات انحصار المقسوم عليه في المقسوم الجزئي فبحث عن
عدد مرات انحصار اول رقم من المقسوم عليه في اول رقم من المقسوم الجزئي
او في رقيه الاولين اذا كان المقسوم الجزئي يحتوى على ارقام بقدر ارقام
المقسوم عليه او يزيد عنه رقبا واحدا فالعدد الناتج يدل على الرقم المقابل لذلك
المقسوم الجزئي من خارج القسمة او على رقم اكبر منه ولا يمكن اعدا لمحصل
رقم اصغر منه ومتى علمنا بالتجربة ان الرقم المحصل اكبر من الرقم المطلوب فانتا
تنقص منه واحدا بعد واحد وهكذا على التوالي حتى لا يكون حاصل ضرب
المقسوم عليه في الرقم الجارى فيه التجربة اكبر من المقسوم الجزئي المقابل له
واذا كان المطلوب بيان جميع ارقام خارج القسمة المتوالية بدون تجربة يلزم ان
تلاحظ انه حيث كان المقسوم عليه لا ينحصر اصلا اكثر من تسع مرات في كل
مقسوم جزئي يكفي ان تولفت جدولاً من الخواصل الناتجة من ضرب المقسوم
عليه في الاعداد ذات الرقم الواحد وبالوقوف على هذا الجدول يظهر اكبر مكرر
من المقسوم عليه الكائن في المقسوم الجزئي الجارى فيه العملية وينتج من ذلك
رقم خارج القسمة المقابل له وهذا الجدول المحتوى على الخواصل الناتجة من
ضرب المقسوم عليه في الاعداد ذات الرقم الواحد يعرف به فائدة اخرى وهي
جعل القسمة طر وحات متوالية واستعمال ذلك مهم في صورة ما اذا كان
المقسوم محتويا على عدة ارقام فيسلم اذن ان يكون خارج القسمة ايضا
محتويا على جملة ارقام

ويمكن تأليف هذا الجدول باضافة المقسوم عليه الى نفسه اى تضعيفه عدة
مرات متوالية مثلا اذا فرضنا ان ٥٦٧ هو المقسوم عليه فباضافته الى نفسه
يدل المجموع الذى هو ١١٣٤ على تكرير المقسوم عليه الذى هو ٥٦٧
مرتين وبإضافة ٥٦٧ الى ١١٣٤ يدل المجموع الذى هو ١٧٠١
على تكرير ٥٦٧ ثلاث مرات وهلم جرا

(٢٩) يسهل دائما ان نعين من المقسوم الجزء الذى يشتمل على حاصل ضرب

المقسوم عليه في رقم الآحاد العليا من خارج القسمة وبذلك يتحصل الرقم المذكور ولكن لما كانت الحواصل الجزئية الناتجة من ضرب المقسوم عليه في بقية ارقام خارج القسمة ممتزجة بالمقسوم كان لا يمكن مشاهدة هذه الحواصل في المقسوم الكلي وهذا مانع من ايجاد بقية ارقام خارج القسمة بدون واسطة قبل تحصيل رقم آحاده العليا فاذن يلزم أن نبدأ بالبحث عن اول رقم من ارقام خارج القسمة من الجهة اليسرى

(٣٠) يلزم في اجراء اى عملية من عمليات القسمة أن يكون المقسوم مساويا للمقسوم عليه مضروبا في خارج القسمة المتحصل بزيادة الباقي المقابل له وتوصل الى هذا الباقي بكوننا طرح على التوالى من المقسوم جميع الحواصل الجزئية الناتجة من ضرب المقسوم عليه في الارقام الموجودة في خارج القسمة وهذا يؤل الى أن نطرح من المقسوم الحاصل الكلى الناتج من ضرب المقسوم عليه في خارج القسمة المتحصل وحينئذ يدل الباقي المقابل لهذا الخارج على التفاضل بين المقسوم وحاصل ضرب المقسوم عليه في خارج القسمة المتحصل وبهذا تنضم القاعدة المذكورة

(٣١) قد فرض في الامثلة المتقدمة أن المقسوم يساوى حاصل ضرب المقسوم عليه في عدد صحيح وحينئذ يكون الباقي الاخير بموجب قاعدة (٢٦) المطردة صفرا وحيث كان المقسوم يساوى حاصل ضرب المقسوم عليه في العدد الصحيح المتحصل في خارج القسمة كما في عمرة (٣٠) يقال حينئذ ان خارج القسمة تحققي وان المقسوم يقبل القسمة على المقسوم عليه وكلما قبل هذا العدد يقبل القسمة على عدد آخر فان قسمة العدد الاول على الثانى يكون باقىها صفرا بحيث يكون المقسوم هو حاصل ضرب المقسوم عليه في عدد صحيح

لكن ليس هذا الشرط مطردا فانه متى قسم عدد على آخر فالغالب أن المقسوم لا يكون مساويا لحاصل ضرب المقسوم عليه في عدد صحيح وفي هذه الصورة لا يكون الباقي الاخير صفرا بموجب قاعدة (٢٦) وحيث ان المقسوم

يساوي حاصل ضرب المقسوم عليه في العدد الصحيح المحصل في خارج القسمة
بزيادة الباقي الأخير المذكور الذي هو اقل من المقسوم عليه ينتج من ذلك أن
المقسوم حينئذ منحصر بين حاصل ضرب المقسوم عليه في خارج القسمة
المحصل وحاصل ضرب المقسوم عليه في خارج القسمة المذكور مضافا اليه
واحد فلذا قيل ان العدد الصحيح المحصل في خارج القسمة هو خارج القسمة
الصحيح او الجزء الصحيح من خارج القسمة والمقدار الاصغر الصحيح التقريبي
من خارج القسمة

ومنى كان هنالك كمية منحصرة بين عددين صحيحين متوالين فان هذين
العددين الصحيحين يكونان هما المقدار الصحيح التقريبي لهذه الكمية
مثلا اذا كان المطلوب قسمة ٢٥ على ٧ فانه اذا ضرب خارج القسمة
في ٧ لزم أن يحصل ٢٥ وحيث ان ٢٥ واقع بين ٧ في ٣
و ٧ في ٤ فخارج القسمة المطلوب اكبر من ٣ واصغر من ٤
فاذن لا يمكن التعبير عنه بعدد صحيح فيكون عدد ٣ هو خارج القسمة
الصحيح او الجزء الصحيح من خارج القسمة والمقدار الاصغر الصحيح التقريبي
من خارج القسمة

ويلزم أن يلاحظ أن ما ذكرناه من البراهين في شأن إيجاد خارج القسمة
في صورة ما اذا كان المقسوم هو حاصل ضرب المقسوم عليه في عدد صحيح
يجري ايضا في صورة ما اذا كان المقسوم منحصر بين حاصل ضرب المقسوم
عليه في عددين صحيحين متوالين وفي هذه الصورة تستعمل القسمة لايجاد
الجزء الصحيح من خارج القسمة وسيأتى لك في غمرة (٧١) كيفية تقييم
خارج القسمة

(٣٢) يكفي في قسمة اى عدد على حاصل ضرب عدة عوامل أن يقسم
ذلك العدد على العوامل المذكورة على التوالي وهذه الخاصية هي نتيجة
قاعدة غرة (١٧) فعلى هذا اذا كان المطلوب قسمة ١٠٥ على
عدد ١٥ الذي هو حاصل ضرب عامل ٣ و ٥ فاقسم اقلا ١٠٥

على ٥ فيكون خارج القسمة ٢١ ثم اقسم ٢١ على ٣ فيكون ٧ هو خارج قسمة ١٠٥ على ١٥ المطلوب

• (ميزان القسمة) •

(٣٣) يكفى في اختبار صحة القسمة أن يضرب المقسوم عليه في العدد الصحيح المتحصل في خارج القسمة ويضاف الباقي الاخير الى الحاصل المذكور فيكون المجموع مساويا للمقسوم كما في غمرة (٣٠)

مثلا اذا فرضنا أنه تمحصل من قسمة ٤٧٢٨٨٧ على ٥٦٧ خارج القسمة الصحيح وهو ٨٣٤ وبقي ٩ وأردنا اختبار هذه العملية فالتا ضرب ٥٦٧ في ٨٣٤ ثم نضيف الى الحاصل الذي هو ٤٧٢٨٧٨ الباقي وهو ٩ فان كان المجموع مساويا للمقسوم كان خارج القسمة صحيحا

(٣٤) من المعلوم انه كلما كبر المقسوم وصغر المقسوم عليه كبر خارج القسمة وبالعكس اعني انه كلما صغر المقسوم وكبر المقسوم عليه صغر خارج القسمة (٣٥) كلما كبر المقسوم وبقي المقسوم عليه على حاله كبر خارج القسمة تبعاله وكلما كبر المقسوم عليه وبقي المقسوم على حاله صغر خارج القسمة بقدر ما كبر المقسوم عليه من المرات وبالعكس اعني كلما صغر المقسوم وبقي المقسوم عليه على حاله صغر خارج القسمة تبعاله وكلما صغر المقسوم عليه وبقي المقسوم على حاله كبر خارج القسمة بقدر ما صغر المقسوم عليه من المرات

فعلى هذا اذا ضرب كل من المقسوم والمقسوم عليه في عدد واحد او قسم على عدد واحد لا يتغير خارج القسمة بل يبقى على حاله

تنبيه • اذا كان المقسوم والمقسوم عليه منتهيين باصغار من الجهة اليمنى جازك أن تحذف من اصغارا احدهما بقدر ما تحذف من اصغارا الاخر فيبقى خارج القسمة على حاله لا يتغير لان ذلك يؤل الى قسمة المقسوم والمقسوم عليه على عدد واحد كما في غمرة ٧ فعلى هذا يكون خارج قسمة ٧٢٠٠٠٠ على ٦٠٠٠ هو عين خارج قسمة ٧٢٠ على ٦

(٣٦) اذا زاد المقسوم او نقص بقدر تكرار المقسوم عليه مرة او اكثر فان

الجزء الصحيح من خارج القسمة يزداد أو ينقص بقدر عدد تكرار المقسوم عليه
وأما باقي القسمة فلا يتغير لأن الجزء الصحيح من خارج القسمة يدل على عدد مرات
انحصار المقسوم عليه في المقسوم

مثلاً حيث أن قسمة ٣٨ على ٥ خارجها الصحيح ٧ والباقي ٣
فاذا أضفنا حاصل ٦ في ٥ إلى ٣٨ نحصل ٦٨ وبقيته ٦٨
على ٥ فنحصل الخارج الصحيح وهو ٧ + ٦ أي ١٣ بدون أن يتغير
الباقي المذكور وهو ٣

(٣٧) إذا ضرب كل من المقسوم والمقسوم عليه في عدد صحيح مقروض
وقسم حاصل ضرب المقسوم في ذلك العدد على حاصل ضرب المقسوم عليه
في العدد المذكور فإن الجزء الصحيح من خارج القسمة لا يتغير إلا أن باقي القسمة
الثانية يساوي باقي القسمة الأولى مضروباً في العدد الصحيح المقروض

مثلاً حيث أن قسمة ١٣ على ٥ خارجها ٢ وباقيها ٣ فعدد
 $13 = 5 \times 2 + 3$ فإذا ضرب كل من الطرفين في ٤ كان

$$4 \times 13 = 4 \times 5 \times 2 + 4 \times 3$$

وحيث أن $5 \times 2 = 10$ فبقيتها ٢ كما في المرة الأولى

$$4 \times 13 = 4 \times 10 + 4 \times 3$$

وهذه المساوية الأخيرة تدل على أنه عوضاً عن قسمة ١٣ على ٥ التي
خارجها ٢ وباقيها ٣ يلزم قسمة ١٣ على ٤ على ٥
فيكون عدد ٢ هو أيضاً الجزء الصحيح من خارج القسمة غير أن باقي القسمة
الثانية يكون 4×3 لأن 4×3 أقل من المقسوم عليه الجديد
الذي هو 4×5 وبذلك تتضح الخاصية المذكورة ويثبت المطلوب

(٣٨) خارج قسمة إحدى قوتى عدد واحد على الأخرى يساوي هذا العدد بأس
مساوٍ لاس المقسوم ناقصاً من المقسوم عليه لأنه لما كان المقسوم معتبراً
حاصل ضرب المقسوم عليه في خارج القسمة ينتج من قاعدة نمرة (٢٤)
أن أس العدد المقروض في المقسوم يساوي أس المقسوم عليه مضافاً إليه أس

خارج القسمة

فعلى هذا يكون خارج قسمة ٧ على ٣ هو ٢ وذلك لان حاصل ضرب
المقسوم عليه الذى هو ٣ فى خارج القسمة وهو ٢ يساوى المقسوم
الذى هو ٦

تنبيه * متى احتوى المقسوم والمقسوم عليه على فوق عدد واحد فان
أس هذا العدد فى خارج القسمة يتحصل بطرح أس المقسوم عليه من أس
المقسوم

مثلا خارج قسمة ١١ × ٧ على ٣ × ٥ يساوى ٨ × ٦
لانه بموجب التنبيه الاول من غرة ٢٤ اذا ضرب المقسوم عليه وهو ٣
× ٥ فى خارج القسمة وهو ٨ × ٦ ينتج المقسوم وهو ١١ × ٧

وبالجملة متى كان المقسوم والمقسوم عليه متجولين الى عوامل فان خارج القسمة
يتحصل بحذف جميع عوامل المقسوم عليه من المقسوم

فعلى هذا خارج قسمة ٢ × ٧ × ٥ × ٣ على ١٣ × ١ × ٧ × ٥ × ٣
هو ٢ × ٧ × ٥ × ٣ هو ٢ × ٧ × ٥ × ٣ هو ٢ × ٧ × ٥ × ٣
وخارج قسمة ١٢ × ١١ × ٩ × ٥ × ٣ على ١٩ × ٧ × ٥ × ٣
هو ١٩ × ٧ × ٥ × ٣ هو ١٩ × ٧ × ٥ × ٣ هو ١٩ × ٧ × ٥ × ٣

(٣٩) الجمع والطرح والضرب والقسمة تسمى القواعد الاربعه الاصلية لعلم
الحساب وسياتي أن جميع العمليات التى تتوصل بهم الى حل المسائل المشككة
من هذا العلم تؤل دائما الى اجراء تلك القواعد الاربعه على اعداد صحيحة
مبهمة

(الباب الثاني)

في الخواص المتعلقة بقواسم الأعداد ومكرراتها والقاسم الأعظم المشترك
والأعداد الأولية والبحث عن قواسم أي عدد كان

(الفصل الأول)

(في خواص قواسم أي عدد ومكرراته)

(٤٠) الأولى إذا كان لجملة أعداد قاسم مشترك فمجموعها يكون قابلاً
للقسمة على القاسم المذكور

وذلك أنه لما كان كل من الأعداد المذكورة مساوياً للقاسم المشترك مكرراً عدة
مرات بقدر عدد صحيح أعني مرتين أو ثلاثاً أو أربعاً وهكذا كان مجموعها
بالضرورة مساوياً للقاسم مكرراً عدة مرات بقدر ما يوجد في جميع الأعداد
المذكورة فبناءً على ذلك حيث كان المجموع عبارة عن حاصل ضرب القاسم
المشترك في عدد صحيح فهو حيث يتبدل القابل للقسمة على هذا العدد الأخير (وهو
القاسم المشترك المذكور)

مثلاً حيث أن أعداد ١٢ و ١٥ و ٢١ تقبل القسمة على ٣
فمجموعها الذي ٤٨ يقبل بالضرورة القسمة على ٣ لأنه ينتج من
هذه المتساويات وهي $١٢ = ٣ \times ٤$ و $١٥ = ٣ \times ٥$ و $٢١ = ٣ \times ٧$
أن مجموع أعداد ١٢ و ١٥ و ٢١ مؤلف من ٣ مكررة ٤ مرات + ٥ مرات + ٧ مرات أعني
من ٣ مكررة ١٦ مرة

الثانية إذا كان لعددین قاسم مشترك فالفرق بينهما يقبل القسمة على ذلك
القاسم المشترك لأنه لما كان كل من هذين العددين المقروضين مساوياً للقاسم
المشترك مكرراً عدة مرات بقدر عدد صحيح كان الفرق بينهما مساوياً للقاسم
المشترك مكرراً عدة مرات بقدر ما يوجد في أكبر العددين المقروضين ناقصاً عدد
المرات التي يمكن انحصارها في أصغرهما فيكون الفرق حيث أنه مساوياً للقاسم
المشترك مكرراً عدة مرات بقدر عدد صحيح فاذن يكون قابلاً للقسمة على القاسم

المشترك المذكور

فعلى هذا حيث ان كلام من عددي ٢٧ و ١٥ يقبل القسمة على ٣ فالفرق بينهما وهو ٢٧ - ١٥ يقبل القسمة على ٣ لانه ينتج من هاتين المتساويتين وهما

$$٢٧ = ٣ \times ٩ \text{ و } ١٥ = ٣ \times ٥$$

أن ٢٧ - ١٥ يتألف من القاسم المشترك الذي هو ٣ مكررا ٩ مرات ناقصا ٥ مرات اعني من قاسم ٣ مكررا ٤ مرات او من ٤ × ٣

الثالثة مجموع عدة مكررات لاي عدد مفروض هو مكر ذلك العدد المفروض والفرق بين مكرري اي عدد كان هو ايضا مكر ذلك العدد وهذا ناتج عن الخاصية الاولى والثانية بملاحظة أن مكرراي عدد يقبل القسمة على ذلك العدد

الرابعة اذا تركبت عدة مكررات اي عدد بطريقة الجمع والطرح كانت النتيجة ايضا مكر ذلك العدد وهذا ناتج عن الخاصية الثالثة

فعلى هذا حيث ان اعداد ٣٥ و ٢٠ و ١٥ هي مكررات عدد ٥ يعلم أن ٣٥ + ٢٠ - ١٥ = ٤٠ اي ٤٠ و ٣٥ + ١٥ - ٢٠ = ٣٠ اي ٣٠ هي ايضا مكررات عدد ٥

الخامسة المكررات المختلفة لاي عدد تقبل القسمة على جميع قواسم ذلك العدد وبعبارة اخرى كل عدد يقبل القسمة على عدد آخر يكون ايضا قابلا للقسمة على كل من عوامل هذا العدد الا آخر وهذا ناتج عن الخاصية الثالثة بملاحظة أن كل مكر لاي عدد مفروض يدل على مجموع عدة اعداد مساوية للعدد المذكور

مثلا حيث ان عدد ٣٠ يقبل القسمة على ٦ فان كلام من عاملي ٦ وهما ٢ و ٣ يقسم ايضا ٣٠

السادسة اذا كان هناك مجموع مركب من جزئين وكان له مع أحدهما قاسم

مشارك فان الجزء الآخر يقبل بالضرورة القسمة على ذلك القاسم بعينه وذلك أنه اذا طرح من المجموع (المساوي للقاسم مكررا عدة مرات بقدر عدد صحيح) الجزء الاول (المساوي للقاسم المذكور مكررا ايضا عدة مرات بقدر عدد صحيح) كان الباقي (المساوي للجزء الثاني من المجموع) مساويا بالضرورة لهذا القاسم مكررا عدة مرات وحيث ينبغي ان يكون الجزء الثاني قابلا للقسمة على القاسم المذكور

مثلا حيث ان ٣٥ الذي هو مجموع عددي ٢٠ و ١٥ يقبل القسمة على ٥ والجزء الاول الذي هو ٢٠ يقبل القسمة ايضا على ٥ فالجزء الثاني وهو ١٥ يقبل بالضرورة القسمة على ٥ لانه ينتج من هاتين المتساويتين وهما

$$٣٥ = ٥ \times ٧ \text{ و } ٢٠ = ٥ \times ٤$$

أنه اذا طرح من مجموع ٣٥ الجزء الاول وهو ٢٠ كان الباقي الذي يدل على الجزء الثاني وهو ١٥ مساويا ٥ مكررة ٧ مرات — ٤ اي مساويا ٥ مكررة ٣ مرات وحيث ينبغي ان يكون ١٥ الذي هو الجزء الثاني قابلا للقسمة على ٥

السابعة اذا كان هناك مجموع مركب من جزئين اسديهما يقبل القسمة على عدد والاخر لا يقبل القسمة عليه فذلك المجموع لا يقبل القسمة على القاسم المذكور لانه لو قبل القسمة على ذلك القاسم كالجزء الاول لكان الجزء الثاني يقبل القسمة عليه أيضا كافي الخاصية السادسة وهذا خلاف القرض

مثلا حيث ان عدد ٦ يقسم ٢٤ ولا يقسم ٧ فمجموعهما وهو ٣١ لا يقبل القسمة على ٦

الثامنة العدد لا يقبل القسمة على عدد آخر اكبر من نصفه لانه متى قسم العدد على نصفه كان خارج القسمة ٢ فاذا قسم العدد على عدد آخر اكبر من نصفه كان خارج القسمة اقل من ٢ كافي ثمة ٢٤ فعلى هذا لا يكون خارج القسمة عددا صحيحا

* (الفصل الثاني) *

في بيان باقى قسمة اى عدد على قاسم من هذه القواسم وهى ٢ و ٣ و ٥
و ٩ و ١١ * وفي البحث عن معرفة كون العدد يقبل القسمة على احد
القواسم المذكورة او لا يقبلها * وفي الميزان بعدى ٩ و ١١
(٤١) باقى قسمة اى عدد على ٢ هو عين باقى قسمة اول رقم منه من الجهة
اليمنى على ٢

ويؤخذ من ذلك أن كل عدد صحيح يكون مكرر ٢ مضافا اليه رقم آحاده وهذه
الخاصية الاخيرة ناتجة من أنه يمكن تحليل اى عدد الى جزئين احدهما ينتهى
بصفر ويقبل القسمة على ١٠ فبناء على ذلك يكون بالضرورة قابلا للقسمة
على عدد ٢ الذى هو قاسم العدد ١٠ (كما فى الخاصية الخامسة من عمدة
٤٠) وثانيهما هو رقم آحاده

فيقال مثلا ان عدد ٥٨٧ هو مكرر ٢ مضافا اليه ٧ لان ٥٨٧

$$٧ + ٢ \times ٥ \times ٥٨ = ٧ + ١٠ \times ٥٨ = ٧ + ٥٨٠ =$$
 وممتد يكون باقى قسمة ٥٨٧ على ٢ هو عين باقى قسمة ٧ على ٢ اعنى أن
الباقى المذكور يكون ١

فبناء على هذا يمكن فى كون العدد قابلا للقسمة على ٢ أن يكون اول رقم
من الجهة اليمنى قابلا للقسمة على ٢ او يكون صفرا ويلزم من ذلك أن رقم
الآحاد يكون ٠ أو ٢ أو ٤ أو ٦ أو ٨

تنبيه * الاعداد التى تقبل القسمة على ٢ تسمى اعدادا شفعية (زوجية)
والاعداد التى لا تقبل القسمة على ٢ تسمى اعدادا وترية (فردية) فعلى ذلك
تكون جملة الاعداد الاصلية وهى ١ و ٢ و ٣ و ٤ و ٥ و ٦
و ٧ و ٨ و ٩ و ١٠ و ١١ و ١٢ الخ مؤلفة من
اعداد شفعية وهى ٢ و ٤ و ٦ و ٨ و ١٠ و ١٢ الخ
ومن اعداد وترية وهى ١ و ٣ و ٥ و ٧ و ٩ و ١١ الخ
(٤٢) باقى قسمة اى عدد على ٥ هو عين باقى قسمة اول رقم من الجهة

اليمين على ٥

وبيان هذه الخاصية كالتقدمة يكون تحليل العدد المذكور الى جزئين أحدهما ينتهي بصفر ويقبل القسمة على ١٠ فيقبل بالضرورة القسمة على عدد ٥ الذي هو قاسم لعدد ١٠ (كافي الخاصية الخامسة من نمرة ٤٠) وثانيهما هو رقم آحاد العدد المذكور

فعل هذا يكون باقى قسمة ٣٥٩ على ٥ هو عين باقى قسمة ٩ على ٥ أعنى ٤

وبناء على هذا يكتفى في ككون العدد قابلاً للقسمة على ٥ أن يكون أول ارقامه من الجهة اليمين قابلاً للقسمة على ٥ أو يكون صفراً وهذا يستلزم أن رقم الآحاد يكون ٥ أو صفراً

تنبيه * يكتفى في البرهنة بالطريقة السابقة على أن العدد يكون قابلاً للقسمة على ٢ أو ٤ أو ٨ أعنى على ٤ أو ٨ أن العدد الذى يدل عليه الرمان الأولان من الجهة اليمين يكون قابلاً للقسمة على ٤ أو ٨ ويكتفى أيضاً في ككون العدد قابلاً للقسمة على ٣ أو ٦ أو ٩ أعنى على ٣ أو ٩ أن العدد الذى تدل عليه الأرقام الثلاثة التى من الجهة اليمين يكون قابلاً للقسمة على ٨ أو ١٢٥ وهلم جرا

مثلاً حيث انه يمكن تحليل ٣٤٧٦ الى ٣٤٠٠ + ٧٦ أو الى ٣٤ × ١٠٠ + ٧٦ وعدد ٣٤ × ١٠٠ يقبل القسمة على عددى ٤ و ٢٥ اللذين هما قاسما لعدد ١٠٠ كافي الخاصية الخامسة من نمرة ٤٠ فباقى قسمة ٣٤٧٦ على ٤ أو ٢٥ هو عين باقى قسمة ٧٦ على ٤ أو ٢٥ وحيث ان عدد ٧٦ يقبل القسمة على ٤ ولا يقبل القسمة على ٢٥ فالعدد ٣٤٧٦ يقبل القسمة على ٤ ولا يقبل القسمة على ٢٥

(٤٣) يلزم في ايضا دباقى قسمة أى عدد على ٩ ان نضم ارقام العدد المذكور الى بعضها فان كان المجموع أقل من ٩ كان هو الباقى المطلوب

وان كان مساويا لعدد ٩ كان الباقي صفرا وان تجاوز ٩ أجرينا عليه العملية بجميع ارقامه كما أجريناها على العدد المقروض وهكذا حتى توصل الى مجموع لا يتجاوز ٩ فتي كان المجموع الاخير أقل من ٩ دل على الباقي المطاوب وان ساوى ٩ كان ذلك الباقي صفرا فلي هذا يكون العدد المقروض قابلا للقسمة على ٩ تحقيقا

ولاجل البرهنة على هذه الخواص يلاحظ أولا أن الواحد المتبوع باصفار يكون مكرر ٩ مضافا اليه ١ لان

$$1 + 9 = 10$$

$$10 + 9 = 19 \text{ و } 11 + 9 = 20 \text{ و } 111 + 9 = 120 \text{ و } 1111 + 9 = 1220$$

وينتج من ذلك ان كل رقم معنوي متبوع بعدة اصفار يدل على مكرر ٩ مضافا اليه هذا الرقم

مثلا حيث ان ١٠٠٠ هو مكرر ٩ مضافا اليه ١ يكون ٧٠٠٠ الحاصل من ضرب ١٠٠٠ في ٧ مؤلفا من مكرر ٩ سبع مرات مضافا اليه ٧ في ١ أعني من مكرر ٩ مضافا اليه ٧

وذلك لان متساوية $1000 = 111 \times 9 + 1$ يحصل منها

$$1000 \times 7 \text{ أو } 7000 = 111 \times 9 \times 7 + 7 = 777 \times 9 + 7$$

وحيث ان كل عدد يساوي مجموع الاعداد المبرعنها بارقامه على اختلافها وكل رقم معنوي يدل بوضعه على مكرر ٩ مضافا اليه هذا الرقم ينتج من ذلك أن أي عدد يساوي مجموع مكررات ٩ مضافا اليه مجموع الارقام المعنوية المؤلفة منها العدد المذكور وحيث ان مجموع مكررات ٩ هو أيضا مكرر ٩ كما في الخاصية الرابعة من غمرة (٤٠) ظهر لنا أن أي عدد صحيح يكون مكرر ٩ مضافا اليه مجموع ارقامه المعنوية

$$\text{مثلا عدد } 357 = 300 + 50 + 7$$

لكن حيث انه بموجب ما تقدم يكون ٣٠٠ مكرر ٩ مضافا اليه ٣ و ٥٠ مكرر ٩ مضافا اليه ٥ يكون بالضرورة ٣٥٧ مؤلفا

من مكرري ٩ مضافا اليهما ٣ + ٥ + ٧ أعني أن ٣٥٧
يكون مكرر ٩ مضافا اليه عدد ١٥ الذي هو مجموع ارقام ٣ و ٥ و ٧
وحيث ان كل عدد صحيح هو مكرر ٩ مضافا اليه مجموع ارقامه المعنوية
فباقى قسمة أى عدد على ٩ هو عين باقى قسمة مجموع ارقامه المعنوية
على ٩ كفاى غمرة ٣٦

وبناء على ذلك اذا كان المجموع المذكور اقل من ٩ يكون دالا على باقى قسمة
العدد المفروض على ٩ وادا كان مساويا للعدد ٩ يكون العدد المذكور
مكرر ٩ فاذن يكون باقى قسمة هذا العدد على ٩ صفرا وان زاد المجموع
على ٩ أجرينا العملية على العدد الجديد كما أجريناها على العدد المفروض
وبهذا الكيفية تثبت الخاصية المذكورة

مثلا حيث ان ٣٥٠٧٠ هو مكرر ٩ مضافا اليه عدد ١٥ الذى
هو مجموع ارقام ٣ و ٥ و ٧ فباقى قسمة ٣٥٠٧٠ على ٩
هو عين باقى قسمة ١٥ على ٩ كفاى غمرة ٣٦ لكن حيث ان ١٥
هو مكرر ٩ مضافا اليه عدد ٦ الذى هو مجموع رقى ١ و ٥
فعدد ٣٥٠٧٠ هو حيثئذ مكرر ٩ مضافا اليه ٦ فاذن عدد ٦
هو باقى قسمة ٣٥٠٧٠ على ٩

تنبيهان * الاول يمكن أن تحذف جميع التسعات التى توجد عند جمع الارقام
المعنوية من أى عدد مفروض حيث ان تلك التسعات تدل على مكررات ٩
فعلى هذا لاجل تحصيل باقى قسمة ٧٩٨٩٠٥٦٠ على ٩ تجمع أولا
أرقام ٧ و ٨ و ٥ و ٦ فيحصل ٢٦ ثم تجمع رقى ٢
فيحصل ٨ فعلى هذا يكون ٨ هو الباقى المطلوب

والثاني ان مجموع ارقام ٢٧ يساوى ٩ فالعدد المفروض يقبل القسمة
على ٩

وبموجب ما تقدم يكتفى في معرفة كون العدد يقبل القسمة على ٩ أن يكون مجموع أرقامه مكرراً ٩

التبسيط الثاني باقى طرح أى عدد من مؤلفين من أرقام معنوية متحدة الصورة هو مكرراً ٩ لانه حيث كانت بواقي تقاسيم هذين العددين على ٩ متساوية فان طرح من كل من العددين المقروضين باقى قسمتهما على ٩ فالتبقيتان الحاصلتان هما مكرراً ٩ فبما على ذلك يكون فاضلهما مكرراً ٩ كفاى الخاصية الثانية من غمرة ٤٠ ويكون هذا الباقي هو عين باقى العددين المقروضين كفاى غمرة ١٤ مثلاً عدد ٣٩٦ الذى هو فاضل عددى ٧٠٣ و ٣٠٧ هو مكرراً ٩ (وقس على ذلك ما أشبهه)

(٤٤) اذا كان المطلوب تحصيل باقى قسمة أى عدد على ٣ فانك تضم ارقامه المعنوية الى بعضها فان زاد المجموع على ٩ جمعت ارقامه وهكذا تستمر فى الجمع على التوالى حتى توصل الى جملة لا تتجاوز ٩ وهذا المجموع الاخير الذى يطرح منه المكرر الا كبر لعدد ٣ الممكن وجوده فيه يدل على الباقى المطلوب وعند جمع الارقام المعنوية يمكن حذف اعداد ٣ و ٦ و ٩ التى هى مكررات قاسم ٣

وذلك لانه قد ثبت انصاف كل عدد هو مكرراً ٩ مضافا اليه مجموع ارقامه المعنوية وحيث ان ٣ يقسم ٩ فكل مكرراً ٩ يكون أيضاً مكرراً ٣ فاذاً يكون أى عدد هو مكرراً ٣ مضافا اليه مجموع ارقامه المعنوية وبناءً على هذا يكون باقى قسمة أى عدد على ٣ هو عين باقى قسمة مجموع ارقامه المعنوية على ٣ كفاى غمرة ٣٦ ومن هذا تنج القاعدة المذكورة

فحينئذ لا جمل ايجاد باقى قسمة ٥٣٦٩٠٢٦٠٧ على ٣ يلزم جمع رقى عدد ١٤ الذى هو مجموع ارقام ٥ و ٢ و ٧ و يطرح ٣ من عدد ٥ الذى هو مجموع رقى ١ و ٤ فيكون ٢ هو باقى قسمة العدد المقروض على ٣

وسبب كان عدد ١٥ الذى هو مجموع ارقام عدد ٥٧٢١ هو مكرراً ٣

يكون العدد المفروض قابلا للقسمة على ٣

فبناء على ما تقدم يلزم لاجل أن يكون العدد قابلا للقسمة على ٣ أن يكون مجموع ارقامه مكررا ٣

(٤٥) لاجل ايجاد باقي قسمة أى عدد على ١١ يلزم تحصيل مجموعين

أحدهما يتألف من جمع ارقام المنازل الوترية بالابتداء من الجهة اليمنى والثاني من ارقام المنازل الشفعية ثم يطرح المجموع الثاني من المجموع الاول مضافا

اليه (أى الى المطروح منه) احد مكررات ١١ اذا اقتضى الحال الاضافة

فان كان باقي الطرح أقل من ١١ دل ذلك على أنه باقى قسمة العدد المفروض

على ١١ وان لم يكن أقل من ١١ أجريت عليه العملية كما أجريتها

على العدد المفروض وهو كذا حتى تتوصل الى باقى يكون أقل من ١١

وهذا الباقى الأخير هو الباقى المطلوب وان كان صفرا دل على ان العدد

المفروض يقبل القسمة على ١١

وليس هنا أنه متى ابتداء فى أى عدد من الجهة اليمنى دل كل من احاد ارقام

المنزلة الوترية على مكرر ١١ مضافا اليه ١ ودل أيضا كل من آحاد

أرقام المنزلة الشفعية على مكرر ١١ ناقصا ١ فنقول

أولا آحاد المنزلة الوترية بالابتداء من المرتبة الثالثة هى عبارة عن ١٠٠

و ١٠٠٠٠ و ١٠٠٠٠٠٠ الخ فاذن يكون

$100 + 99 = 1000$ و $1000 + 9999 = 100000$ و $1 + 999999 = 1000000$ الخ

وحيث ان ٩٩ يقبل القسمة على ١١ فاعداد ٩٩٩٩ و ٩٩٩٩٩٩

وغيرهما المولدة من تسعات شفعية تقبل بالضرورة القسمة على ١١

وذلك لان

$9999 = 9900 + 99$ و $999999 = 990000 + 9900 + 99$ الخ

ويمكن أيضا أن نعتبر آحاد الرتبة الاولى كأنها مكرر ١١ مضافا اليه ١

لان $1 = 0 \times 11 + 1$ فتدل حيثئذ الاآحاد المختلفة من

المنزلة الوترية على مكررات ١١ مضافا اليها ١

ثانياً آحاد المنزلة الشفعية بالابتداء من الرتبة الرابعة هي عبارة عن ١٠٠٠
 و ١٠٠٠٠ الخ أعني ١٠٠ × ١٠ و ١٠٠٠٠ × ١٠ الخ
 فعلى ذلك تحصل مقاديرها بطريقة مشابهة للطريقة السابقة في آحاد المنزلة
 الوترية وذلك بضرب ١٠ في التساوية الأتية وهي ١٠٠ = ٩٩
 + ١ و ١٠٠٠ = ٩٩٩ + ١ الخ فيكون ١٠٠٠
 = ٩٩٠ + ١٠ و ١٠٠٠٠ = ٩٩٩٠ + ١٠ الخ
 وحيث أن ١٠ = ١١ - ١ يكون حيثما بالضرورة
 ١٠ = ١١ - ١ و ١٠٠ = ١١١ - ١١ و ١٠٠٠ = ١١١١ - ١١١ الخ
 وحيث أن أعداد ٩٩٠ و ٩٩٩٠ ونحوهما تقبل القسمة على
 ١١ بموجب ما تقدم في الصورة الأولى فجميع آحاد المنزلة الشفعية تدل
 على مكثرات ١١ ناقصة ١

وبناء على هذا حيث أن كل وحدة من آحاد رقم المنزلة الوترية هي عبارة عن
 مكثّر ١١ مضاف إليه ١ ينتج أن كل رقم معنوي من المنزلة الوترية
 يدل بوضعه على مكثّر ١١ مضاف إليه الرقم المذكور
 ولتمثل ذلك بعدد ٢٧٤٨ فنقول حيث أن الرقم الثالث من هذا العدد
 وهو ٧ يدل على ٧ آحاد من الرتبة الثالثة أو ٧ مآت أو ٧٠٠
 وأن ١٠٠ هي مكثّر ١١ مضاف إليه ١ تكون ٧ مآت مؤلفة
 من مكثّر ١١ المذكور سبع مرات مضافا إليه ٧ في ١ أعني من
 مكثّر ١١ مضافا إليه ٧

وأيضاً حيث أن كل وحدة من آحاد رقم المنزلة الشفعية هي عبارة عن مكثّر
 ١١ ناقصاً ١ ينتج من ذلك أن كل رقم معنوي من المنزلة الشفعية يدل
 بوضعه على مكثّر ١١ ناقصاً الرقم المذكور

ويستنتج من هاتين الخاصيتين الأخيرتين أن كل عدد يكون مكثّر ١١
 مضافاً إليه مجموع أرقام المنازل الوترية مطروحاً منه مجموع أرقام المنازل الشفعية
 لأنه لما كانت الأعداد المعبر عنها بأرقام المنازل الوترية مكثّرات ١١

مضافا اليها تلك الارقام بالتوالي يكون العدد المعبر عنه بجملة ارقام المنازل
الوترية مؤلفا من مجموع مكررات ١١ مضافا اليه مجموع ارقام المنازل الوترية
ويؤثر هذا الى مكرر ١١ مضافا اليه مجموع ارقام المنازل الوترية ويعمل هذا
يكون العدد المعبر عنه بجملة ارقام المنازل الشفعية هو مكرر ١١ ناقصا
مجموع هذه الارقام وبإضافة هذين الجزئين المركب منهما العدد المقروض الى
بعضهما يتألف من مجموع ارقام المنازل الوترية وارقام المنازل الشفعية مكرر
١١ مضافا اليه مجموع ارقام المنازل الوترية مطروحا منه مجموع ارقام المنازل
الشفعية

واذا لم يكن مجموع ارقام المنازل الشفعية أقل من مجموع ارقام المنازل الوترية
يمكن طرح المجموع الثاني من الاول ويكون العدد المقروض هو مكرر ١١
مضافا اليه باقي طرح هذين المجموعين وحينئذ يكون باقي قسمة هذا الفرق
على ١١ هو ٣٦ وهو من باقي قسمة العدد المقروض على ١١ كما في غمرة ٣٦
ومتى كان مجموع ارقام المنازل الوترية أقل من مجموع ارقام المنازل الشفعية فان
هذه الصورة ترجع الى المنة تامة بأن يضاف الى المجموع الاول احد مكررات
١١ على قدر الحاجة لان هذا يؤثر الى اضافة مكرر ١١ المذكور
الى العدد المقروض ولا يتغير بذلك باقي قسمة هذا العدد على ١١
كما في غمرة ٣٦

حينئذ تنتج القاعدة المذكورة مما تقدم

وبوجب هذه القاعدة يكون باقي قسمة ٦٢٤١٠ على ١١ هو ٠
٤ + ٦ مطروحا منه ١ + ٢ أو ١٠ - ٣ أو ٧
وكذلك يكون باقي قسمة ٦٢٤١ على ١١ هو ١ + ٢ + ١١
مطروحا منه ٤ + ٦ أو ١٤ - ١٠ أو ٤ وكذلك باقي
قسمة ٨٢٧٠٨١٩٢٠ على ١١ هو ٨ + ٩ + ٨ + ٧ + ٨
مطروحا منه ٢ + ١ + ٢ أو ٣٢ - ٥ أو ٢٧ أو ٧
- ٢ و ٥

ولاجل أن يكون العدد قابلاً للقسمة على ١١ يكنى أن يكون الفرق الذى بين مجموع ارقام المنازل الوترية والشفعية مكرراً ١١ أو صفراً لانه ينتج من القاعدة المتقدمة أن باقى قسمة هذا العدد على ١١ يكون صفراً

مثلاً اذا كان ١٧٠٨١٩ هو العدد المقروض فجمع ٩ و ٨ و ٧ التى هى ارقام المنازل الوترية فتكون جملها ٢٤ وتجمع أيضاً ١ و ٠ و ١ التى هى ارقام المنازل الشفعية فتكون الجمله ٢ وحيث ان ٢٢ الذى هو فرق هذين المجموعين هو مكرراً ١١ فعدد ١٧٠٨١٩ يقبل بالضرورة القسمة على ١١

(٤٦) متى قسم عدداً وحاصل ضرب سماعلى عدد واحد يحصل من ذلك ثلاثة بواقي فان كان حاصل ضرب الباقيين الاولين أقل من المقسوم عليه كان مساوياً للباقي الثالث وان لم يكن أقل من المقسوم عليه فالتسايقص منه أكبر مكررات المقسوم عليه المتحصريه فتكون النتيجة عتقاً مساوية للباقي الثالث

ولاجل ايضاح ذلك نفرض أن العددين هما ٣١ و ٦٥ وأن المقسوم عليه ٩ فحيث ان ٤ و ٢ هما باقىا قسمة هذين العددين على ٩ كفاى غرة ٤٣ يكون

٣١ مكرراً ٩ مضافاً اليه ٤

و ٦٥ مكرراً ٩ مضافاً اليه ٢

وحيث ان حاصل ضرب ٣١ فى ٦٥ موافق من ٤ حواصل جزئية ناتجة من ضرب كل من جزئى المضروب فى كل من جزئى المضروب فبسه أعنى من حاصل مكررى ٩ ومن حاصل ٢ فى مكرراً ٩ وهى حاصل ٤ فى مكرراً ٩ ومن حاصل ٤ فى ٢ يكون حينئذ مجموع الحواصل الاربعة الدال على حاصل ضرب ٣١ فى ٦٥ هو مكرراً ٩ مضافاً اليه ٢ فى ٤ كفاى الخاصية الثالثة من غرة (٤٠) فاذاً يكون ٢٠١٥ هو حاصل ضرب ٣١ فى ٦٥ ويكون باقى قسمة هذا الحاصل على ٩

هو ٢ + ١ + ٥ أو ٨ أو ٤ × ٢

وحيث أنه يمكن تطبيق تلك البراهين على أعداد أخرى إياها كانت فإن الخاصية المذكورة تثبت لها أيضا

(٤٧) خواص ثمة ٤٣ و ٤٥ و ٤٦ تؤدي إلى طريقة مختصرة جدا في اختبار الضرب بواسطة عددي ٩ و ١١

فإذا اردت عمل الميزان بواسطة ٩ فانك تبحث عن بواقي قسمة كل من المضروب والمضروب فيه والحاصل على المقسوم عليه الذي هو ٩ فان كان حاصل ضرب الباقيين الاولين ناقصا كبر مكتررات المقسوم عليه الذي يمكن القسمة فيه مساويا للباقي الثالث كانت العملية صحيحة والافلا

وطريقة الميزان بواسطة ١١ شبيهة بهذه الطريقة ولتمثل ذلك بماين المثال الاول أن يكون المطلوب تحقيق كون ٤٧٢٨٧٨ هو حاصل ضرب ٥٦٧ في ٨٣٤

فلا جعل عملية الميزان بواسطة ٩ تبحث عن بواقي قسمة كل من اعداد ٥٦٧ و ٨٣٤ و ٤٧٢٨٧٨ على ٩ فتجد البواقي هي ٠ و ٦ و ٠ وحيث كان ٠ الذي هو حاصل ضرب الباقيين الاولين مساويا للباقي الثالث فالضرب حينئذ صحيح لاخطأ فيه

ولا جعل عملية الميزان بواسطة ١١ تبحث عن ٦ و ٩ و ١٠ التي هي بواقي قسمة كل من اعداد ٥٦٧ و ٨٣٤ و ٤٧٢٨٧٨ على ١١ وحيث كان ٥٤ الذي هو حاصل ضرب الباقيين الاولين طرورا منه ١١ في ٤ مساويا للباقي الثالث الذي هو ١٠ فالضرب أيضا صحيح لاخطأ فيه

المثال الثاني أن يكون المطلوب تحقيق كون ٢٤٤٥١ هو حاصل ضرب ٣٢٦ في ٧٥

فلا جعل عملية الميزان بواسطة ٩ تبحث عن ٢ و ٣ و ٧ التي هي بواقي قسمة كل من اعداد ٣٢٦ و ٧٥ و ٢٤٤٥١ على ٩

وحيث ان ٦ الذي هو حاصل ضرب الباقيين الاولين غير مساو للباقي الثالث وهو ٧ فالعملية بالضرورة فاسدة

ولاجل عملية الميزان بواسطة ١١ تبصت عن ٧ و ٩ و ٩ التي هي بواقي قسمة ٢٢٦ من ٧٥ و ٢٤٤٥١ على ١١ وحيث ان ٦٣ الذي هو حاصل ضرب الباقيين الاولين مطروحاً منه ١١ \times ٥ غير مساو للباقي الثالث الذي هو ٩ فالحاصل الذي هو ٢٤٤٥١ غير صحيح

(تنبيه) وحيث ان باقي قسمة اى عدد على ٩ لا يتغير متى كبر او صغر هذا العدد بقدر مكرر ٩ فانه ينتج من ذلك انه اذا اتفق ان غلطات العملية تكون على وجه بحيث ان الخطأ السكلى الحاصل في نتيجة الضرب يكون مكرر ٩ لم يظهر الميزان بواسطة ٩ الخطأ المذكور

مثلاً اذا ضربنا ٤٧ في ١٢ ووجدنا الحاصل ٥٨٢ لم يدل الميزان بواسطة ٩ على خطأ في العملية مع أن النتيجة قد سكبت بقدر ٩ \times ٢

وبمثل هذا لا يحتل الميزان بواسطة ١١ اذا كانت الغلطات المتحصلة على وجه بحيث يكبر الحاصل الناتج او يصغر بقدر مكرر ١١

ونحيث ان المقسوم ناقصا الباقي الاخير يساوى حاصل ضرب المقسوم عليه في خارج القسمة فالطريقة المتقدمة تؤدي الى اجراء عملية ميزان القسمة بواسطة ٩ و ١١

ومتى علمنا الميزان بواسطة ٩ و ١١ ولم يدل على خطأ في العملية كانت النتيجة صحيحة بالكلية لانه ان كان هناك خطأ فلا يمكن أن يكون الا مكرر ٩ \times ١١ اى ٩٩ (كافى غرة ٥٩)

مثلاً لنفرض أن المطلوب تحقيق كون ٤٧٣٣٧٣ هو حاصل ضرب ٥٦٧ في ٨٣٤

فالميزان بواسطة ٩ و ١١ لا يدل على خطأ في العملية ومع ذلك فعدد

٤٧٣٣٧٣ ليس هو حاصل ضرب ٥٦٧ في ٨٢٤ لان الحاصل
الصحيح هو ٤٧٢٨٧٨ فاذن الخطأ المحصل هو ٤٧٢٣٨٣ -
٤٧٢٨٧٨ اى ٥٠٩٩

(الفصل الثالث)

في الاعداد الاولى والقاسم الاعظم المشترك وخواص القواسم الاولى
والبحث عن قواسم الاعداد وعن خواص تلك القواسم

(٤٨) العدد الاول هو الذى لا يقبل القسمة الا على نفسه او على الواحد

وخواص غرقى ٤٠ و ٤٥ وما ينم ما تكون وسيلة الى ايجاد الاعداد

الاولية وذلك لانه بموجب الخواص المذكورة تكون الاعداد المنتهية برقم

من ارقام ٢ و ٤ و ٦ و ٨ قابلة للقسمة على ٢ وتكون

الاعداد المنتهية برقم ٥ قابلة للقسمة على ٥ وكل عدد مجموع ارقام

مكرر ٣ فهو قابل للقسمة على ٣ وكل عدد كان الفرق بين مجموع ارقام

منازلة الشفعية ومجموع ارقام منازلة الوترية مكرر ١١ او صفرا فهو قابل

للقسمة على ١١ فاذن لا يكون احد هذه الاعداد اوليا (ماعدا ٢ و ٣

و ٥ و ١١) فحينئذ لا يلزم البحث عن الاعداد الاولى الا فى اعداد

٢ و ٣ و ٥ و ٧ و ١١ و ١٣ و ١٧ و ١٩

و ٢٣ و ٢٩ و ٣١ و ٣٧ و ٤١ و ٤٣ و ٤٧

و ٤٩ و ٥٣ و ٥٩ و ٦١ و ٦٧ و ٧١ و ٧٣

و ٧٩ و ٨٣ و ٨٩ و ٩١ و ٩٧ و ١٠١ و ١٠٣

و ١٠٧ و ١٠٩ و ١١٣ و ١١٩ و ١٢٧ و ١٣١

و ١٣٣ و ١٣٧ و ١٣٩ و ١٤٩ و ١٥١ و ١٥٧

و ١٦١ و ١٦٣ و ١٦٧ و ١٦٩ و ١٧٣ و ١٧٩

و ١٨١ و ١٩١ الخ

وكذلك الاعداد التى لا تقبل القسمة على عدد من الاعداد الاولى التى هى اقل

من نصفها تكون ايضا اعدادا اولية لان العدد لا يمكن أن يقبل القسمة على

فانهم اكبر من نصفه كما في الخاصية الثامنة من نمرة (٤٠) وبهذه الطريقة
تكون الاعداد الأولية هي

٢	٣	٥	٧	١١	١٣	١٧	١٩
٢٣	٢٩	٣١	٣٧	٤١	٤٣	٤٧	٥٣
٥٩	٦١	٦٧	٧١	٧٣	٧٩	٨٣	٨٩
٩٧	١٠١	١٠٣	١٠٧	١٠٩	١١٣	١٢٧	١٣١
١٣٧	١٤٩	١٥١	١٥٧	١٦٣	١٦٧	١٧٣	١٧٩
١٨١	١٩١	١٩٣	١٩٧	١٩٩	٢١١	٢٢٣	٢٢٧
٢٢٩	٢٣٣	٢٣٩	٢٤١	٢٤٩	٢٥١	٢٥٧	٢٦٣
٢٦٩	٢٧١	٢٧٧	٢٨١	٢٨٣	٢٩٣	٣٠٧	٣١١
٣١٣	٣١٧	٣٢١	٣٢٧	٣٣٧	٣٤٧	٣٥٣	٣٥٩
٣٦٧	٣٧٣	٣٧٩	٣٨٣	٣٨٩	٣٩٧	٤٠١	٤٠٩
٤١٩	٤٢١	٤٣١	٤٣٣	٤٣٩	٤٤٣	٤٤٩	٤٥٧
٤٦١	٤٦٣	٤٦٧	٤٧٩	٤٨٧	٤٩١	٤٩٩	٥٠٣
٥٠٩	٥٢١	٥٢٣	٥٢٩	٥٣١	٥٣٣	٥٤١	٥٤٧
٥٥٧	٥٦٣	٥٦٩	٥٧١	٥٧٧	٥٨٧	٥٩٣	٥٩٩
٦٠١	٦٠٧	٦٠٩	٦١١	٦١٣	٦١٧	٦١٩	٦٢١

والاعداد ان اذ لم يكن لها عامل مشترك فهما اوليان معا فمثلا ٢١ و ٢٣
او ٢ × ٥ و ٣ × ٧ هما اوليان معا ويقال ايضا ان ١٠ والى
مع ٢١

وكل عدد من اوليين فهما دائما اوليان معا
وكل عدد من صيغتين متواليتين فهما اوليان معا لانه لو كان لهما عامل مشترك

كان فرقهما وهو ١ قابلا للقسمة على العامل الذي كور كما في الخاصية الثالثة من غرة ٤٠ وهذا مستحيل

والعوامل والقواسم التي هي اعداد اولية تسمى أيضا بالعوامل الأولية والقواسم الأولية فحيث ٣٥ هو حاصل ضرب عاملي ٥ و ٧ الاولين و ٥ و ٧ هما القاسمان الاوليان لعدد ٣٥

(٤٩) اكبر جميع القواسم المشتركة بين عدة اعداد يسمى القاسم المشترك الاعظم لهذه الاعداد

ولنبين اولا كيفية استخراج القاسم المشترك الاعظم بين عددين فنقول لاجل توضيح ذلك نفرض عددي ٤٨ و ١٨ فحيث ان قاسمها المشترك الاعظم لا يتجاوز ١٨ يؤل الامر الى قسمة ٤٨ على ١٨ لانه في صورة ما اذا اثيرت عملية القسمة بدون باق يكون ١٨ هو القاسم المشترك الاعظم المطلوب ولا يتبقى ذلك في مثالنا هذا لان خارج قسمة ٤٨ على ١٨ هو ٢

ويبقى ١٢ فاذن يكون $48 = 18 \times 2 + 12$ كما في غرة (٣٠) وينتج من هذه المساوية ومن خواص غرة (٤٠) أن القاسم المشترك الاعظم بين ٤٨ و ١٨ هو عين القاسم المشترك الاعظم بين ١٨ و ١٢ وذلك لان كل قاسم مشترك بين ٤٨ و ١٨ يقسم كلا من المجموع الذي هو ٤٨ واحدا اجزائه وهو 18×2 (كما في الخاصية الخامسة من غرة ٤٠) فاذن يقسم الجزء الثاني وهو ١٢ كما في الخاصية السادسة من غرة (٤٠) وأيضا حيث ان $18 = 12 + 6$ كل قاسم مشترك بين ١٨ و ١٢ يقسم كلا من جزئي 18×2 و ١٢ يلزم حيثئذ أن يقسم المجموع وهو ٤٨ كما في الخاصية الاولى من غرة (٤٠) فنكون حيثئذ القواسم المشتركة بين ٤٨ و ١٨ هي عين القواسم المشتركة بين ١٨ و ١٢ فلهذا يكون القاسم المشترك الاعظم بين ٤٨ و ١٨ هو عين القاسم المشترك الاعظم بين ١٨ و ١٢

وحيث انه يمكن تطبيق تلك البراهين على اعداد اخرها كما كانت فان كل قاسم

مشارك بين عددين يقسم باقي قسمتها وكل قاسم مشترك اعظم بين عددين هو
 عين القاسم المشترك الاعظم بين اصغرهما وباقي قسمة الاكبر على الاصغر
 فتول المسئلة حينئذ الى البحث عن استخراج القاسم المشترك الاعظم بين
 ١٨ و ١٢ ولاجل تحصيله تقسم ١٨ على ١٢ فيكون خارج
 القسمة ١ ويبقى ٦ الا ان القاعدة التي ذكرناها تقتضي ان القاسم المشترك
 الاعظم بين ١٨ و ١٢ هو عين القاسم المشترك الاعظم بين ١٢
 و ٦ فاذن يكون ٦ هو القاسم المشترك الاعظم لآخر لان ٦ تقسم
 ١٢ فعلى هذا يكون ٦ هو القاسم المشترك الاعظم بين ٤٨ و ١٨ وقد
 جرت العادة بوضع صورة العملية على هذا الاسلوب

خارج القسمة		٢	١	٢	
		١٨	١٢	٤٨	
		١٢	١٢	٣٦	مقسوم ومقسوم عليه
		٠٦	٠٠	١٢	بواقي

(٥٠) متى اردت استخراج القاسم المشترك الاعظم بين عددين ايما كانا
 فاقسم العدد الاكبر على الاصغر فان كان الباقي صفرا كان العدد الاصغر
 هو القاسم المشترك الاعظم المطلوب وان بقي باقي فاقسم اصغر العددين
 المقروضين على هذا الباقي فان كان باقي هذه القسمة صفرا كان الباقي الاول هو
 القاسم المطلوب والا فاقسم الباقي الاول على الباقي الثاني فان كان الباقي الثالث
 صفرا كان الباقي الثاني هو القاسم المطلوب والا فاقسم الباقي الثاني على الباقي
 الثالث وهكذا تسمر على تقسيم البواقي المتتالية على بعضها حتى تصل الى
 خارج قسمة صحيح فيكون الباقي الذي يقسم الباقي المتقدم قسمة صحيحة هو
 القاسم المشترك الاعظم المطلوب

(٥١) يستخرج من برهان ثمة ٤٩ أن كل قاسم مشترك بين عددين
 يقسم البواقي المتتالية التي تحصل عند البحث عن القاسم المشترك الاعظم
 وأن القاسم المشترك الاعظم بين عددين هو عين القاسم المشترك الاعظم بين

باقين متتابعين ايما كانا وبقى على ذلك نتائج
الاولى كل باق يقسم الباقي المتقدم عليه فبقية صحيحة فهو القاسم المشترك الاعظم
بين العددين المقروضين

الثانية كل قاسم مشترك بين عددين فهو قاسم لقاسميهما المشترك الاعظم
الثالثة اذا بقى باق مساو للواحد او بقى باقيان متواليان وكانا اوليين معا وبقى
باق واحد وكان اوليا ولا يقسم الباقي المتقدم عليه فانه في هذه الصور لا يكون
للعددين المقروضين قاسم مشترك غير الواحد ويكون هذان العددان
اوليين معا

الرابعة اذا كان هناك عددان اوليان معا فان البحث عن قاسميهما المشترك
الاعظم يؤدي بالضرورة الى باق مساو للواحد

(٥٢) عدد القسم التي تحصل لاجل استخراج القاسم المشترك الاعظم بين
عددين لا يتجاوز اصلان نصف اصغر العددين المقروضين

وذلك انه متى وصلنا الى باقين متواليين تقاضاهما ١ فبقية احدهما
على الآخر يصير الباقي ١ وهذا يدل على أن العددين المقروضين ليس لهما
عامل مشترك وعليه فمضى كان للعددين المقروضين قاسم مشترك غير الواحد فان
البواقي المتوالية تنقص اقل ما يكون في كل قسمة اثنين من الاتحاد

(٥٣) يستنتج من قواعد غرنى ٣٧ و ٥٠ أنه متى علمت البواقي
المتوالية المتحصلة من البحث عن القاسم المشترك الاعظم بين عددين وكان
المطلوب تحصيل البواقي التي يتوصل بها الى البحث عن القاسم المشترك الاعظم
بين حاصل ضرب هذين العددين في عدد مقروض يكفي في ذلك ضرب جميع
البواقي المتحصلة من العملية الاولى في العدد المقروض

وعليه فيقال حيث ان البحث عن القاسم المشترك الاعظم بين ٤٨ و ١٨
يؤدي الى باقين هما ١٢ و ٦ يعلم ان البحث عن القاسم المشترك الاعظم
بين ٤٨ × ٧ و ١٨ × ٧ يؤدي الى باقين هما ١٢ × ٧

٧ × ٦

تنبه . حيث ان الباقي الذي يقسم الباقي المتقدم عليه هو القاسم المشترك
الاعظم بين عددين يراد استخراج قاسمهما المشترك الاعظم كما في الخاصية الاولى
من نمرة ٥١ يستخرج من قاعدية الثمرة المذكورة هنا أنه متى وجد القاسم
المشترك الاعظم بين عددين واريد استخراج القاسم المشترك الاعظم بين حاصل
ضرب هذين العددين في عدد مفروض يكفي في ذلك ضرب القاسم المشترك
الاعظم المحصل في العدد المفروض

مثلا حيث ان ٦ هو القاسم المشترك الاعظم بين ٤٨ و ١٨ يعلم
ان القاسم المشترك الاعظم بين ٤٨ × ٧ و ١٨ × ٧ هو ٦
٧ × ٤٨ حيث كان الباقى من ٤٨ يقسم ٦ و الباقي هو
عدد ٦ الذي يقسم ١٢ وهو الباقي المحصل من القسمة المتقدمة
فالبحث عن القاسم المشترك الاعظم بين ٤٨ × ٧ و ١٨ × ٧
يؤدى بالضرورة الى باقين هما ١٢ × ٧ و ٦ × ٧ اللذان يقبل
احدهما القسمة على الآخر حيث ان عدد ٦ قسم ١٢ فحينئذ يكون
٧ × ٦ هو القاسم المشترك الاعظم بين ٤٨ × ٧ و ١٨ × ٧
كما في الصورة الاولى من نمرة ٥١

(٥٤) وبما تقدم يسهل استخراج القاسم المشترك الاعظم بين عدة اعداد
مثلا اذا كان المطلوب استخراج القاسم المشترك الاعظم بين ٤٨ و ١٨
و ١٥ يبحث اولاً عن القاسم المشترك الاعظم بين ٤٨ و ١٨ وهو
٦ وعن القاسم المشترك الاعظم بين ٦ و ١٥ وهو ٣ فيكون
العدد الاخير هو القاسم المشترك الاعظم المطلوب لانه لما كان كل قاسم مشترك
بين ٤٨ و ١٨ و ١٥ يقسم ٤٨ و ١٨ و ١٥ كان ايضا يقسم ٦
كما في الصورة الثانية من نمرة ٥١ وحينئذ فهو قاسم اعداد ٦ و ١٥
لكن حيث ان عدد ٦ هو العامل بين ٤٨ و ١٨ فكل قاسم
مشترك بين ٦ و ١٥ يقسم ٤٨ و ١٨ و ١٥ فاذن يكون

القاسم المشترك الاعظم بين ٤٨ و ١٨ و ١٥ هو عين القاسم المشترك الاعظم بين ٦ و ١٥

وعليه فالقاسم المشترك الاعظم بين ثلاثة اعداد هو عين القاسم المشترك الاعظم بين احدها والقاسم المشترك الاعظم بين العددين الاخيرين منها

وحيث ان كل قاسم مشترك بين ٤٨ و ١٨ و ١٥ يقسم ٦ و ١٥ فهو ايضا يقسم القاسم المشترك الاعظم بين ٦ و ١٥ وهذا القاسم المشترك الاخير هو عين القاسم المشترك الاعظم بين ٤٨ و ١٨ و ١٥

فاذن كل قاسم مشترك بين ثلاثة اعداد يقسم قاسمها المشترك الاعظم ومتى اريد استخراج القاسم المشترك الاعظم بين عدة اعداد يكفي في ذلك ان يبحث بالتوالي عن القاسم المشترك الاعظم بين الاول والثاني ثم عن القاسم المشترك الاعظم بين القاسم الاعظم المشترك المتوصل والمحدد الثالث وهكذا حتى يتوصل الى آخر الاعداد المقروضة فيكون القاسم المشترك الاعظم المتوصل من العملية الاخيرة هو القاسم المشترك الاعظم بين الاعداد المقروضة وزيادة على ذلك كل قاسم مشترك بين عدة اعداد يقسم قاسمها المشترك الاعظم

وبهذه الكيفية يعلم ان عدد ١٨ هو القاسم المشترك الاعظم بين ٩٠ و ١٢٦ و ٥٤٠

(٥٥) متى علم القاسم المشترك الاعظم بين اعداد مختلفة واريد استخراج القاسم المشترك الاعظم بين الخواصل الناتجة من ضرب هذه الاعداد في عدد مقروض يكفي في ذلك ضرب اول قاسم مشترك اعظم في العدد المقروض وهذه الخاصية ناتجة من القواعد المقررة في غرقى ٥٤ و ٥٣

مثلا اذا كان المطلوب استخراج القاسم المشترك الاعظم بين ٤٨ و ١٨ و ١٥ فيوجب القاسم المقدر في غرقى ٥٤ يبحث أولا عن القاسم المشترك الاعظم بين ٤٨ و ١٨ فيكون عدد ٦ الباقي الذي يقسم الباقي المتقدم عليه وهو ١٢ هو القاسم المشترك الاعظم بين ٤٨ و ١٨

ثم يبحث عن القاسم المشترك الاعظم بين ٦ و ١٥ فيكون القاسم المشترك
الاعظم بين ٤٨ و ١٨ و ١٥ هو عدد ٣ الباقي الذي يقسم الباقي
المتقدم عليه وهو ٦ قسمة صحيحة

فاذا ضربنا الآن كلا من اعداد ٤٨ و ١٨ و ١٥ الثلاثة في ٧
نتج من تنبيه نمرة ٥٣ أن القاسم المشترك الاعظم بين ٤٨ \times ٧
و ١٨ \times ٧ هو ٧ \times ٦ وأن القاسم المشترك الاعظم بين ٦ \times ٧
و ١٥ \times ٧ هو ٧ \times ٣ فاذن يكون القاسم المشترك الاعظم بين
اعداد ٤٨ \times ٧ و ١٨ \times ٧ و ١٥ \times ٧ هو ٧ \times ٣ كما
في نمرة (٥٤) وبذلك يثبت المطلوب

(٥٦) اذا قسمت عدة اعداد على قاسم مشترك الاعظم لم تكن خوارج
القسمة قابلة للقسمة على قاسم مشترك واحد

مثلا اذا قسمت اعداد ٤٨ و ١٨ و ١٥ على قاسمها المشترك الاعظم
الذي هو ٣ فخوارج القسمة هي ١٦ و ٦ و ٥ لا تقبل القسمة
على قاسم واحد اذ لو فرض لها قاسم مشترك اعظم كعدد ٢ مثلا كانت
تلك الاعداد الناقصة من ضرب ١٦ و ٦ و ٥ في ٢ قابلة للقسمة
على القاسم المشترك الاعظم وهو ٢ \times ٣ كما في نمرة ٥٥ وهو خلاف
القاعدة

وكذلك الحكم في صورة ما اذا قسمت عدة اعداد مفروضة على عدد واحد فان
خوارج القسمة فيها لا تقبل القسمة على قاسم مشترك واحد وانما العدد الذي
استعمل قاسما يكون هو القاسم المشترك الاعظم بين هذه الاعداد المفروضة
مثلا حيث ان قسمة اعداد ٤٨ و ١٨ و ١٥ على ٣ لا تقبل
خوارجها وهي ١٦ و ٦ و ٥ القسمة على قاسم مشترك واحد
فعدد ٣ هو القاسم المشترك الاعظم بين ٤٨ و ١٨ و ١٥ لانه
لا كان القاسم المشترك الاعظم بين خوارج القسمة التي هي ١٦ و ٦
و ٥ هو ١ كان القاسم المشترك الاعظم بين الخواصل التي هي ٤٨

و ١٨ و ١٥ الناتجة من ضرب تلك الخواارج في ٣ هو ١ × ٣
كافي غرة ٥٥ او ٣

(٥٧) اذا كان هناك عدد يقسم حاصل ضرب عددين صحيحين فان كان هذا
العدد اوليا مع احد هذين العاملين فانه بالضرورة يقسم العامل الآخر
مثلا اذا فرضنا أن عدد ٦ يقسم ٣٥ × ١٢ وكان هذا العدد اوليا
مع ٣٥ فالبحث عن القاسم المشترك الاعظم بين ٣٥ و ٦ يؤدي
الى باق هو ١ كافي النتيجة الرابعة من غرة ٥١ وعليه فالبحث عن القاسم
المشترك الاعظم بين ٣٥ × ١٢ و ٦ × ١٢ يؤدي الى باق
هو ١ × ١٢ او ١٢ كافي غرة ٥٣ وحيث فرضنا أن عدد ٦
يقسم ٣٥ × ١٢ وكان هذا العدد ايضا يقسم ٦ × ١٢ فالباقي
وهو ١٢ المحصل من البحث عن القاسم المشترك الاعظم بين ٣٥ × ١٢
و ٦ × ١٢ يقبل القسمة على ٦ كافي غرة ٥١ وبهذا تثبت القاعدة
المذكورة

(٥٨) كل عدد اولي يقسم حاصل ضرب فهو بالضرورة يقسم احد عوامل
ذلك الحاصل

مثلا اذا كان عدد ٧ الاول يقسم حاصل ضرب ٩ × ١٨ × ٣٥
فان كان هذا العدد لا يقسم ٩ كان عدد ٧ وعدد ٩ اوليين معا
وحيث انه يعتبر اعتبار ٩ × ١٨ × ٣٥ بحاصل ضرب ٩
× ١٨ × ٣٥ كافي غرة ١٧ فعدد ٧ يقسم هذا الحاصل
ويكون اوليا مع ٩ فاذن عدد ٧ يقسم ١٨ × ٣٥ كافي غرة ٥٧
ويبرهن بمثل ذلك على أنه اذا كان عدد ٧ لا يقسم ١٨ الذي هو واحد
من عوامل حاصل ضرب ١٨ × ٣٥ فعدد ٧ وعدد ١٨ اوليان معا
فيبتد عدد ٧ يقسم ٣٥ كافي غرة ٥٧

تنبيهان * الاول كل قاسم اولي لقوة أي عدد كان فهو بالضرورة قاسم
للعدد المذكورة

الثاني والقوى الأولية لعدد ١٠ وهي ١٠ و ١٠٠ و ١٠٠٠
 الخ لا تقبل القسمة على قواسم اخرها الأولية غير ٢ و ٥ لانهما كان كل قاسم
 اولي لاحدى تلك القوى يقسم عدد ١٠ الذي هو حاصل ضرب عددي
 ٢ و ٥ الاولين معا لا يمكن أن يكون هذا القاسم غير ٢ أو ٥

(٥٩) اذا كان هناك عدد يقبل القسمة على اعداد اولية مع بعضها مثنى كان
 أيضا قابلا للقسمة على حاصل ضربها

مثلا حيث كان عدد ٣٦٠ يقبل القسمة على كل من اعداد ٤ و ٥
 و ٩ التي هي اولية مع بعضها مثنى في يقال ان العدد المذكور وهو ٣٦٠
 يقبل القسمة على حاصل ضرب ٤ × ٥ × ٩ وذلك لانهما كان ٣٦٠
 يقبل القسمة على ٤ وكان هو خارج القسمة ٩٠ ~~وكان هو خارج القسمة ٩٠~~
 ٤ × ٩٠

وحيث ان عدد ٥ يقسم ٣٦٠ الذي هو حاصل ضرب ٤ × ٩٠
 وكان عدد ٥ اوليا مع ٤ فعدد ٥ حيث يقسم ٩٠ كما في غرة ٥٧
 ولما كان خارج القسمة ١٨ كان ٩٠ = ١٨ × ٥

وحيث ان عدد ٩ يقسم ٩٠ × ٤ وهو اولي مع ٤ فهو حيث يقسم
 يقسم ٩٠ وبناء على ذلك يقسم أيضا ١٨ × ٥ وحيث انه اولي
 مع ٥ فهو حيث يقسم ١٨ ولما كان خارج القسمة ٢ كان ١٨
 = ٢ × ٩

وهذه المساواة وهي ٩٠ = ١٨ × ٥ تؤل الى ٩٠ = ٢
 × ٩ × ٥ ويجب هذه المساواة الاخيرة تؤل هذه المساواة وهي
 ٣٦٠ = ٩٠ × ٤ الى

٣٦٠ = ٢ × ٩ × ٥ × ٤ = ٢ × (٤ × ٥ × ٩) كما في غرة ١٧
 وحيث ان عدد ٣٦٠ هو حاصل ضرب ٢ في ٩ × ٥ × ٤
 فهو قابل للقسمة على ٩ × ٥ × ٤ وبهذا ثبت القاعدة المذكورة
 (٦٠) حيث ان كل عددين اوليين هما دائما اوليان معا فيقتضى غرة ٥٩

يتضح انه متى كانت اعداد اولية تقسم عددا مفروضا تكون خواصه ضرب
هذه الاعداد الاولية مثنى او ثلاث الخ فواسم ذلك العدد المفروض

مثلا حيث ان عدد ٢١٠ يقبل القسمة على كل من اعداد ٢ و ٣
و ٥ و ٧ الاولية فواصل $2 \times 3 \times 5 \times 7$ و $2 \times 3 \times 5 \times 7$
و $2 \times 3 \times 5 \times 7$ و $2 \times 3 \times 5 \times 7$ و $2 \times 3 \times 5 \times 7$
تكون فواسم لعدد ٢١٠ المذكور

تنبيه * يؤخذ من هذه القاعدة مع قاعدة في غرة ٤١ و ٤٤ انه يمكن
في جعل العدد قابلا للقسمة على ٦ ان يكون هذا العدد شفا وان مجموع
ارقامه يقبل القسمة على ٣ وبكفي في جعله قابلا للقسمة على ١٥
ان مجموع ارقامه يقبل القسمة على ٣ ويكون العدد منتهيا بصفر او ٥
فحينئذ يكون قابلا للقسمة على ٦

(٦١) اذا كان هناك عدنان اوليان معا فكل قوة لاحدهما تكون اقوية
اي قوة لا آخر

مثلا لنفرض ان ١٤ و ٣٣ هما العدنان الاوليان معا فيقال ان ١٤
و ٣٣ هما ايضا اوليان معا اذ لو فرض خلاف ذلك لقسهما معا عددا اولي
وعليه فيكون هذا العدد قاسما ايضا للعددي ١٤ و ٣٣ كما في التنبيه
الاول من غرة ٥٨ وهذا خلافا للقاعدة

(٦٢) اذا كان هناك عددا اولي مع اعداد اخر فهو ايضا اولي مع حاصل
ضرب تلك الاعداد

مثلا لنفرض ان عدد ٩١ اولي مع كل من اعداد ٦ و ١٢ و ١٥
فان ٩١ اولي مع $6 \times 12 \times 15$ اذ لو فرض خلاف ذلك
لكان ٩١ قابلا للقسمة على ٩١ و $6 \times 12 \times 15$ وعليه
فيقسم هذا العدد احدى عوامل ٦ و ١٢ و ١٥ كما في غرة ٥٨
فحينئذ يكون عدد ٩١ قابلا للقسمة مع احدى اعداد ٦ و ١٢

١٥ وهذا خلاف القاعدة

(٦٣) اذا كان هناك عدد اولي مع عدد آخر فهو ايضا اولي مع جميع قواه

ويصح استنباط ذلك من كل من القاعدتين المتقدمتين

(٦٤) لا يمكن تحليل اى عدد الى عوامل اولية الا بطريقة واحدة بمعنى ان

الطريقة التي يتوصل بها الى تحليل العدد الى عوامل اولية لا بد ان يتوصل بها

الى معرفة تلك العوامل الاولى. فمشارا اليها بالاسم المتحدة ولا يتغير في ذلك

الوضع تلك العوامل ولتمثل لهذه القاعدة بعدد ٣٦٠ فاذا سلكت في ذلك

طريقة من الطرق وجدنا عدد $٣٦٠ = ٢ \times ٢ \times ٣ \times ٣ \times ٥$

فاذا سلكت طريقة اخرى وجدنا بالضرورة عوامل ٢ و ٣ و ٥

بينها ومن المعلوم انه لا يمكن ان نجد في ٣٦٨ عوامل اولية اخرى غير

٢ و ٣ و ٥ لانه بموجب قاعدة غرة ٥٨ لا يمكن ان يكون

كل قاسم اولي لعدد ٣٦٠ الا احدا اعداد ٢ و ٣ و ٥ لان

كل قاسم اولي للعدد المذكور يقسم احد عوامل ٢ و ٣ و ٥ التي

هي العوامل الاولى لعدد $٢ \times ٢ \times ٣ \times ٣ \times ٥$ وزيادة على ذلك اذا تحليل

٣٦٠ بطريقة اخرى الى عوامل اولية لم يكن لاحد عوامل ٢ و ٣

و ٥ اس غير الاس المجهول في $٢ \times ٢ \times ٣ \times ٣ \times ٥$ فاذا فرضنا ان

٣٦٠ يحتوي على عامل ٧ مثلاً وان $٣٦٠ = ٧ \times ٣ \times ٣ \times ٥$

$\times ٥$ مثلاً فنحن حيث انه قد ظهر ان $٣٦٠ = ٢ \times ٢ \times ٣ \times ٣ \times ٥$

يفتح ان $٧ \times ٣ \times ٣ \times ٥ = ٣٦٠$ ويقتضي كل من

الطرفين على ٣ يكون

$$٧ \times ٣ \times ٥ = ٢ \times ٢ \times ٣ \times ٣ \times ٥$$

وحيث ان $٧ \times ٣ \times ٥$ يقبل القسمة على ٢ يلزم ان عدد ٢

$\times ٥$ يقبل القسمة ايضا على المقسوم عليه وهو ٢ وذلك محال كما في غرة ٥٨

فثبتت القاعدة المذكورة

(٦٥) اذا اردت ان تحليل اى عدد الى عوامل اولية فاقسم هذا العدد بالتوالي

على كل من الأعداد الأولية التي لا تقبل انصافه وهي ٢ و ٣ و ٥ الخ
فإن لم تصح قسمة من هذه القسومات كان العدد المذكور عددا أوليا كافي الخاصية
الثامنة من غمرة ٤٠ وإن كان القسمة خارج صحيح فاقسم هذا الخارج على
العدد الأول المقسوم عليه فإن كان خارج هذه القسمة صحيحا أيضا فاقسمه على
ذلك العدد الأول بعينه وهكذا تستمر على القسمة حتى تحصل لك خارج قسمة
لا يقبل القسمة على العدد الأول المقسوم عليه ثم تجري العملية على هذا الخارج
الآخر كما جرت بها على العدد المقروض مع ملاحظة أن هذا الخارج لا يقبل
القسمة الأعلى أعدادا أولية أكبر من العدد المقسوم عليه وهكذا تستمر في إجراء
العملية حتى تتوصل إلى خارج يكون عددا أوليا ويكون العدد المقروض
مساويا لحاصل ضرب خارج القسمة الأخير في جميع الأعداد المقسوم عليها
ولنمثل ذلك بمثالين

المثال الأول أن يكون المطلوب تحليل العدد ١١٥٥ إلى عوامله الأولية
فهذا العدد لا يقبل القسمة على ٢ كافي غمرة ٤١ وإنما يقبل القسمة على
٣ كافي غمرة ٤٤ ويكون خارج القسمة ٣٨٥ فعلى هذا يكون

$$١١٥٥ = ٣ \times ٣٨٥$$

ونؤول المسئلة إلى تعيين العوامل الأولية التي في ٣٨٥ فيقال إن هذا
العدد لا يقبل القسمة على ٣ كافي غمرة ٤٤ لكنه يقبل القسمة على ٥
كافي غمرة ٤٢ ويكون خارج القسمة ٧٧ فاذن يكون

$$٣٨٥ = ٥ \times ٧٧ \text{ و } ١١٥٥ = ٣ \times ٥ \times ٧٧$$

فلم يبق علينا إلا تحليل عدد ٧٧ إلى عوامله الأولية لكن هذا العدد
لا يقبل القسمة على ٥ كافي غمرة ٤٢ وإنما يقبل القسمة على ٧ ويكون
الخارج ١١ وحيث إن هذا الخارج عددا أوليا فعدد $١١٥٥ = ٣$

$$١١ \times ٧ \times ٥ \times ٣$$

وصورة وضع العملية هكذا

١١٥٥	٣
٣٨٥	٥
٧٧	٧
١١	١١

المثال الثاني ان يكون المطلوب تحليل عدد ٩٨٠٠ الى عوامله الاولى

$$٢ \times ٢ \times ٢ \times ٥ \times ٧ \times ١١ = ٩٨٠٠$$

وسبق قريبا ان تحليل العدد الى عوامله الاولى واسطة في ايجاد جميع قواسمه

وفي استخراج القاسم المشترك الاعظم لعدة اعداد وفي تعيين جميع القواسم

المشتركة بين عدة اعداد وفي ايجاد اصغر عدد يقبل القسمة على اعداد معينة

(٦٦) اذا اردت ايجاد جميع القواسم التي يجب ان يكون لها ذلك العدد المشترك الى

عوامله الاولى كما في غرة ٦٥ فتكون تلك العوامل وحواصل ضربها

مثنى وثلاث ورباع وهكذا هي القواسم المطلوبة كما في غرة ٦٠ ولتمثل ذلك

بمثالين

المثال الاول ان يكون المطلوب ايجاد جميع قواسم عدد ١١٥٥ فطريق

ذلك ان تحلل اول العدد المذكور الى عوامله الاولى فترى ١١٥٥

$$= ٢ \times ٥ \times ٧ \times ١١$$

كافي غرة ٦٥ فتكون اعداد ٣

و ٥ و ٧ و ١١ وحواصل ضربها مثنى وثلاث هي القواسم المطلوبة

وبهذه الطريقة تكون قواسم عدد ١١٥٥ هي

٢ و ٥ و ٧ و ١١ و ١٥ و ٢١ و ٣٣ و ٣٥ و ٥٥ و ٧٧ و

١٠٥ و ١٦٥ و ٢٣١ و ٣٨٥

ويصح تركيب هذه القواسم بوضعها على هذا المثال

١١	٣٣	٥٥	١٦٥	٧٧	٢٣١	٣٨٥	١١٥٥
٧	٢١	٣٥	١٠٥				
٥							

بأن تضع القواسم الأولية وهي ٢ و ٥ و ٧ و ١١ على صورة
 عود قائم ثم تضرب القاسم الثاني وهو ٥ في القاسم الأول وهو ٢ وتضع
 حاصل الضرب وهو ١٥ بجانب ٥ ثم تضرب القاسم الثالث وهو ٧
 في كل من القواسم المتقدمة وهي ٢ و ٥ و ١٥ وتضع حواصل
 الضرب وهي ٢١ و ٣٥ و ١٠٥ على يسار ٧ ثم تضرب القاسم
 الأخير وهو ١١ في كل من القواسم المتقدمة وهي ٢ و ٥ و ١٥
 و ٧ و ٢١ و ٣٥ و ١٠٥ فتحصل القواسم الأخيرة
 ١١٥٥ وهي ٣٣ و ٥٥ و ١٦٥ و ٧٧ و ٢٢١ و ٣٨٥ و ١١٥٥

وهذه الطريقة فيما اذا كانت عوامل العدد المقروض غير متساوية واما
 اذا كانت متساوية فلهذا طريقة اخرى نذكرها فنقول

التمثيل التالي أن يكون المطلوب ايجاد جميع قواسم عدد ٩٨٠٠
 فطريقة ذلك أن نحلل العدد المذكور الى عوامله الأولية فيحصل من ذلك

$$9800 = 2^3 \times 5^2 \times 7^2$$

وحيث ان عدد ٩٨٠٠ يقبل القسمة على ٢ و ٥ و ٧ فهو
 ايضا يقبل القسمة على كل من اعداد
 ١ و ٢ و ٣ و ٤ و ٥ و ٦ و ٧ و ٨ و ٩ و ١٠ و ١٤ و ٢٠ و ٢٨ و ٣٥ و ٤٠
 كما في الخامسة من غرة ٤٠

وحيث ان احد قواسم ١ و ٢ و ٣ و ٤ و ٥ و ٦ و ٧ و ٨ و ٩ و ١٠ و ١٤ و ٢٠ و ٢٨ و ٣٥ و ٤٠
 قواسم ١ و ٥ و ٦ و ٧ و ٨ و ٩ و ١٠ و ١٤ و ٢٠ و ٢٨ و ٣٥ و ٤٠
 أن عدد ٩٨٠٠ يقبل القسمة على جميع حواصل ضرب القواسم الاولى
 في القواسم الثانية مثني وبذلك تحصل قواسم

١ و ٢ و ٣ و ٤ و ٥ و ٦ و ٧ و ٨ و ٩ و ١٠ و ١٤ و ٢٠ و ٢٨ و ٣٥ و ٤٠
 و ٥٠ و ٦٠ و ٧٠ و ٨٠ و ٩٠ و ١٠٠ و ١٤٠ و ٢٠٠ و ٢٨٠ و ٣٥٠ و ٤٠٠
 و ٥٦٠ و ٧٠٠ و ٩٨٠ و ١٩٦٠ و ٤٩٠٠ و ٩٨٠٠
 و = كل من هذه القواسم اولى مع قواسم ١ و ٧ و ٧ و ٧ مثلا عدد

(٦٧) وبما ذكرنا نتج قاعدة مطردة هي انه متى اردت ايجاد جميع القوامس لاي عدد لزم أن تحمل ذلك العدد الى عوامل اولية كافية ثم تضع في المسطر الاول الوحدة والقوى المتساوية لاحد تلك العوامل الاولى مبتدئا من القوة الاولى الى القوة العليا بحيث يكون اخر عدد في هذا السطر

هو المعتبر عدداً اولياً وتضع عليه احد الاكبر الذي في العدد المقروض وتضع
 أيضاً في السطر الثاني الوحدة والقوى المتتابعة لعدد اولي آخر من العدد
 المقروض مبتدئاً من القوة الاولى الى القوة العليا وهكذا تصنع في كل عامل من
 العوامل الاولى من العدد المقروض فاذا تم الجدول فاضرب على التوالي جميع
 اعداد السطر الاول في جميع اعداد السطر الثاني ثم كلام من هذه الحواصل
 في كل من الاعداد التي في السطر الثالث من الجدول ثم تضرب الحواصل
 المتحصلة في كل من اعداد السطر الرابع وهلم جرا فتكون حينئذ الحواصل
 الاخيرة الناتجة من ضرب الاعداد التي في السطر الاخير من الجدول هي جميع
 قواسم العدد المقروض (بادخل الوحدة والعدد المقروض في تلك القواسم)
 فاذا اردت ايجاد عدد للقواسم المذكورة فاضف الوحدة الى كل من اسس
 العوامل الاولى من العدد المقروض واستخرج حاصل ضرب تلك الاسس
 باضافة الوحدة اليها فذلك هذا الحاصل على عدد قواسم العدد المقروض
 مثلاً اذا كان المطلوب تعيين جميع قواسم عدد ٤٥٠٠٠ ومعرفة عددها
 فنصل عدد ٤٥٠٠٠ الى عوامله الاولى فينتج

$$45000 = 2^4 \times 3^2 \times 5^3 \times 7^1 \text{ كما في غرة } 70$$

فتركب الجدول على هذا الوجه

١	و	٢	و	٢	و	٢	و	٢	و	٢
١	و	٣	و	٣	و	٣	و	٣	و	٣
١	و	٥	و	٥	و	٥	و	٥	و	٥

وتضرب كلام من اعداد السطر الاول في كل من اعداد السطر الثاني فتحصل
 هذه الحواصل وهي ١ و ٢ و ٤ و ٨ و ٣ و ٦ و ١٢ و ٢٤
 و ٩ و ١٨ و ٣٦ و ٧٢ ثم تضرب كلام من هذه الحواصل في كل
 من اعداد السطر الاخير وهي ١ و ٥ و ٥ و ٥ و ٣ و ٣ فتكون
 الحواصل

١ و ٢ و ٤ و ٨ و ٣ و ٦ و ١٢ و ٢٤ و ٩

و ١٨ و ٣٦ و ٧٢ و ٥ و ١٠ و ٢٠ و ٤٠
 و ١٥ و ٣٠ و ٦٠ و ١٢٠ و ٤٥ و ٩٠ و ١٨٠
 و ٣٦٠ و ٢٥ و ٥٠ و ١٠٠ و ٢٠٠ و ٧٥ و ١٥٠
 و ٣٠٠ و ٦٠٠ و ٤٢٥ و ٤٥٠ و ٩٠٠ و ١٨٠٠
 و ١٢٥ و ٢٥٠ و ٥٠٠ و ١٠٠٠ و ٣٧٥ و ٧٥٠
 و ١٥٠٠ و ٣٠٠٠ و ١١٢٥ و ٢٢٥٠ و ٤٥٠٠
 و ٩٠٠٠ و ٦٢٥ و ١٢٥٠ و ٢٥٠٠ و ٥٠٠٠
 و ١٨٧٥ و ٣٧٥٠ و ٧٥٠٠ و ١٥٠٠٠ و ٥٦٢٥
 و ١١٢٥٠ و ٢٢٥٠٠ و ٤٥٠٠٠ هي القواسم المطلوبة

وعدد قواسم $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{4}$ هو $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{24}$ او ٦٠
 وهو حاصل ضرب أسس ٣ و ٢ و ٤ باضافة الوحدة اليها

(٦٨) اذا كان هناك أعداد متصلة الى عوامل أولية فطريق استخراج قاسمها
 المشترك الاعظم يكون بتكوين حاصل ضرب جميع العوامل الأولية المشتركة
 بين تلك الأعداد حيث ان كل واحد من هذه العوامل المشتركة موزع عليه أصغر
 أسسه التي في الأعداد المفروضة مثلاً ليكن عدد $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$

$\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$ وعدد $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{24}$
 فيقال ان قاسمهما المشترك الاعظم هو $\frac{1}{24}$ لانه حيث كان العدد

الاول من هذين العددين المفروضين مساوياً بالعدد $\frac{1}{24} \times ٣ \times ٧ = (١١ \times ٧)$
 والعدد الثاني منهما مساوياً بالعدد $\frac{1}{24} \times ٣ \times ٧ = (٥ \times ٣ \times \frac{1}{24})$

فاذا قسمتهما على $\frac{1}{24} \times ٣$ الذي هو حاصل ضرب جميع العوامل المشتركة
 كان كل من خارجي القسمة وهما ١١×٧ و $\frac{1}{24} \times ٣ \times ٧ = ٥$

اولي لهما الاخر حيث يثبت ان القاسم هو $\frac{1}{24} \times ٣$ هو القاسم الاعظم
 المشترك بين العددين المفروضين تحقيقاً كما في غمرة ٥٦

وعمل هذه الطريقة يبين على أن القاسم الاعظم المشترك بين
 $\frac{1}{24} \times ٣ \times ٧$ و $\frac{1}{24} \times ٣ \times ٧$ هو $\frac{1}{24} \times ٣$

× الذي هو حاصل ضرب العوامل المشتركة بين العددين المقروضين
(٦٩) مسألة في بيان استخراج جميع القواسم المشتركة بين عدة

اعداد

وطريق ذلك أن يقال كل قاسم مشترك بين عدة اعداد فهو ايضا يقسم قاسمها
المشترك الاعظم كما في غمرة ٥٤ ويقال له أن كل قاسم أعظم مشترك بين عدة
اعداد هو ايضا قاسم مشترك بين تلك الاعداد كما في الخاصية الخامسة من
غمرة ٤٠ فبناء على ذلك تحصل جميع القواسم المشتركة بين عدة اعداد
بالبحث عن جميع قواسم قاسمها المشترك الاعظم كما في غمرة ٦٧

مثلا ليكن المطلوب استخراج جميع القواسم المشتركة بين عددي ٩٢٤ و ٧٢٠

فيقال ان قاسمهما المشترك الاعظم هو عدد ١٢ فتكون جميع قواسم هذا
العدد هي ١ و ٢ و ٣ و ٤ و ٦ و ١٢ هي القواسم
المشتركة بين هذين العددين المقروضين

(٧٠) يكفي في ايجاد اصغر عدد يقبل القسمة على اعداد مفروضة أن تجل
تلك الاعداد الى عوامل اولية ثم تستخرج حاصل ضرب جميع العوامل الاولى
المشتركة بين الاعداد المذكورة حيث ان كلامنا من هذه العوامل المشتركة
موضوع عليه اكراسه التي في الاعداد المفروضة

مثلا ليكن المطلوب ايجاد العدد الاصغر الذي يقبل القسمة على كل من الاعداد
٢٠٠ و ٥٠٠ و ١٤٧

فتصل تلك الاعداد المفروضة الى عوامل اولية فيكون

$200 = 2^3 \times 5^2$ و $500 = 2^2 \times 5^3$ و $147 = 3 \times 7^2$
فاذن يكون $2^3 \times 3 \times 5^3 \times 7^2$ أو ١٤٧٠٠٠ هو العدد المطلوب

وذلك لان من المعلوم ان هذا العدد يقبل القسمة على كل من الاعداد المفروضة
كما في غمرة ٣٨ وحيث ان العدد المطلوب يقبل القسمة على ٢٠٠ وعلى

٥٠٠ وعلى ١٤٧ فهو ايضا بالضرورة قابل للقسمة على $\frac{3}{2}$ الذي هو عامل ٢٠٠ وعلى $\frac{3}{2}$ الذي هو عامل ٥٠٠ وعلى ٣ وعلى $\frac{3}{2}$ والذين هما عاملا ١٤٧ وحيث ان قوائم $\frac{3}{2} \times \frac{3}{2}$ و ٣ و $\frac{3}{2}$ و ٢ اولية مع بعضها متنى كفاية ثمرة ٦١ فالعدد المطلوب يقبل بالضرورة القسمة على حاصل ضربها وهو $\frac{3}{2} \times \frac{3}{2} \times 3 \times \frac{3}{2}$ كفاية ثمرة ٥٩ فاذن لا يمكن ان يكون اقل من هذا الحاصل

* (الباب الثالث) *

* (في الكسور الاعتيادية والكسور الاحتمالية) *

* (الفصل الاول) *

* (في الكسور الاعتيادية) *

(٧١) قد يكون الباقي بعد اجراء عملية القسمة في جميع ارقام المقسوم اقل من المقسوم عليه فاذن لا يكون خارج القسمة الكلي عددا صحيحا لانه منحصر بين عددين صحيحين متوالين كما في غرة (٣١)

مثلا حيث ان عدد ٢٥ منحصر بين ٧ × ٣ و ٧ × ٤
 فخرج قسمة هذا العدد على ٧ منحصر بين ٣ و ٤ فيتألف حينئذ
 من جزء صحيح وهو ٣ زائد جزءا اقل من الواحد ولذلك يسمى كسرا
 ولاجل الدلالة على هذا الكسر الذي هو عبارة عن خارج قسمة الباقي وهو ٤
 على المقسوم عليه وهو ٧ بوضع ٧ تحت ٤ هكذا $\frac{4}{7}$ وأما خارج
 القسمة الكلي الذي هو ٣ × $\frac{4}{7}$ فيوضع هكذا $\frac{12}{7}$
 ولاجل تقويم $\frac{12}{7}$ بجزء الواحد لاحظ أن قسمة ٤ على ٧ تؤل الى
 اخذ الجزء السابع من كل من آحاد الاربعة فيحصل سبع الواحد ٤ مرات
 او يقال يحصل اربعة اسباع الواحد واربعه اسباع فاذن يكون سبع
 الاربعة الا حاد معاد لاسبع الواحد ٤ مرات
 وبالجمله فمما اردت تقويم اي كسر فاعتبر ان الواحد مقسوم الى عدة اجزاء
 متساوية بقدر ما في المقسوم عليه من الآحاد وانه احذ من تلك الاجزاء بقدر
 ما في المقسوم من الآحاد

واذا كان المقسوم عليه ٢ أو ٣ أو ٤ وهكذا الى ١٠ فقل عند
 الحق بالكسر نصف ثلث ربع وهكذا الى عشر هذا اذا كان المصود واحدا
 فان كان تعددا ككسور $\frac{2}{3}$ و $\frac{3}{4}$ و $\frac{4}{5}$ فانطبق به هكذا فلان ثلاثة ارباع
 اربعة اخماس وهكذا الى تسعة اعشار فان كان المقسوم عليه اكثر من ١٠

ككسور $\frac{2}{11}$ و $\frac{3}{12}$ و $\frac{11}{17}$ الخ فانطق به هكذا ٢ من ١١ • ٣ من ١٢ • ١١ من ١٧

ثم ان العدد الاسفل من اى كسر ~~يكون~~ يدل على ما تقوم منه اجزاء الواحد الموجودة في الكسر والعدد الاعلى يدل على عدة الاجزاء المأخوذة منه ويسمى لاول مقامها والثاني بسطا والبسط والمقام يسميان عددي الكسر

فالبسط في كسر $\frac{5}{7}$ مثلا هو ٥ والمقام ٧ والكسور بحسب الاصل اقل من الواحد وقد تؤدي عملياتها في بعض الاحيان الى نتيجة اكبر من الواحد فتكون عددا كسريا أى عددا مضميا مضموا بكسر لكتهم تساهلوا في اطلاق اسم الكسر عليها

تنبيه • يؤخذ مما تقدم أن الكسر اما أن يعتبر كخارج قسمة البسط على المقام أو يدل على أن الواحد منقسم الى عدة اجزاء متساوية معينة القيمة بالمقام وأنه أخذ منها أجزاء بقدر ما في البسط من الأجزاء

والثاني هو المعتبر عادة اذ به يتعلق مقدار تقسيمات الواحد وتعلم قيمته ويتوصل الى القواعد التي تستعمل في اجراء عمليات الكسور

(٧٢) كلما كبر بسط الكسر وصغر مقامه كبر ذلك الكسر وبالعكس أى انه كلما صغر بسط الكسر وكبر مقامه صغر ذلك الكسر وهذا ناشئ من تعريف الكسر

ويمكن اشتراط هذه الخاصية أيضا من قاعدة ثمة ٢٤ بناء على اعتبار الكسر كخارج قسمة البسط على المقام كما في (٧١)

(٧٣) لا يتغير مقدار الكسر اذا ضرب بسطا في عدد واحد أو قسماء على عدد واحد

ولنمثل لذلك بكسر $\frac{3}{7}$ فان بقى المقام على حاله وضرب البسط في ٥ تغير الكسر الى $\frac{15}{7}$ فيكبر حيث أنه مرات لان الكسر الثاني يحتوي على اجزاء اكثر من الاول ٥ مرات وهذه الاجزاء متحدة المقدار في كل من الكسرين وان بقى البسط على حاله وضرب المقام في ٥ تغير الكسر الى $\frac{3}{35}$ فيصغر

حيث $\frac{5}{7}$ مراتب لا تحتوي على الجزاء بقدر $\frac{3}{7}$ كل جزء من الأجزاء
 مراتب حيث ان الواحد انقسم الى خمسة اجزاء متساوية
 فعلى هذا لا يتغير مقدار الكسر بضرب حدينه جميعا في $\frac{5}{7}$ وذلك انه بضرب
 بسط الكسر في $\frac{5}{7}$ يكبر ذلك الكسر $\frac{5}{7}$ مرات وبضرب المقام في $\frac{5}{7}$
 يصغر ذلك الكسر $\frac{5}{7}$ مرات وبمثل ذلك يبرهن على أنه
 اذا قسم بسط الكسر على $\frac{5}{7}$ يصغر ذلك الكسر $\frac{5}{7}$ مرات وبمثل ذلك يبرهن على أنه
 واذا قسم مقامه على $\frac{5}{7}$ يكبر $\frac{5}{7}$ مرات فاذا لا يتغير مقدار
 الكسر المذکور بقسمة حدينه جميعا على $\frac{5}{7}$ وقس على هذا العدد غيره من
 الاعداد لوجود البرهان المذكور فيها ايضا وبذلك تثبت القاعدة
 المذكورة

وبستنباط من تلك القاعدة كيفية تحويل عدة كسور الى ذات مقام واحد
 وطريقة اختصارها بدون أن يتغير مقدارها

(٧٤) يكفي في تحويل عدة كسور الى ذات مقام واحد بدون أن يتغير مقدارها
 أن تضرب حدى كل من هذه الكسور في حاصل ضرب مقامات الكسور
 الاخرى لانه بموجب قواعد ٢١ و ١٧ و ٧٣ تكون مقامات الكسور
 الحادثة متساوية وتكون تلك الكسور ايضا مكافئة للكسور المقروضة
 فاذا طبقت قاعدة تحويل الكسور الى ذات مقام واحد على كسور $\frac{2}{3}$ و $\frac{4}{5}$
 و $\frac{7}{7}$ فنحصلت كسور مكافئة وهي

$$\begin{array}{r} 0 \times 3 \times 6 \quad 7 \times 3 \times 4 \quad 7 \times 5 \times 2 \\ \hline 0 \times 3 \times 7 \quad 7 \times 3 \times 5 \quad 7 \times 5 \times 2 \end{array}$$

واذا اجريت عملية الضرب المذكور فنحصلت كسور متساوية المقام وهي

$$\frac{70}{100} \quad \frac{84}{100} \quad \frac{90}{100}$$

ويمكن استنباط هذه القاعدة ايضا من غرقى ٢١ و ٧٣ وذلك لانك

اذا طبقت هذه القاعدة على كسور $\frac{2}{3}$ و $\frac{4}{5}$ و $\frac{7}{7}$ فنحصلت كسور

الكسور وهي

$$\frac{(5 \times 2) \times 6}{(5 \times 2) \times 7}, \frac{(7 \times 3) \times 4}{(7 \times 3) \times 5}, \frac{(7 \times 5) \times 2}{(7 \times 5) \times 3}$$

$$(5 \times 2) \times 7, (7 \times 3) \times 5, (7 \times 5) \times 3$$

وهي مكافئة للكسور المفروضة كما في غمرة (٧٣) ومقامات هذه الكسور

الحادثة مساوية لبعضها الا انه بموجب قاعدة غمرة ٢١ يكون

$$7 \times 5 \times 2 = 2 \times 7 \times 5 = 2 \times (7 \times 5) = (7 \times 5) \times 2$$

$$7 \times 5 \times 2 = 5 \times 7 \times 2 = 5 \times (7 \times 2) = (7 \times 2) \times 5$$

$$105 = 7 \times 5 \times 2 = 7 \times (5 \times 2) = (5 \times 2) \times 7$$

تقييمات الاقل اذا كان في مقامات الكسور المفروضة عوامل مشتركة يسهل

تحويل تلك الكسور الى ذات مقام مشترك اصغر من حاصل ضرب المقامات

وهذا بيان ذلك

اقل ما في كانا كبر مقامات الكسور المفروضة قابلا للقسمة على جميع المقامات

الانحرى فان ذلك المقام يجعل مقامات مشتركة لجميع الكسور المذكورة ويتصل

البسط الجديد لكل كسر بضرب البسط الاصل في خارج قسمة المقام الجديد

على المقام الاصل وبذلك تكون كسور $\frac{2}{3}$ و $\frac{3}{4}$ و $\frac{5}{6}$ و $\frac{7}{12}$ مساوية

لكسور $\frac{5}{12}$ و $\frac{9}{12}$ و $\frac{10}{12}$ و $\frac{7}{12}$ على الترتيب

وثانياً متى كانا كبر مقامات الكسور المفروضة غير قابل للقسمة على جميع

المقامات الانحرى فانه يبحث عن العدد الاصغر الذي يقبل القسمة على جميع

المقامات كما في غمرة ٧٠ ثم يجعل مقامات جميع الكسور المذكورة وتتصل

البسوط الجديدة بالطريقة السابقة في الصورة الاولى

$$\frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{5}{6}, \frac{7}{12}$$

وتمثل ذلك بكسور $\frac{11}{120}$ و $\frac{7}{60}$ و $\frac{2}{15}$

ثم يخرج غمرة ٧٠ يكون المقام الاصغر المشترك هو ١٢٦٠٠ ويحول

كل كسر الى ذلك المقام المشترك فتحصل الكسور المكافئة وهي

$$\frac{1920}{12600}, \frac{1470}{12600}, \frac{216}{12600}$$

التنبيه الثاني يكنى في مقابلة مقادير عدة كسور ببعضها أن تحوّلها الى ذات

مقام واحد دفما كان من الكسور المتعددة المقام بسطها كبرها وكبرها كافي

نمرة ٧٢ القسمة الثالثة اذا كان هناك كثران متكافئان فاحصل ضرب بسط
الاول في مقام الثاني يساوي حاصل ضرب بسط الثاني في مقام الاول لان هذين
الاصليين عبارة عن البسطين الجديدين للكسرين المقروضين اللذين حولوا الى
مقام واحد

مثلا حيث ان كسري $\frac{8}{12}$ و $\frac{6}{9}$ متكافئان فتصويلاهما الى مقام مشترك
وهو 12×9 يكون كسرا $\frac{8 \times 9}{12 \times 9}$ و $\frac{6 \times 12}{9 \times 12}$ المتكافئان
متساويين وحيث ان مقامى 9×12 و 12×9 متساويان
كفا في نمرة ٢١ فبسطا 8×9 و 6×12 متساويان
بالضرورة

(٧٥) ينتج مما سبق وهو عدم تغير مقدار الكسر بقسمة حديه على عدد واحد
انه اذا وجد قاسم مشترك بين حدى اى كسر امكن اختصار ذلك الكسر بدون
ان يتغير مقداره وذلك بقسمة حديه على القاسم المشترك المذكور
مثلا اذا فرضت كسر $\frac{30}{42}$ فبقسمة حديه على ٦ يحصل الكسر
المكافى له وهو $\frac{5}{7}$ وبقسمة ١٥ و ٢١ على ٣ يحصل الكسر
المختصر وهو $\frac{5}{7}$

ثم ان قسمة حدى الكرا المقروض وهما ٣٠ و ٤٢ على قاسمهما المشترك
الاعظم وهو ٦ تؤدى من اول وهلة الى كسر $\frac{5}{7}$
(٧٦) الكسر الاصم هو ما لا يمكن تحويله الى صورة مختصرة بمعنى انه
اذا لم يمكن التعبير عنه بكسر مكافى له يكون حدا اقل من الحدين الاصليين كل
من نظيره

ويؤخذ من هذا التعريف انه لا يمكن وجود قاسم مشترك بين حدى الكسر
الاصم وان الكسرين الاصمين المختلفين الحسود لا يمكن أن يكونا متصدي
المقدار

(٧٧) اذا لم يكن لدى الكسر قاسم مشترك كان ذلك الكسر اصم وذلك انه
اذا فرضنا ان حدى كسر $\frac{12}{11}$ ليس لهما قاسم مشترك وان هذا الكسر مساو

الكسر $\frac{8}{12}$ الذي حده اقل من الاول فتحويل هذين الكسرين الى ذي مقام واحد هو 20×35 يلزم ان البسطين الحاديين وهما ١٢ و 20×8 و 35×8 متساويان وحيث ان 20×12 يقبل القسمة على ١٢ فال حاصل الذي هو 35×8 يقبل أيضا القسمة على ١٢ وحيث ان ١٢ اولي مع ٣٥ لزم ان ١٢ يقسم ٨ كافي مرة ٥٧ وهذا محال لان عدد ١٢ الذي هو بسط كسر $\frac{12}{35}$ أكبر من عدد ٨ الذي هو بسط كسر $\frac{8}{35}$ فاذن لا يمكن تحويل كسر $\frac{12}{35}$ الى صورة مختصرة فعلى ذلك يكون كسر الاصم

(٧٨) يكفي في تحويل اي كسر الى اصغر صورة واو بر عبارت بدون ان يتغير مقداره ان تقسم حذيه على قاسمهما المشترك الاعظم كافي مرة ٧٧

مثلا اذا كان المطلوب تحويل كسر $\frac{330}{462}$ الى اوجز عبارة فالقسم حذيه على قاسمهما المشترك الاعظم وهو ٦٦ فيحصل الكسر الاصم وهو $\frac{5}{7}$ المكافي للكسر $\frac{330}{462}$

واما كسر $\frac{113}{34}$ فهو اصم لان القاسم المشترك الاعظم بين حذيه مساو للواحد

(٧٩) يكفي في جمع الكسور المتعدة المقام ان تجمع البسوط الى بعضها ثم تضع تحت مجموعها المقام المشترك واما ان كانت مختلفة المقام فتحوّلها الى مقام مشترك ثم تجري عليها العملية كافي الصورة المتقدمة

مثلا مجموع كسري $\frac{2}{7}$ و $\frac{3}{7}$ هو $\frac{2+3}{7}$ اي $\frac{5}{7}$ لان ٢ في $\frac{1}{7}$ فائدا $\frac{1}{7}$ في $\frac{1}{7}$ يعادل ٥ في $\frac{1}{7}$ او $\frac{5}{7}$

مثلا مجموع كسري $\frac{2}{3}$ و $\frac{4}{5}$ فحوّلها الى مقام مشترك وهو ١٥ فالحاصل $\frac{10}{15}$ و $\frac{8}{15}$ او $\frac{18}{15}$ او $\frac{6}{5}$

(٨٠) يكفي في طرح اي كسر من كسر متقدمه في المقام ان تطرح بسط

الكسر الاول من بسط الثاني ثم تضع المقام المشترك تحت الباقي المتحصل فان كان
الكسيران مختلفي المقام فحولهما الى مقام واحد ثم اجر عليهم ما العملية
كفا في الصورة الاولى وبتطبيق هذه القاعدة ترى ان $\frac{2}{7} = \frac{2}{7} - \frac{0}{7}$

$$\text{و } \frac{22}{15} - \frac{22}{15} = \frac{4}{15} = \frac{10}{3} = \frac{2}{3}$$

(٨١) يؤخذ مما تقدم في غرة ٧٣ انه اذا ارد ضرب اى كسر في عدد
صحيح يكفي ضرب البسط في ذلك العدد الصحيح او قسمة المقام عليه وانه اذا ارد
قسمة اى كسر على عدد صحيح يكفي قسمة البسط على ذلك العدد الصحيح او ضرب
المقام فيه فعلى هذا يكون حاصل ضرب $\frac{5}{11}$ في ٤ هو $\frac{20}{11}$ او $\frac{0}{3}$
ويكون خارج قسمة $\frac{12}{5}$ على ٤ هو $\frac{3}{5}$ او $\frac{12}{20}$

(٨٢) اذا كان المضروب فيه كسرا فانه لا يتطرق في هذه الصورة الى كون
الضرب يعتبر بجمع مختصر كما في غرة ١٦ بل يتطرق فيها الى معنى الضرب من
حيث هو بيان يلاحظ ان الغرض منه تحصيل عدد يسمى حاصل مؤلف من
عدد آخر يسمى مضروبا كتأليف عدد ثالث يسمى مضروبا فيه من الواحد
ويؤخذ من ذلك انه في ضرب عدة كسور في بعضها يكفي ايجاد حاصل ضرب
البسوط على التوالي ثم حاصل ضرب المقامات وهذا ان الحاصلان عبارة عن
حذى الكسر الدال على حاصل ضرب الكسور المقروضة

وبيان ذلك انه اذا ارد ضرب $\frac{2}{3}$ في $\frac{4}{5}$ يكفي في ذلك ايجاد عدد يسمى حاصل
مؤلف من $\frac{2}{3}$ كالتيف $\frac{4}{5}$ من الواحد وحيث ان $\frac{4}{5}$ مؤلف من خمس
الواحد ٤ مرات فحاصل ضرب $\frac{2}{3}$ في $\frac{4}{5}$ يكون بأخذ خمس
 $\frac{2}{3}$ اربع مرات وحيث ان خمس $\frac{2}{3}$ هو $\frac{2}{3} \times \frac{2}{5}$ كما في غرة ٨١
فخمس $\frac{2}{3}$ المكرر اربع مرات يساوى $\frac{2}{3} \times \frac{2}{5}$ اربع مرات اى $\frac{4 \times 2}{3 \times 5}$
فاذن يكون حاصل ضرب $\frac{2}{3}$ في $\frac{4}{5}$ هو $\frac{4 \times 2}{3 \times 5}$ اى $\frac{8}{15}$
وبذلك تتحقق القاعدة المذكورة في كسرين

واذا اريدت الحصول حاصل ضرب ثلاثة كسور ككسور $\frac{2}{3}$ و $\frac{4}{5}$ و $\frac{7}{11}$
 لزم ان يلاحظ انه حيث كان حاصل ضرب الكسرين الاولين يساوى $\frac{2}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{8}{15}$
 يسكنى ضرب هذا الكسر الاخيرى $\frac{7}{11}$ فيحصل $\frac{7 \times 8 \times 2}{11 \times 15 \times 3}$
 اى $\frac{56}{495}$

وحيث صح اجراء القاعدة في ثلاثة كسور فلا مانع من اجرائها ايضا في اربعة
 فاكث

تنبيهان الاول لا يتغير مقدار حاصل ضرب عدة كسور بتغير مواضعها لانه
 لما كانت البسوط والمقامات اعدادا صحيحة كان لا يتغير كل من حاصل ضرب
 البسوط وحاصل ضرب المقامات كما في عمرة ٢١ وهذا ان الحاصلان عبارة عن
 حدى الكسر الدال على حاصل ضرب الكسور المفروضة

ويؤخذ من هذه الخاصية ان قاعدة عمرة ١٧ تجري ايضا في الكسور
 التنبيه الثانى كلما كبر او صغر المضروب فيه عن الواحد كبر او صغر حاصل
 الضرب عن المضروب لانه اذا سارى المضروب فيه الواحد سارى الحاصل
 المضروب ويكون مؤلفا منه كالتالى المضروب فيه من الواحد
 فعلى هذا يكون حاصل ضرب الكسرين اذا كانا دون الواحد اصفرا من كل
 منهما

(٨٣) ضرب عدة كسور في بعضها هو عبارة عن اخذ كسور الكسور
 مثلا اذا كان المطلوب ايجاد حاصل ضرب كسور $\frac{2}{3}$ و $\frac{4}{5}$ و $\frac{7}{11}$ لزم ان
 تضرب اولا $\frac{2}{3}$ فى $\frac{4}{5}$ بمعنى انك تاخذ $\frac{4}{5}$ من $\frac{2}{3}$ فيحصل $\frac{8}{15}$ ثم تضرب
 هذا الحاصل الاخيرى $\frac{7}{11}$ بمعنى انك تاخذ منه $\frac{7}{11}$ فيحصل $\frac{56}{495}$ فبذلك
 قد اخذت $\frac{7}{11}$ من $\frac{4}{5}$ من $\frac{2}{3}$

(٨٤) قوى الكسر الاصم هي ايضا كسور صماء

فاذا فرضنا مثلالان $\frac{2}{3}$ هو الكسر الاصم كانت قوته الثالثة ايضا كسرا اصم
 وذلك لان قوة $\frac{2}{3}$ الثالثة هي $\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3}$ او $\frac{2 \times 2 \times 2}{3 \times 3 \times 3}$

أو $\frac{٢٦}{٣٧}$ فالول يمكن هذا الكسر الأخير أصم لقبيل حسدا وهما $\frac{٢٦}{٣٧}$ و $\frac{٢٧}{٣٦}$
 القسمة على عدد واحد أولي كافي غرة ٧٧ فيكون هذا العدد الأخير
 قسما العددى ٦ و ٧ كافي غرة ٥٨ وهذا يستلزم ان كسر $\frac{٢}{٧}$ لا يكون
 أصم كافي غرة ٧٥ وهو خلاف القرض

وحيث لا مانع من إقامة مثل هذه البراهين على جميع قوى أى كسر أصم
 فالقاعدة المذكورة صحيحة

(٨٥) اذا كان المطلوب قسمة أى كسر على آخر كفى في ذلك أن تضرب كسر
 المقسوم فى كسر المقسوم عليه متعكسا

البرهان الاول على ذلك هو أنه اذا كان المطلوب قسمة $\frac{٢}{٣}$ على $\frac{٤}{٥}$ فيتحويل
 هذين الكسرين الى مقام واحد تقول المسئلة الى قسمة $\frac{٢}{٣} \times \frac{٥}{٤}$ على $\frac{٤}{٥} \times \frac{٣}{٤}$
 وبول هذا الى قسمة $\frac{١٠}{١٢}$ على $\frac{١٢}{٢٠}$ على $\frac{١٠}{١٢} \times \frac{٢٠}{١٢}$ لان
 خارج القسمة لا يتغير بضرب المقسوم والمقسوم عليه فى عددين متساويين
 وهما $\frac{١٠}{١٢} \times \frac{٢٠}{١٢}$ و $\frac{١٠}{١٢} \times \frac{٢٠}{١٢}$ كافي غرة ٣٥ فينتج خارج قسمة
 $\frac{٢}{٣}$ على $\frac{٤}{٥}$ هو $\frac{١٠}{١٢} \times \frac{٢٠}{١٢}$ أو $\frac{١٠}{١٢} \times \frac{٢٠}{١٢}$

البرهان الثانى يلزم ان خارج قسمة $\frac{٢}{٣}$ على $\frac{٤}{٥}$ يكون بحيث اذا ضرب فى $\frac{٤}{٥}$
 لا بد أن ينتج $\frac{٢}{٣}$ وحيث ان ضرب خارج القسمة فى $\frac{٤}{٥}$ هو عبارة عن ان
 يؤخذ منه $\frac{٤}{٥}$ فاذن يكون $\frac{٤}{٥}$ خارج القسمة أو $\frac{٤}{٥}$ فى $\frac{١}{٥}$ هذا الخارج
 يعادل $\frac{٢}{٣}$

فاذن يعادل $\frac{١}{٥}$ الخارج ربع $\frac{٢}{٣}$ أو $\frac{٢}{٣} \times \frac{١}{٥}$
 فعلى ذلك يعادل خارج القسمة $\frac{٢}{٣}$ فى $\frac{١}{٥}$ أو $\frac{١٠}{١٢} \times \frac{٢٠}{١٢}$ أو $\frac{١٠}{١٢}$
 $\times \frac{٢٠}{١٢}$

واذا كان المطلوب قسمة عدد صحيح على كسر لازم وضعه على صورة
 الكسر بان يجعل الواحد مقامه فيؤول الامر الى قسمة كسر على كسر

فعلى هذا يكون خارج قسمة ٥ على $\frac{3}{4}$ هو $\frac{5}{1} \times \frac{4}{3}$ او $\frac{20}{3}$
 (تنبيهان) الاول متى قسم كسر على آخر فان كان المقامان متساويين
 عبر عن خارج القسمة بكسر بسطه بسط الكسر المقسوم ومقامه بسط الكسر
 المقسوم عليه وان كان البسطان متساويين عبر عن خارج القسمة بكسر بسطه
 بسط مقام الكسر المقسوم عليه ومقامه مقام الكسر المقسوم

وذلك لان خارج قسمة $\frac{3}{7}$ على $\frac{5}{7}$ مثلاً هو $\frac{3}{7} \times \frac{7}{5}$ او $\frac{3 \times 7}{7 \times 5}$ او $\frac{3}{5}$
 وخارج قسمة $\frac{7}{3}$ على $\frac{5}{7}$ هو $\frac{7}{3} \times \frac{7}{5}$ او $\frac{7 \times 7}{3 \times 5}$ اي $\frac{49}{15}$
 (التنبيه الثاني) متى قسم الواحد على كسر كان خارج القسمة مساوياً لهذا
 الكسر منعكس الان خارج قسمة ١ على $\frac{5}{7}$ مثلاً هو $1 \times \frac{7}{5}$ اي $\frac{7}{5}$

(٨٦) اذا كان المطلوب تحويل عدد صحيح الى عدد كسري مكافئ له معلوم
 المقام كنى في ذلك ضرب العدد الصحيح في المقام المقروض فحاصل الضرب يبدل
 على بسط العدد الكسري المطلوب فعلى هذا اذا اردت تحويل ٥ الى
 اسباع مثلاً لاحظ انه حيث كان الواحد يعادل ٧ اسباع فعدد ٥ يعادل
 ٧ اسباع ٥ مرات اي 5×7 اسباع او $\frac{35}{7}$ اي $\frac{5}{1}$

(٨٧) اذا كان المطلوب استخراج الاعداد الصحيحة الموجودة في عدد
 كسري كنى في ذلك قسمة البسط على المقام فعلى هذا حيث ان قسمة ١٣
 على ٥ مثلاً خارجها الصحيح ٢ وباقيا ٣ يظهر أن $\frac{13}{5}$ مؤلف من
 عدد صحيح وهو ٢ زائداً $\frac{3}{5}$

(٨٨) اذا كان المطلوب تحويل عدد صحيح مع كسر الى عدد كسري واحد
 كنى في ذلك ضرب العدد الصحيح في مقام الكسر واطافه البسط الى الحاصل
 ثم يجعل مقامه مقام الكسر المقروض

مثلاً $\frac{3}{5}$ يعادل $\frac{3+5 \times 2}{5}$ او $\frac{13}{5}$ لانه لما كان العدد الصحيح وهو ٢
 يعادل $\frac{10}{5}$ كان $\frac{3}{5}$ يعادل $\frac{1}{5} + \frac{2}{1}$ او $\frac{13}{5}$

(٨٩) حيث ان عمليات الكسور صارت بما ذكرناه من الاصلية فيها ناسب

أن نبيّن الآن كيفية العمل في الأعداد المركبة من كسور وأعداد صحيحة
فبقول

أولاً طريق العمل في الجمع أن تبحث عن مجموع الكسور ثم تستخرج منه العدد
الصحيح المنصرفة ثم تضيف ذلك العدد الصحيح إلى الأعداد الصحيحة المصاحبة
للكسور

مثلاً إذا كان المطلوب جمع $\frac{10}{9}$ و $\frac{8}{9}$ و 3 فانك تضع العملية على هذا
الوجه

$$\begin{array}{r} 3 \\ 7 \\ \hline 10 \\ \frac{8}{9} \\ \hline 12 \end{array}$$

ثم تقول $\frac{8}{9}$ زائداً $\frac{10}{9}$ يعادل $\frac{18}{9}$ أي 2 فتضع $\frac{0}{9}$ وتحفظ 2
ثم تقول 2 محفوفة و 7 يحصل 9 و 3 يبلغ 12 فتضع 12
فيكون $\frac{0}{9}$ هو المجموع المطلوب

وثانياً طريق العمل في الطرح أن تبحث عن اسقاط الكسر من الكسور والعدد
الصحيح من العدد الصحيح

فإذا كان كسر المطروح أكبر من كسر المطروح منه استعرت له واحداً من
العدد الصحيح المصاحب لكسر المطروح منه ولتمثل لذلك بهذين المثالين

المطروح منه $\frac{8}{7}$	المطروح منه $\frac{2}{7}$
المطروح $\frac{2}{7}$	المطروح $\frac{2}{7}$
الباقى $\frac{6}{7}$	الباقى $\frac{6}{7}$

فلاجل طرح $\frac{2}{7}$ من $\frac{8}{7}$ تطرح $\frac{2}{7}$ من $\frac{8}{7}$ و 2 من 8
فيكون مجموع الباقيين الجزئيين وهما $\frac{6}{7}$ هو الباقي الكلي ولاجل

طرح $\frac{4}{7}$ من $\frac{3}{7}$ تستعير واحداً من ٦ أحاد العدد الاكبر وتضم الواحد الذي يعادل $\frac{7}{7}$ الى $\frac{3}{7}$ فيحصل $\frac{9}{7}$ فتطرح منها $\frac{4}{7}$ فيكون الباقي $\frac{5}{7}$ وحيث استعرت ١ من ٦ فاطرح ٣ من ٥ فيكون الباقي ٢ وبانضمام الباقيين الجزئين الى بعضهما يكون مجموعهما هو الباقي الكلي وهو $\frac{20}{7}$

وثالثه طريق العمل في الضرب والقسمة أن تبحث عن تحويل كل من العددين المعطيين الى عدد كسري واحد كما في غرة ٨٨ ثم تطبق على الاعداد الكسرية قاعدة غرة ٨٢ و ٨٥

مثال ذلك $\frac{3}{5}$ و $\frac{2}{7}$ فتجرب العملية على كسري $\frac{13}{5}$ و $\frac{30}{7}$ المكافئين للاولين فتجد حاصل ضربهما $\frac{390}{35}$ اي $\frac{78}{7}$ وخارج قسمتهما $\frac{13}{5}$ $\times \frac{7}{30}$ اي $\frac{91}{150}$

(٩٠) ميزان عمليات الكسور الاعتيادية الاربعة هو ميزان القواعد الاربعة الاصلية في الاعداد الصحيحة المقررة في غر ١٠ و ١٣ و ٢٢ و ٢٤

(الفصل الثاني في الكسور الاعشارية)

(٩١) ونشرع الآن في الكلام مع الاختصار على عمليات الكسور في صورة ما اذا فرض أن الواحد لا يتجزأ الا الى اجزاء صغيرة من عشرة الى عشرة بمعنى أن المقام يكون دائماً واحداً يصحبه عدة اصغار وما كان من الكسور من هذا القبيل يعرف في اصطلاحهم بالكسور الاعشارية

فعلى هذا كل من $\frac{7}{10}$ و $\frac{247}{100}$ كسرا عشاري

(٩٢) الطريقة المستعملة في وضع الاعداد الصحيحة هي المستعملة ايضاً في وضع الكسور الاعشارية على صورة الاعداد الصحيحة لانه حيث كانت الارقام المختلفة من اي عدد كان تدل بموجب هذه الطريقة على الاحاد من عشرة الى عشرة اصغر منها بمجرد التقدم الى الجهة اليمنى من مدلة الى اخرى ينتج من ذلك أنه اذا وضعت ارقام على يمين رقم الاحاد كان اول رقم منها ادا لا

على اشارة الاحد والثاني على اشارة العشر او على اجزاء المائات والثالث على
اشارة عشر العشر او اجزاء الالف وهكذا
ولاجل تمييز رقم الاحاد من الاعشار يوضع على يمينه شرطة اعشارية صورتها
هكذا ر

فعلى هذا اذا اردت وضع كسر $\frac{٥٤٧}{١٠٠}$ الاعشارى على صورة عدد صحيح بلا حظ
انه يتحول الى $\frac{٥}{١٠٠} + \frac{٤}{١٠} + \frac{٧}{١٠٠}$ او الى ٥ آحاد $+$ $\frac{٤}{١٠}$
 $+$ $\frac{٧}{١٠٠}$ فبناء على ذلك يوضع هكذا ٤٧ ر ٥ وبمثل هذه العمليات
يوضع كسور $\frac{٢٠٧}{١٠٠}$ و $\frac{٢٤٧}{١٠٠}$ و $\frac{٢٠٠٤}{١٠٠٠}$ و $\frac{٣٠٠٠٤}{١٠٠٠}$ الاعشارية
هكذا ٢٠٧ ر ٢ و ٢٤٧ ر ٢ و ٢٠٠٤ ر ٢٠ و ٣٠٠٠٤ ر ٣٠
وبالجملة ففى اردت وضع كسر اعشارى على صورة عدد صحيح فانك تضع البسط
ثم تفصل بالشرطة هذه ارقام بقدر الازهار التى على يمين المقام
فان لم يحتو البسط على الارقام اللازمة لوضع الشرطة وضعت اصفارا على يسار
البسط المذكور

فاما الارقام التى على يمين الشرطة فهى الارقام الاعشارية ويتألف منها الجزء
الاعشارى واما الارقام التى على يسارها فيتألف منها العدد الصحيح فعلى هذا
عدد ٤٥٧ ر ٢٣ الاعشارى مثلا محتو على ثلاثة ارقام اعشارية وهى
 ٤٥٧ وعلى عدد صحيح وهو ٢٣

(٩٣) اذا اردت تحويل عدد اعشارى الى كسر اعتيادى اخذت كسرا
يكون بسطة العدد الاعشارى بقطع النظر عن الشرطة ومقايده الاحاد المتبوع
بعده اصفار بقدر ما على يمين الشرطة من الارقام

مثلا عدد ٤٧ ر ٥ الاعشارى يساوى $\frac{٥٤٧}{١٠٠}$ لان ٤٧ ر $٥ = ٥$
آحاد $+$ $\frac{٤}{١٠} + \frac{٧}{١٠٠} = \frac{٥٤٧}{١٠٠}$
(٩٤) اذا اردت قراءة عدد اعشارى غبارى فانطق بالجزء الصحيح اولا كما لو كان
وحده ثم بالجزء الاعشارى كالعدد الصحيح الا انه يراى عليه فى الآخر اسم آحاد
الرقم الاخير من الجهة اليمنى

فتقول مثلاً في عدد ٣٩ ر ٢٢٧ الاعشارى مائتان وسبعة وعشرون
 صحاحاً وتسعة وثلاثون من مائة وان شئت قلت اثنتان وعشرون الفا وسبع مائة
 وتسعة وثلاثون من مائة لان $٢٢٧٣٩ = \frac{٢٢٧٣٩}{١٠٠}$
 وتقول ايضا في عدد ٣٩ و ٢٠٧ مائتان وسبعة صحاحاً وتسعة وثلاثون
 من الف او مائتان وسبعة آلاف وتسعة وثلاثون من الف

(٩٥) اذا اردت كتابة عدد اعشارى فضع على التوالى ما يدل عليه العدد
 المقروض المنطوق به من عدد آحاد كل نوع مبتدئاً من الجهة اليسرى وضع
 محال الآحاد الناقصة المجمولة واسطة ام فاراً ثم ضع الشرطة على عين رقم
 الآحاد الصحيحة بحيث يكون كل رقم في منزلة جنس آحاده

فعلى هذا اذا كان المطلوب مثلاً كتابة عدد مائتين وسبعة وعشرين صحاحاً
 وتسعة وثلاثين من مائة او اثنين وعشرين الفا وسبع مائة وتسعة وثلاثين
 من مائة فضعه على هذه الصورة ٣٩ ر ٢٢٧ وكذلك عدد مائتين وسبعة
 صحاحاً وتسعة وثلاثين من الف او مائتين وسبعة آلاف وتسعة وثلاثين من الف
 فصوره وضعه هكذا ٣٩ و ٢٠٧

(٩٦) حيث ان نوع الآحاد المعبر عنهم لا يرقم من العدد الاعشارى متوقف
 دون غيره على وضع هذا الرقم المعبر به عنه بالنظر للشرطة ينتج عن ذلك ثلاثة
 امور

احدها أن مقدار العدد الاعشارى لا يتغير بوضع ام فار على عينه او رفعها

مثلاً ٣ ر ٢ = ٣٠٠ ر ٢ لان $\frac{٣٠٠}{١٠٠} = \frac{٣}{١}$

وثانيها أنه اذا قدمت الشرطة الى الجهة اليمنى لاي عدد اعشارى منزلة او منزلتين
 او ثلاثاً الخ يكبر العدد المذكور ١٠ مرات او ١٠٠ مرة او ١٠٠٠
 مرة الخ فكان العدد على هذا ضرب في ١٠ او ١٠٠ او ١٠٠٠ الخ
 مثلاً اذا قدمت الشرطة منزلتين الى جهة عين ٤٥٦ ر ٣ ~~كبر العدد~~
 المذكور ١٠٠ مرة لان كل رقم من النتيجة وهي ٦ و ٤٥٠ يدل على
 آحاداً كبيراً كان عليه ١٠٠ مرة

وتتضح هذه الخاصية ايضا بقواعد ٩٣ و ٨١ و ٩٢ لانه
بوجهها يكون

$$100 \times \frac{3456}{1000} = \frac{100 \times 3456}{100 \times 10} = \frac{3456}{10} = 345,6 = 345,6 \times 100 = 34560$$

ثالثها انه اذا قدمت الشرطة منزلة او منزلتين او ثلاثا الخ الى الجهة اليسرى
لاى عدد اعشارى يصغر العدد المذكور ١٠ مرات او ١٠٠
او ١٠٠٠ الخ فكان العدد على هذا قسم على ١٠ او ١٠٠
او ١٠٠٠ الخ وهذه الخاصية هي مفهوم الخاصية الثانية

(٩٧) حيث ان كيفية اجراء العمليات على الاعداد الصحيحة مبينة على هذه
الخاصية وهى ان كل عشرة احدى من اى منزلة كانت يتألف منها واحد من
المنزلة التى فوقها مباشرة وان هذه الطريقة جارية ايضا فى الاعداد الاعشارية
فعملياتها حيث تدعى عين عمليات الاعداد الصحيحة

وجمع الاعداد الاعشارية بطرحها كجمع الاعداد الصحيحة وطرحها غيراته
يلزم مزيد الالهة ام هنا بوضع الاتحاد المتحددة المقدار بعضها تحت بعض

(أمثلة الجمع)

٣٧٠٥,٢	٢٨٠٠٠,٩٠٩٠٠٩	١٢,٢٤
٨٩,٧٥٠,١	٩٩,١٠١٩٩١	٤٢,٥٣
٣٧٩٤,٩٥٠,١	٨١٠٠,٠١١٠٠٠	٥٤,٨٧

٩٠٠٠,٤٠٠٧٠٠١٢

٨٢١٠,٥٦٧٣

١٧٢١٠,٩٦٨٠٠٠١٢

(أمثلة الطرح)

٢٨١٠٠٠٠١١	٥٤٨٧
٢٨٠٠٠٠٩٠٩٠٠٩	١٢٣٤
٩٩٠١٠١٩٩١	٤٢٥٣

١٧٢١٠٠٩٦٨٠٠٠١٢	٣٧٩٤٠٩٥٠١
٨٢١٠٠٥٦٧٣	٨٩٠٧٥٠١
٩٠٠٠٠٤٠٠٧٠٠١٢	٣٧٠٥٢

(٩٨) ضرب الأعداد العشرية بحري عليه بقطع النظر عن الشرطة
ثم يفصل من بين الحاصل أرقام عشرية بقدر ما يوجد منها في كل من
العاملين

مثلا إذا ضربنا ٢ ر ٥٧ × ٣ في حذف الشرطة من هذين العددين
يكبر الأول ١٠ مرات والآخر ١٠٠ مرة فيحصل إذن الحاصل
المطلوب بضرب ٢٤ في ٣٥٧ ويتغير النتيجة التي هي ٨٥٦٨
ألف مرة بأن تفصل ثلاثة أرقام عشرية من بين ٨٥٦٨ يكون
الحاصل المطلوب ٨ ر ٥٦٨

وتوصل إلى هذه النتيجة أيضا بقواعد ٩٣ و ٨٢ و ٩٢ لانه بموجبها
يكون $357 \times 24 = \frac{357}{100} \times \frac{24}{10} = 3 \text{ ر } 57 \times 2 \text{ ر } 4 = \frac{8568}{1000} = 8 \text{ ر } 568$

(تنبيه) إذا لم يحتو الحاصل الناتج من ضرب العاملين بقطع النظر عن الشرطة
على ما يلزم لوضع الشرطة من الأرقام يكفي وضع أصفار على يسار الحاصل
المذكور ليكمل بذلك ما نقص من أرقام ذلك الحاصل

فعلى هذا إذا كان المطلوب ضرب ٤ و ٠ في ١٢ و ٠ فاضرب
٤ في ١٢ فيكون الحاصل ٤٨ وحيث أنه يلزم فصل ستة أرقام

اعشارية من بين الحاصل المذكور بموجب القاعدة المقررة لم تعويض ٤٨
 بعدد مكافئ لذلك الحاصل وهو ٤٨٠٠٠٠٠٠ ثم تفصل حيث نشأ الأرقام
 الستة الاعشارية فيكون الحاصل المطلوب هو ٤٨٠٠٠٠٠٠٠

(٩٩) قسمة الأعداد الاعشارية لها صورتان

أولاً إذا كانت عدة الأرقام الاعشارية واحدة في المقسوم والمقسوم عليه
 تخارج القسمة يحصل بقطع النظر عن الشرطة لان حذفها يؤدي الى ضرب
 المقسوم والمقسوم عليه في عدد واحد كما في الخاصية الثانية من غمرة ٩٦
 بدون ان يتغير الخارج المذكور كما في غمرة ٣٥

فعلى هذا خارج قسمة ٨٦ ر ٤ على ٤٣ ر ٢ يحصل بقسمة ٤٨٦
 على ٢٤٣ فيكون الخارج ٢

ويتوصل الى هذه النتيجة بملاحظة ان هذين العددين لما كانا مكافئين اكسرى
 $\frac{٤٨٦}{١٠٠}$ و $\frac{٢٤٣}{١٠٠}$ المتعدى المقام كان خارج قسمة ٨٦ ر ٤ على ٤٣ ر ٢
 هو $\frac{٤٨٦}{٢٤٣}$ كما في تنبيه الاول من غمرة ٨٥ فعلى ذلك يحصل خارج القسمة
 المذكور بقسمة ٤٨٦ على ٢٤٣ كما في تنبيه غمرة ٧١

وثانياً اذا لم تكن عدة الأرقام الاعشارية واحدة في المقسوم والمقسوم عليه
 رجعت تلك الصورة الى المقدمة بان تضع اصفاراً على يمين العدد الذي تكون
 ارقامه الاعشارية اقل في العدد من ارقام الآخر كما في الخاصية الاولى
 من غمرة ٩٦ فعلى هذا اذا كان المطلوب خارج قسمة ٨٦ ر ٤ على
 ٢٤٣ ر ٠ فحول المسئلة اولا الى قسمة ٨٦٠٠٠ ر ٤ على
 ٢٤٣ ر ٠ ثم انقسم ٤٨٦٠٠٠ على ٢٤٣ ر ٠ او ٤٨٦٠٠٠

على ٢٤٣ فيكون خارج القسمة المطلوب هو ٢٠٠٠

(تنبيه) في صورة ما اذا لم تكن الأرقام الاعشارية متحدة العدد في المقسوم
 والمقسوم عليه يمكن الاستعانة بوضع الاصفار على يمين احدهما الذي تكون
 ارقامه الاعشارية اقل من عدد ارقام الآخر ثم تجري عملية القسمة بقطع النظر
 عن الشرطة ويضرب خارج القسمة المتحصل في قوة مناسبة من قوى عدد ١٠

او يقسم على القوة المذكورة فيحصل بذلك خارج القسمة المطلوب واس تلك
القوة بساوي الفرق الذي بين عدد الارقام الاعشارية التي في المقسوم والمقسوم
عليه

مثلا اذا كان المطلوب خارج قسمة ٤٨ ر ٠٠٠ على ١٢ ر ٠ فاقطع النظر
عن الشرطة واقسم ٤٨ على ١٢ فيكون خارج القسمة ٤ ثم اقسم هذا
الخارج على ١٠٣ او على ١٠٠٠ فيكون خارج قسمة ٤٨ ر ٠٠٠
على ١٢ ر ٠٠٤ وهو ٠٠٤ ر ٠ وهو خارج القسمة المطلوب لان ي حذف الشرطة
من المقسوم الذي هو ٤٨ ر ٠٠٤ يكبر بقدر ١٠٥ كافي الخاصية الثانية
من غرة ٩٦ وحينئذ يكبر خارج القسمة بقدر تلك المرات كما في غرة ٣٥
لكن ي حذف الشرطة من المقسوم عليه الذي هو ١٢ ر ٠ يكبر بقدر ١٠٢
و حينئذ يصغر خارج القسمة بقدر ١٠٢ كافي غرة ٣٥ وينتج من ذلك انه
ي حذف الشرطة من المقسوم والمقسوم عليه بضرب خارج القسمة المطلوب
في ١٠٢ ويقسم على ١٢ فيضرب اذن الخارج المذكور في ١٠٢
او في ١٢ فيحصل حينئذ خارج القسمة المطلوب بقسمة خارج قسمة ٤٨
على ١٢ على ١٠٢

ويجرب مثل ذلك في استخراج خارج قسمة ٤٨ ر ٠ على ١٢ ر ٠٠٠
فيكني قطع النظر عن الشرطة وقسمة ٤٨ على ١٢ فيحصل من ضرب
الخارج وهو ٤ في ١٠٢ خارج القسمة المطلوب وهو ٤٠٠٠
فقد رأيت في هذين المثالين ان ١٠٢ هو العدد الذي يلزم قسمة خارج القسمة
المتحصل عليه او ضربه فيه لاجل تحصيل خارج القسمة المطلوب وأن الاس ٣
هو الفرق بين عدد الارقام الاعشارية الموجودة في المقسوم والمقسوم عليه
(١٠٠) ميزان القواعد الاربع للاعداد الاعشارية هو ميزان القواعد
المقررة في غرة ١٠ و ١٣ و ٢٢ و ٢٣

• (تحويل الكسور الاعتيادية الى كسور اعشارية) •

(١٠١) حيث ان البسط من الاعتيادية عبارة عن خارج قسمة البسط

من اعداد ٢٧ الاعشارية الى غيرنهاية

تنبية: يتوصل بالقاعدة المذكورة الى بيان كون خارج قسمة عدد على آخر
كسرا اعشاريا فعلى هذا خارج قسمة ٩٨ على ٢٥ او ٩٨ على
٢٥ يكون ٩٢ ر ٣ كما في غرة ٩٩ وخارج قسمة ٠.٠٠٣ على
١١ ر ٠ او ٣ على ١١ يكون ٢٧٢٧٢٧ ر ٠ وهكذا من
اعداد ٢٧ الاعشارية

(١٠٢) الكسور الاعشارية التي ظهرت في المثالين الاخيرين تسمى بالكسور
الدورية فاولهما وهو ٢٧٢٧٢٧ ر ٠ وهكذا من اعداد ٢٧ الاعشارية
يسمى بالكسر الاعشاري الدوري البسيط لان جلة ارقامه المتحصلة على التوالي
بدون انقطاع المسماة دورية تظهر بعد الشرطة مباشرة بدون واسطة وثانيهما
وهو ١٣٦٧٦٧٦٧ ر ٠ وهكذا من اعداد ٢٧ الاعشارية يسمى بالكسر
الاعشاري الدوري المركب لان الجزء الدوري فيه وهو ٦٧ لا يظهر الا بعد
الشرطة بواسطة حيث يفصله عنها جزء اعشاري غير دائري وهو ١٣
ولبيان أن كل كسر اعشاري دوري يمكن تحويله الى كسر اعتيادي مكافئ له
فنقول

اولا: لنفرض أن المطلوب تحويله الى كسر اعتيادي هو كسر
٢٧٢٧٢٧ ر ٠ وهكذا من اعداد ٢٧ الاعشارية فلاجل التوصل الى
ذلك نبحث عن صيغة اخرى مركبة من هذا الجزء الدوري بعينه ثم نطرح
احدى الصيغتين من الاخرى فينتعدم الجزء الدوري ويسهل استنتاج
مقدار الكسر الدوري المفروض فاذا رزنا بحرف منه لمقدار كسر
٢٧٢٧٢٧ ر ٠ وهكذا من اعداد ٢٧ الاعشارية وضررنا هذا
المقدار في ١٠٠ كان

١٠٠ في ٢٧٢٧٢٧ ر ٢٧ = وهكذا من اعداد ٢٧
الاعشارية و ٢٧٢٧٢٧ ر ٠ = وهكذا من اعداد ٢٧
الاعشارية

فإذا طرحنا $س$ من $١٠٠ س$ كان الباقي وهو $٩٩ س$ مساويا $٢٧٢٧٢٧ ر$ وهكذا من الأعداد العشرية $٢٧٢٧٢٧ ر$ وهكذا من الأعداد العشرية أو مساويا ٢٧ لأن الأجزاء العشرية الدورية مجموعها بعضا فإذن يكون

٩٩ في $س = ٢٧$ وينتج من هذا أن $س = \frac{٢٧}{٩٩} = \frac{٣}{١١}$ فعلى ذلك يكون كل كسر دوري بسيط أصغر من الواحد مكانا $\frac{٣}{١١}$ كسر اعتيادي بسطه الجزء الدوري ومقامه عدد مؤلف من عدة تسعات بقدر ما في الجزء الدوري من الأرقام

وثانيا إذا كان المطلوب تحويل أي كسر دوري مركب إلى كسر اعتيادي فإنا نضع الشرطة بالتوالي على عين الجزء الدوري الأول وعلى يساره ثم هذا يحصل عددان مؤلفان من جزء دوري واحد وحيث أن الفرق بين هذين العددين لا يحتوي على الجزء الدوري فاستخراج مقدار الكسر المقروض على غاية من السهولة

مثلا ليكن المطلوب تحويله $٠.١٣٦٧٦٧٦٧ ر$ وهكذا من أعداد ٦٧ العشرية التي جزؤها الدوري ٦٧ فإذا رزنا بصرف $س$ إلى مقدارها كان

١٠٠٠٠٠ في $س = ٦٧٦٧ ر ٨٠١٣٦٧$ وهكذا من أعداد ٦٧ العشرية و ١٠٠٠ في $س = ٦٧٦٧ ر ٨٠١٣$ وهكذا من أعداد ٦٧ العشرية

فإذا طرحنا ١٠٠٠ في $س$ من ١٠٠٠٠٠ في $س$ ولاحظنا انعدام الدورين وجدنا

٩٩٠٠٠ في $س = ٨٠١٣٦٧ - ٨٠١٣$ وينتج من هذا أن $س = \frac{٨٠١٣٦٧ - ٨٠١٣}{٩٩٠٠٠}$ وبعبارة مقدار $س$ هذا مع عدد

$٨٠١٣٦٧٦٧ ر ٨$ وهكذا من أعداد ٦٧ العشرية توصل إلى هذه القاعدة

وهي انه اذا كان المطلوب تحويل أى كسرا عشاري دورى مركب الى كسر
اعتبادى فانك تنقل الشرطة على التوالى الى يمين الجزء الدورى الاول ويساره
فما يكون من الفرق بين برأى الكسور والاعشارية العنصرين المتحصلين يدل على
بسط الكسر المطلوب وأما المقام فتأخذ لاجل تأليه من التسعيات بقدر ما في
الجزء الدورى من الارقام ثم تضع على يمين العدد المأخوذ من الاصفار بقدر
الارقام التى بين الشرطة والجزء الدورى الاول

وهذه القاعدة يصح ابرؤها أيضا فى الكسور والاعشارية الدورية البسيطة التى
تكون أكبر من الواحد لكن بلا حظ أن تلك الكسور تخلو عن الارقام بين
الشرطة والجزء الدورى الاول لا يلزم فيها وضع اصفار عقب التسعيات الموجودة
فى مقام الكسر الاعتبادى المكافئ له
فيحصل اذن من القواعد المتقدمة ان

$$٢٠٤٠٤٠٤ \text{ و } ٢٠٤ \text{ وهكذا من اعداد } ٤ \text{ وصفر الاعشارية}$$

$$\frac{٢٠٤٠٤}{٩٩٠} = \frac{٢٠٤ - ٢٠٤٠٤}{٩٩٠} = \frac{٢٠١٠١}{٩٩٠}$$

$$\text{وأن } ٢٥٢٥٢٥ \text{ و } ١٣٧ \text{ وهكذا من اعداد } ٥ \text{ الاعشارية}$$

$$\frac{١٣٥٨٨}{٩٩} = \frac{١٣٧ - ١٣٧٢٥}{٩٩}$$

تنبيه: وعمل هذا يوجد أيضا أن

$$٩٩٩ \text{ و } ٩ \text{ وهكذا من اعداد الاعشارية } = \frac{٩ - ٩٩٩}{٩} = ١٠ \text{ و } ٩٩٩ \text{ و } ٩$$

$$\text{وهكذا من اعداد } ٩ \text{ الاعشارية } = \frac{٩}{٩} = ١$$

$$\text{وأن } ٩٩٩٩ \text{ و } ٩ \text{ وهكذا من اعداد الاعشارية } = \frac{٩}{٩} = ١ \text{ و } ٩٩٩٩ \text{ و } ٩$$

$$\text{وهكذا من اعداد } ٩ \text{ الاعشارية } = ٠ \text{ و } ٩ \text{ وهكذا من اعداد } ١ \text{ و } ٩$$

الاعشارية وينتج من ذلك أن كل كسر عشاري مؤلف من عدة تسعيات لانتهائه
له ايساوى واحدا من المنزلة التى فوق المنزلة المبتدأ عنها السلسلة مباشرة

(١٠٣) يمكن للطالب دائما أن يتحقق في مبداء الامر من خارج قسمة بسط

الكسر على مقامه هل هو صحيح أو كسر دورى بسيط أو كسر دورى مركب

وذلك لامور

أولاً * متى كان المقام واحداً متبعا باصفار فان قاعدة نمرة ٩٢ تؤدي بدون واسطة الى العدد الاعشاري المكافئ للكسر المفروض

وثانياً * اذا لم يكن المقام واحداً متبعا باصفار بان كان لا يحتوي الاعلى عوامل أولية كعامل ٢ و ٥ الاولين لاس ١٠ فانه يعبر دائماً عن الكسر اعشاري على التحقيق لانه بضرب حدى الكسر في قوة من قوى عدد ٢ او ٥ بحيث يدخل كل من عامل ٢ و ٥ في المقام الجديد دخولا متحداً فيهما سواء كان مرة أو أكثر يتحول الكسر المذکور الى كسر مكافئ له يكون مقامه الواحد المتبع بعدد اصفار وهذا الكسر الاخير لا يكون اصم بل يحول الى اعشاري على التحقيق كما في نمرة ٩٢ ومن هذا القبيل كسر $\frac{7}{5}$ وذلك لان

$$\frac{7}{5} = \frac{7}{5 \times 2} = \frac{7}{10} = \frac{7}{10 \times 2} = \frac{7}{20} = \frac{7}{20 \times 2} = \frac{7}{40}$$

وقسمة ٧ على ٤٠ تؤدي الى هذه النتيجة بعينها كما في نمرة ١٠١

تنبيه * عدد الارقام الاعشارية يساوي عدد ٣ الذي هو أس عامل ٢ و ٥ الداخل مرارا عديدة في ٤٠ التي هي مقام الكسر المفروض

وبالجملة فبعد حذف جميع عوامل ٢ و ٥ المشتركة في حدى كسر أيا ما كان لا يحتوي مقام الكسر الناتج على عوامل أولية غير عامل ٢ و ٥ ويكون عدد الارقام الاعشارية من خارج قسمة البسط على المقام مساويا لا كبر اس من أس عامل ٢ و ٥ من هذا المقام الاخير

ولنفرض كسر $\frac{57}{16000}$ مثلاً فاذا حذف عامل ٢ المشترك بين حديه

صار هذا الكسر $\frac{57}{2000}$ او $\frac{57}{2 \times 1000}$ فاذن يحصل من قسمة البسط

على المقام خارج ضئيف يحتوي بالضرورة على أربعة أرقام اعشارية لانه لا جمل

تحويل هذا الكسر الأخير إلى كسر آخر مقامه واحد تتبع باصقار وبسطه لا ينتهي باصقار يلزم ضرب الخدين في ٥ فيحصل

$$\frac{5 \times 7}{5 \times 2} \quad \text{أو} \quad \frac{35}{10} \quad \text{أو} \quad \frac{7}{2} \quad \text{أو} \quad \frac{35}{10000} \quad \text{أو} \quad 0.0035$$

وثالثا إذا احتوى مقام الكسر على عامل أولى غير ٢ أو ٥ وكان هذا العامل الأولى لا يقسم البسط فانه لا يمكن تحويل هذا الكسر إلى عدد أعشاري متناه وزيادة على ذلك يصير خارج القسمة غير المتناهي كسر ادوريا ولنفرض أن كسر $\frac{1}{8}$ هو الذي مقامه يحتوي على العامل الأولى وهو ٨ الذي لا يقسم البسط وهو ٨ فيكون حينئذ أوليا مع ٨ فيقال انه لا يمكن تحويل الكسر المذكور إلى عدد أعشاري متناه لانه لو فرض يحصل خارج اعشاري متناه مثل ٠.٢٤ لكان

$$\frac{1}{8} = 0.24 \quad \text{وحيث ان} \quad 0.24 = \frac{24}{100} \quad \text{كافي مرة} \quad 93$$

$$\text{فكسر} \quad \frac{1}{8} = \frac{24}{100} \quad \text{وينتج من هذا ان} \quad 100 \times 24 = 100 \times 8$$

كافي التنبيه الثالث من مرة ٧٤

ليكن اذا فرضنا أن عدد ٢ يقسم ١٥ فهو أيضا يقسم ٢٤ 15×2 ويقسم بالتبعية ٨ 100×8 وايضا حيث ان عدد ٣ المذكور إلى مع ٨ يلزم حينئذ أن يقسم ١٠٠ كافي مرة ٥٧ وذلك مستحيل كافي التنبيه الثاني من مرة ٥٨ وهذه الاستحالة ناشئة عن فرضنا ان الكسر المقروض كان قابلا للتحويل إلى عدد أعشاري متناه ويعلم منه أنه أن قسمة ٨ على ١٥ تؤدي إلى خارج اعشاري غير متناه

وايضاً يقال ان هذا الخارج الغير المتناهي دوري لانه لما كانت البواقي المتوالية اقل من المقسوم عليه توصلنا بالضرورة إلى باق يحصل سابقا بضرب ذلك الباقي في ١٠ واستمرار القسمة تكون المقسومات بالترتبة أعدادا مساوية للأعداد المتقدمة وتتعاقب في منزلة واحدة فيحصل حينئذ في خارج القسمة الأرقام التي كانت تحصلت سابقا في المنزلة بعينها وبناء على ذلك يكون

خارج القسمة كسر ادوريا

وذلك لانا اذا طبقنا قاعدة عشرة ١٠١ على كسر $\frac{8}{15}$ بول الامر الى هذه العملية وهالك صورتها

٨	١٥	احاد
٨٠	٥٣٣	اعشار
٥٠		اجزاء من مائة
٥٠		من الف
		الخ

فاما قسمة ٨ آحاد على ١٥ فخارجها اصغر وهو آحاد خارج القسمة الكلي واما الباقي وهو ٨ فيحول الى اعشار فيصير ٨٠ وبقيتها على ١٥ يكون خارج القسمة ٥ اعشار والباقي ٥ اعشار او ٥٠ من مائة وبقيتها هذا الباقي على ١٥ يكون خارج القسمة ٣ من مائة والباقي ٥ من مائة او ٥٠ من الف وبلاستمرار على القسمة تكون ارقام خارج القسمة مساوية دائما لعدد ٣ لانه حيث كان خارج قسمة ٥٠ من مائة على ١٥ هو ٣ من مائة والباقي ٥٠ من الف وهو اصغر من الباقي المتقدم الذي هو ٥٠ من مائة عشر مرات فبقسمة ٥٠ من الف على ١٥ يحصل خارج اصغر من ٣ من مائة عشر مرات ويبقى باقي اصغر من ٥٠ من الف عشر مرات بمعنى ان الخارج يكون ٣ من الف والباقي ٥٠ من عشرة آلاف واذا سلمنا كما نظير ذلك في قسمة ٥٠ من عشرة آلاف على ١٥ كان خارج القسمة ٣ من عشرة آلاف وهو اصغر من المتقدم عشر مرات وكان الباقي ٥٠ من مائة الف وهو اصغر من المتقدم ايضا عشر مرات وهكذا الى ما لا نهاية

تنبيه: كلما زدت في الارقام الاعشارية من خارج القسمة قربت من مقدار $\frac{8}{15}$ وذلك لان البواقي المتعاقبة وهي ٨٠ عشرا و ٥٠ من مائة و ٥٠ من الف الخ تتناقص مقاديرها بمجرد العمل وحيث انه بقسمتها على ١٥ يعلم

ما يتقص في الخارج المحصل حتى يكون صحيحا تؤخذ عدة ارقام اعشارية في خارج القسمة ليكون ما بين العدد الاعشاري الناتج وكسر $\frac{1}{10}$ من الاختلاف قليلا بقدر الامكان

ومن هذا القبيل ايضا كسر $\frac{3}{11}$ فانه يساوي ٢٧٢٧٢٧ ر . وهكذا من اعداد ٢٧ الاعشارية

رابعا اذا لم يحتو مقام اى كسر على عامل من عاملى ٢ و ٥ اللذين هما اصل لعدد ١٠ فتحويل هذا الكسر الى كسر اعشاري تتوصل دائما الى خارج يكون كسر ادور يابس طما

ولنفرض مثلا كسر $\frac{13}{11}$ الذى لم يحتو مقامه على عامل من عاملى ٢ و ٥ كفاي غمرة ٤١ و ٤٢ فحيث ان تحويل هذا الكسر الى كسر اعشاري يؤدى دائما الى خارج دورى بسيط او مركب كفاي الامر الثالث يكفى في ذلك ان نبرهن على ان هذا الخارج لا يكون دوريا مركبا

مثلا اذا كانت قسمة ١٣ على ٢١ تؤدى الى خارج دورى مركب كعدد ٥٣٦٨٦٨٦٨ ر . وهكذا من اعداد ٦٨ الاعشارية الذى يبدأ الدور فيه وهو ٦٨ وثالث رقم من الارقام الاعشارية فيقال حيث ان قاعد غمرة ١٠٢ تؤدى بموجب الامر الثانى الى هذه المداواة وهي ٥٣٦٨٦٨ ر . وهكذا من اعداد ٦٨ الاعشارية $\frac{53-5368}{9900} = \frac{53-5368}{9900}$ يكون $\frac{13}{21} = \frac{53-5368}{9900}$ وينتج من ذلك ان $21 \times (53-5368) = 9900$

وحيث ان ٩٩٠٠ يقبل القسمة على ١٠ فاصل ضرب ٥٣٦٨ — ٥٣ في ٢١ يقبل ايضا القسمة على ١٠ ليكن حيث انه في الصورة المفروضة لا يحتوى عدد ٢١ الذى هو مقام الكسر المفروض على عاملى ٢ و ٥ اللذين هما عاملا ١٠ الاوليان فعدد ١٠ حيث ان اولى مع عامل ٢١ وعليه فيقسم عدد ١٠ العامل الاخر وهو ٥٣ — ٥٣٦٨ كفاي غمرة ٥٧ وحيث ان ٥٧ يتركب من ٥٢ من ٥٣٦٨

أن يكون أول رقم من الباقي صفراً وعليه فيكون عدد ٣ الذي هو آخر رقم من جزء ٥٣ الغير الدوري مساوياً لرقم ٨ الذي هو آخر أرقام دور ٦٨ وهذا مستحيل حيث فرض أن مبدأ الدورانما هو الرقم الثالث بعد الشرطة ومنشأ هذه الاستحالة هو فرض أن الدور ليس مبدؤه مما يلي الشرطة من الأرقام العشرية قسمة ١٣ حيث أنه على ٢١ يكون خارجها بالضرورة كسر ادور بسيطاً وذلك لأن قاعدة نمرة ١٠١ تفصل بوجهها هذا الخارج وهو عدد ٦١٩٠٤٧٦١٩٠٤٧ ر . وهكذا من الأرقام العشرية الذي مبدأ دوره هو ٦١٩٠٤٧ مما يلي الشرطة مباشرة

تنبه * أرقام الدور هي دائماً أقل عدداً من مقام الكسر المقروض لأنه لما كان في صورة قسمة البسط على المقام كل باق أصغر من المقام كان عدد القسمة الجارية لأجل إيجاد باق تحصل سابقاً لا يمكن أن يزيد على المقام وخامساً * متى كان مقام الكسر الأصم يحتوي على عاملي ٢ و ٥ اللذين هما أصل عدد ١٠ وعلى عوامل أخرى موافقة لهما في قسمة المقام فتحويل هذا الكسر إلى كسر عشري يؤدي دائماً إلى خارج قسمة يكون كسر ادورياً مركباً ويكفي في بيان كمية الأرقام العشرية الموجودة بين الشرطة والدور الأول أن تبين عاملي ٢ و ٥ الأولين المنحصرين في المقام فيبدل أكبر أسس هذين العاملين على عدد الأرقام العشرية المطلوب * وعدد أرقام الدور هو دائماً أصغر من حاصل ضرب العوامل الأولية ما عدا عاملي ٢ و ٥ اللذين في مقام الكسر المقروض

وانتمثل لذلك بكسر $\frac{3397}{2470}$ الأصم حيث أن المقام زيادة على عاملي ٢ و ٥ يحتوي أيضاً على عامل أولي وهو ٣ كفاية نمرة ٤٤ يقال إن قسمة ٣٣٩٧ على ٢٤٧٥٠ يكون خارجها كسر ادورياً مركباً إذ لو فرض خلاف ذلك لتحصل خارج قسمة يكون كسر ادورياً بسيطاً (كفاية الأمر الثالث) وذلك كخارج ٣٧٣٧٣٧ ر . وهكذا من أعداد

٣٧ الاشارية وحيث انه يجب الخاصية الاولى من قاعدة غمرة ١٠٢
 يكون ٣٧٣٧٣٧ ر . وهكذا من اعداد ٣٧ الاشارية $\frac{37}{99}$
 فكسر $\frac{37}{99}$ يكون مساويا لكسر $\frac{37}{99}$ فيستون حيث نذ ٣٣٩٧
 $99 \times 37 = 24750$ كافي التبيه الثالث من غمرة ٧٤
 وحيث ان ٢٤٧٥٠ الذي هو مقام الكسر المقروض يقبل القسمة بالفرض
 على ٢ اوعلى ٥ فحاصل ضرب ٣٧ $\times 24750$ يقبل ايضا
 القسمة على ٢ اوعلى ٥ وكذلك حاصل ضرب ٩٣٣٩٧ $\times 9$
 يقبل ايضا القسمة على ٢ اوعلى ٥ وحيث ان الكسر المقروض اصم
 فسطه الذي هو ٣٣٩٧ لا يقبل القسمة على واحد من عاملي ٢ و ٥
 الاولين من مقام ٢٤٧٥٠ وحيث ان مقام ٩٩ يقبل القسمة على ٢
 اوعلى ٥ كافي غمرة ٥٧ وهو مستحيل بموجب غمرة ٤١ و ٤٢
 فعلى ذلك يكون خارج قسمة ٣٣٩٧ على ٢٤٧٥٠ كسرا دوريا
 مركبا

ويكفي في بيان عدد الارقام الموجودة بين الشرطية والدورا الاول أن تبين
 عاملي ٢ و ٥ الذين في هذا المقام وهو ٢٤٧٥٠ ولأجل هذا
 الغرض يلاحظ أن $24750 \times 10 = 247500 = 24750 \times 2 \times 5 \times 5$
 ٢٤٧٥

وحيث ان عامل ٢٤٧٥ لا يقبل القسمة على ٢ كافي غمرة ٤١
 بل على ٥ كافي غمرة ٤٢ ويكون الخارج ٤٩٥ وهو ايضا يقبل
 القسمة على ٥ ويكون الخارج ٩٩ يكون

$$24750 = 24750 \times 2 = 490 \times 5 \times 5 \times 5 \times 2 = 490 \times 5 \times 5 \times 5 \times 2$$

$$99 \times 2 = 99 \times \frac{2}{1} = 99 \times 2$$

وحيث ان عدد ٩٩ لا يقبل القسمة على ٢ ولا على ٥ كافي غمرة
 ٤١ و ٤٢ وعدد ٢٤٧٥٠ يساوي $24750 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5$
 نقول ان الجزء الغير الدوري من خارج قسمة ٣٣٩٧ على ٢٤٧٥٠

يحتوى على ثلاثة ارقام بين الشرطية والدور الاول وان عدد ارقام الدور يكون اقل من ٩٩

وذلك انه لما كان مقام $24750 = 2 \times 5 \times 99$ حقيقى يمكن اعدام عاملى ٢ و ٥ الموجودين فى هذا المقام كفى فى ذلك

أن نضرب بسط كسر $\frac{2397}{99 \times 5 \times 2}$ فى 2×5 وحيث ان ١٠ $= 2 \times 5$ فالشرط المذكور يتحقق بضرب البسط فى $\frac{2}{5}$ او فى $\frac{2}{5} \times$ فيكون

$$\frac{13088}{99} = \frac{2 \times 2397}{99} = \frac{5 \times 2 \times 2397}{5 \times 2 \times 99} = \frac{1 \times 2397}{24750}$$

وحيث ان عدد ٩٩ الذى هو مقام الكسر الاخير لا يحتوى على عامل من عاملى ٢ و ٥ فقسمة ١٣٥٨٨ على ٩٩ يكون خارجها دوريا بسيطا تكون فيه عدة ارقام الدور اقل من ٩٩ كفى الخاصية الرابعة فاذن يكون

$\frac{13088}{99} = 1372020$ وهكذا من اعداد ٢٥ الاعشارية فيكنى فى استخراج الكسر الاصلى وهو $\frac{2397}{24750}$ من ذلك أن تقسم الخارج الدورى البسيط السابق على $\frac{2}{5}$ أو على ١٠٠٠ فيؤول ذلك الى تقديم الشرطية ثلاث منازل الى الجهة اليسرى فيحصل من ذلك الكسر الدورى المركب وهو ١٣٧٢٥٢٠. وهكذا من اعداد ٢٥ الاعشارية المتألف جزؤه الاعشارى الدورى من ثلاثة ارقام

ومتى امكن تطبيق تلك البراهين على كسور اخرى صما تحتوى مقاماتها على عاملى ٢ و ٥ وعلى عوامل اخرى اولية توافقهما فالخواص المذكورة تثبت لها كفى الامر الخامس

(١٠٤) اذا كان العدد لا ينتهى بعدة تسعات وحذفت منه بعض ارقام من ارقام الجهة اليمنى فجملة الارقام المحذوفة منه يكون مقدارها اقل من واحدة

المنزلة الأخيرة المحفوظة

ولنفرض مثلاً عدد ٣٧٨٥٦٧٨٥ وهكذا من الأعداد العشرية
فإذا حذفنا جميع الأرقام الموضوعة على غير رقم ٦ التي هي من أجزاء
المئات كان الجزء المحذوف وهو ٠٠٧٨٥ وهكذا من الأعداد
العشرية أقل من الكسر العشري الدوري المركب وهو
٠.٠٩٩٩٩٩٩٩ وهكذا من أعداد ٩ العشرية وأقل من جزء من
مائة كما في غمرة ١٠٢

فعلى ذلك يكفي في تحصيل مقدار أي عدد من الأعداد بحيث يبلغ تقريباً جزءاً
عشارياً من منزلة مفروضة أن تحذف جميع الأرقام الدالة على أحاد أقل من
تلك المنزلة

فإذا أريد إيجاد مقدار أي كسر اعتيادي بحيث يبلغ تقريباً جزءاً عشارياً من
منزلة مفروضة يكفي في ذلك أن تقسم البسط على المقام بموجب قاعدة
غمرة ١٠١ وتستمر في العمل حتى تتوصل إلى رقم خارج قسمة يدل على أحاد
عشرية من المنزلة المفروضة فعلى هذا إذا كان المطلوب مثلاً إيجاد مقدار
كسر $\frac{3}{11}$ أي خارج قسمة ٣ على ١١ بحيث يبلغ تقريباً جزءاً من ألف
من الأحاد كان المقدار المذكور هو ٠.٢٧٢

(١٠٥) إذا أريد القرب بقدر الامكان من مقدار عدد عشري بحذف
عدة أرقام من أرقام جهة اليمين ففي ذلك ثلاث صور

أحدها أن يكون الرقم الأول من الأرقام التي يراد حذفها أصغر من عدد ٥
فيلزم في هذه الصورة حذف هذا الرقم مع ما يليه من الأرقام * الثانية أن
يكون أكبر من عدد ٥ أو مساوياً له ومتبوعاً بأرقام معنوية فيلزم في هذه
الصورة إضافة واحد إلى الرقم الأخير المراد إبقاؤه * الثالثة أن يكون مساوياً
لعدد ٥ غير متبوع بأرقام معنوية ففك في هذه الصورة طريقان أما أن
تترك الرقم الأخير المراد إبقاؤه على ما هو عليه أو تضيف إليه واحداً في هذه
الصور الثلاث لا يتجاوز الخطأ نصف واحد من المنزلة الأخيرة المحفوظة

فإذا كان المطلوب مثلاً ابقاء ارقام اثنى عشرية من كسر ٦٧٤ ر ٥
وهكذا من الاعداد الاشارية كان المقدار التقريبي لهذا الكسر هو ٦٧ ر ٥
وكذلك المقدار التقريبي لكسر ٤٧٦ ر ٥ وهكذا من الاعداد
الاشارية يكون ٤٨ ر ٥ ويكون الخطأ في ذلك اقل من نصف جزء من
مائة أو من ٠.٠٠٥ وذلك لان الجزء المحذوف في الصورة الاولى وهو
٠.٠٠٤ وهكذا من الاعداد الاشارية اقل من ٠.٠٠٤٩٩٩٩
وهكذا من الاعداد الاشارية او من ٠.٠٠٥ لان كسر ٩٩٩ ر ١٠٠٠
وهكذا من الاعداد الاشارية = ٠.٠٠١ ر ٠.٠٠٢ كافي عشرة ١٠
والكمية التي يلزم اضافتها في الصورة الثانية الى ٤٧٦ ر ٥ وهكذا من
الاعداد الاشارية لاجل تحصيل ٤٨ ر ٥ اقل من ٠.٠٠٤ ر ٠
وإذا كان العدد المقروض هو ٣٧٥ ر ٢ وكان المطلوب ابقاء رقمين
اشاريين فقط كان اخذ ٣٧ ر ٢ او ٣٨ ر ٢ على حد سواء ويكون
الخطأ مساوياً ٠.٠٠٥ ر ٠

(١٠٦) ولتين هنا كيفية اختصار ضرب عددين اعشاريين مخترعين على
عدة ارقام في صورة ما إذا كان المطلوب تحصيل المقدار التقريبي للحاصل
بحيث يبلغ تقريباً واحد اثنى عشرية من منزلة معلومة بأذن ذلك مثالين
فنعول

المثال الاول أن يكون المطلوب تحصيل حاصل ضرب ٧٤٦٢٣ ر ٨
وهكذا من الاعداد الاشارية في ٣٤٥٦٧ ر ٢ وهكذا من الاعداد
الاشارية بحيث يبلغ تقريباً جزءاً من عشرة من الواحد
للاجل التوصل الى ذلك تجري عملية الضرب بحيث يدل الرقم الاول من بين
كل حاصل جزئي على اجراء من الفاعل على آحاد اصغر من آحاد اول رقم
من بين الحاصل المطلوب بمائة مرة فتكون صورة العملية هكذا

مضروب ٨٧٤٦٢٣ وهكذا من الأعداد العشرية

مضروب فيه ٢٣٤٥٦٧ وهكذا من الأعداد العشرية

الحاصل من ضرب ٨٧٤٦ في ١٧٤٩٢

ومن ٠٣ في ٨٧٤ ٢٦٢٢

ومن ٠٠٤ في ٨٧ ٠٣٤٨

ومن ٠٠٠٥ في ٨ ٠٠٤٠

مجموع الحواصل الجزئية ٢٠٥٠٢

فأذن يكون ٢٠٥ هو الحاصل المطلوب

وذلك أنه حين الضرب في عدد ٢ الذي هو أحاد المضروب فيه أهمل من

المضروب الآحاد التي هي دون أجزاء الألوف فثبت يكون الخطأ الناشئ عن

ذلك في حاصل الضرب الجزئي المتبادل أقل من ٢ في ٠٠٠٩٩٩ و

وهكذا من الأعداد العشرية أو من ٢ في ٠٠٠١ كما في غمرة ١٠٢

أو من ٠٠٠٢

ويبرهن على ذلك في الحواصل الجزئية الثلاثة على أن الخطأ يكون أقل من

٠١×٠٣ أو ٠٠٣ ومن ٠٤×٠٤ أو ٠٠٤ ومن ٠٥×٠٥

على سبيل التوزيع

وبإهمال باقي المضروب فيه وهو ٠٠٠٦٧ وهكذا من الأعداد

العشرية يكون الخطأ في الحاصل الكلي أقل من ٨٧٤٦٢٣ وهكذا

من الأعداد العشرية $٠٠٠٩٩٩ \times$ وهكذا من الأعداد

العشرية أو من ٨٧٤٦٢٣ وهكذا من الأعداد العشرية

أو من ٨٧٤٦٢٣ وهكذا من الأعداد العشرية $٠٠٠١ \times$

أو من ٨٧٤٦٢٣ وهكذا من الأعداد العشرية

فعلى ذلك يكون الخطأ في الحاصل الكلي أقل من كسر ٠٢٢٧٤٦

وهكذا من الأعداد العشرية الذي هو مجموع أعداد

٠٠٢ و ٠٠٣ و ٠٠٤ و ٠٠٥ و ٠٠٨٧٤٦٢٣

وهكذا من الاعداد الاعشارية
فان خطأ المذكور حينئذ هو اقل من عشر الواحد
ولاجل تسهيل اجراء العمليات المتقدمة تضع كل رقم من ارقام المضروب فيه
تحت الرقم الذي يتبدى منه الضرب من ارقام المضروب لينتج في الحاصل
اجزاء الالوف ثم تحمل ارقام العوالم التي تكون حواصلها ادنى من
اجزاء الالوف بقطع النظر عن الشرطة بحيث تجرى العملية على هذا
المتوال

$$\begin{array}{r}
 ٨٧٤٦ \\
 ٥٤٣٢ \\
 \hline
 ١٧٤٩٢ \\
 ٢٦٢٢ \\
 ٣٤٨ \\
 ٤٠ \\
 \hline
 ٢٠٥٠٢
 \end{array}$$

فتضرب اولاً ٨٧٤٦ في ٢ ثم ٨٧٤ في ٣ ثم ٨٧ في ٤ ثم ٨ في ٥
فحيث كانت حواصل ١٧٤٩٢ و ٢٦٢٢ و ٣٤٨ و ٤٠
تدل على اجزاء الالوف فجمعوها وهو ٢٠٥٠٢ يدل ايضا على اجزاء
الالوف فيعادل حينئذ ٢٠٥٠٢ فاذن يساوى حاصل الضرب المطلوب
٢٠٥٠

المثال الثاني أن يكون المطلوب بحصول حاصل ضرب ٩ و ٧١٥٣٢
في ١٠٨٥٦٨ ٣١٤٠٠٠٠٠٠٠ بحيث يبلغ تقريبا جزأ من القدر
الواحد

فيكفي في ذلك اجراء الضروب باعمال الارقام التي يكون حاصلها
في الضروب الجزئية احاداً أدنى من اجزاء مآت الالوف وصورة وضع العملية
هكذا

تنبيه * اذا أردت تحصيل رقمين زيادة على الأرقام المطلوب إبقاؤها في الحاصل
فألبراهمين المذكورة تدل على أن مجموع الخطأ الواقع في ذلك يمكن أن يؤثر
في مقدار الرقم الأخير المحفوظ فيلزم حينئذ تحصيل ثلاثة أرقام بدلا عن الرقمين

(الباب الرابع)

(في الاعداد المميزة والاقيسة الجديدة والقديمة بفرائسها وفيه فصلان)

* (الفصل الاول) *

(في أسماء الاقيسة القديمة المصطلح عليها وفي عملياتها)

(١٠٧) لما كانت الاقيسة القديمة قليلة الاستعمال ناسب ان تقتصر هنا على

بيان أسماء المصطلح عليها وبيان عملياتها على وجه مختصر فنقول

الاطوال تقدر بالتوازيات (القصبات القرنيجه) والفراخ والامبال وغير ذلك

فاما التوازيات فيقسم الى ستة أقسام والقدم الى اثني عشر أصبعاً والاصبع الى اثني عشر خطاً والخط الى اثني عشرة نقطة

والمحيط يتقسم الى ٣٦٠ جزءاً متساوية تسمى بالدرجات والدرجة تتقسم

الى ٦٠ دقيقة والدقيقة الى ٦٠ ثانية والثانية الى ٦٠ ثالثة وهكذا

والطول التقريبي لمحيط الارض هو ٢٠٥٢٢٩٦٠ قوازا *

ويؤخذ من ذلك أن طول ربع محيط الارض أي التسعين درجة الارضية

أعني البعد الارضي الذي بين القطب وخط الاستواء هو ٥١٣٠٧٤٠

قوازا وأن طول الدرجة الارضية ٥٧٠٠٨ قوازا + $\frac{2}{9}$

من قوازا أو ٢٢٢٢٢ ر ٥٧٠٠٨ وهكذا من اعداد ٢ الاعشارية

وهو خارج قسمة ٥١٣٠٧٤٠ على ٩٠ وأما الفرخ والميل فيستعملان

لتقويم المسافات السفرية فالفرسخ البري هو بقياس التوازي ٣٢٨٨٨ ر ٢٨٠٠

وهكذا من اعداد ٨ الاعشارية وهو خارج قسمة الدرجة الارضية التي

هي بقياس التوازي ٢٢٢٢٢ ر ٥٧٠٠٨ وهكذا من اعداد ٢ الاعشارية

على ٢٥

ولما كانت الدرجة الارضية تعادل ٢٥ فرسخاً برياً كان محيط الارض

وهو ٣٦٠ درجة يعادل ٣٦٠ في ٢٥ فرسخاً برياً أو ٩٠٠٠

فرسخ بري

والفرسخ البحري المعادل ٢٠ منه درجة ويقاس التواز ٤١١١١ و ٢٨٥٠٠
وهكذا من اعداد ١ الاعشارية وهو خارج قسمة ٢٢٢٢ ٨ و ٥٧٠٠٠
وهكذا من اعداد ٢ الاعشارية على ٢٠
وفرسخ البوسطة ٢٠٠٠ توازا وميلان
والخطوة العادية قدما وستة أصابع
والخطوة الهندسية أي الباع خمسة اقدام
والسطوح القليلة الامتداد تقاس بالتوازا المربع والاقدام المربعة والأصابع
المربعة وهكذا
والهندازة تستعمل في قياس الجوخ والانشة ونحو ذلك وطولها ثلاثة اقدام
وسبعة أصابع و ١٠ خطوط و ١٠ نقط
والهندازة المربعة هي سطح طوله هندازة وعرضه كذلك * وينقسم كل من
الطول والعرض المذكورين عادة الى أثلاث واسداس واجزاء من اثني عشر
والى انصاف وارباع وانحان واجزاء من ستة عشر
والهندازة ذات $\frac{3}{4}$ هي سطح طوله هندازة وعرضه $\frac{3}{4}$ * وثلاث الهندازة
ذات $\frac{5}{8}$ هو سطح طوله $\frac{1}{4}$ هنداسة وعرضه $\frac{5}{8}$ من الهندازة *
والهندازة المربعة تعادل هندازة ذات $\frac{1}{8}$ أو ٨ هندازات ذات $\frac{1}{8}$
أو هندازة ذات $\frac{1}{4}$ أو ٤ هندازات ذات $\frac{1}{4}$ وهكذا
وسطوخ الاراضى تقدر بالقصبات والقدادين والقدان ١٠٠ قصبه
والقصبه المستعملة في باريس هي مربع كل ضلع من اضلاعه ١٨ قدما
فسطحها ١٨ × ١٨ أي ٣٢٤ قدما مربعا
والقصبه المستعملة في ادارة حفظ الغابات وملاحظة الانهر هي مربع كل ضلع
من اضلاعه ٢٢ قدما فهي ٢٢ × ٢٢ أو ٤٨٤ قدما مربعا
والججوم تقدر بالتوازاات المكعبة والاقدام المكعبة ونحو ذلك
وتقدر المواد الميانية وهي الخبواب ونحوها بالمكاييل (وهي تختلف باختلاف
الاماكن) فتسكال عند الفرنسيين يساوي بمكيال يسمنونه ستيه وهو اثنا عشر بواسو

والبواسو ١٦ لترونا

والمائعات أيضا كايل مخصوصة تقدر بها المستعمل منها عندهم المويد

والباتة * والمويد في باريس يعادل ٢٨٨ باتة

ووحدة الوزن عندهم هي اللوربوا (الرطل الافرنجى) وهو يعادل

٨ كين والمرك ٨ أونسات (أواق افرنجية) * والأونصة ٨ غروسات

(دراهم) والغروس ٣ دينات والدينية ٢٤ غرانا (أى حبة)

وكل ١٠٠ رطل قطار

ووحدة المعاملات عندهم أيضا هو اللوربوترونا وهو عبارة عن ٢٠

صولديا والصلدى ٤ لبارات أو ١٢ دينيه (وكلاهما أصناف معاملة

افرنجية)

فأصناف نقود النحاس أو البلون (وهى الدراهم الزايقة) هى الليار والقطع

التي تساوى ٦ لبارات والصلدى الصغير الذى يساوى ٤ لبارات

والصلدى الكبير الذى يساوى ٨ لبارات

وأصناف معاملة نقود الفضة هى القطع الى منها ما يساوى ٦ صولديات

ومنها ما يساوى ١٢ صولديا و ٢٤ صولديا * والاىكو والصغير الذى

يساوى ٢ لورات والاىكو الذى يساوى ٦ لورات وأصناف نقود الذهب

هى اللويز وهو ٢٤ لورا وضعف اللويز

ووزن قطع الفضة يحتوى على $\frac{11}{13}$ من الفضة الخالصة و $\frac{1}{13}$ من النحاس

ووزن قطع الذهب يحتوى على $\frac{11}{13}$ من الذهب الخالص و $\frac{1}{13}$ من

الفضة و $\frac{1}{13}$ من النحاس ولذا يقال ان كلاً من الفضة المسكوكة والذهب

المسكوك يحتوى على $\frac{11}{13}$ من الخالص

والاقبسة الوقبية أو الزمائية محدودة بحركات الارض والقمر الدورية

والارض التى هى كرية تقريبا لها حركات * الاولى الحركة الدورية التى

تكون حول أحد أقطار الارض المسمى محور الارض ونهايتاهما القطبان

الارضيان والثانية حركة الانتقال التى تكون حول الشمس

ومدة دوران الارض حول محورها هي مدة اليوم * وهي منقسمة الى ٢٤ ساعة والساعة ٦٠ دقيقة والدقيقة ٦٠ ثانية والثانية ٦٠ ثالثة وهكذا

ومدة دوران الارض حول الشمس المعبر عنها بالسنة الشمسية هي ٣٦٥ يوما و $\frac{1}{4}$ تقريبا وأما السنة المعتادة وبغال لها المدنية أيضا فهي ٣٦٥ يوما * فعلى ذلك كل أربع سنين شمسية تزيد يوما على كل أربع سنين معتادة ولأجل التوفيق بين السنين الشمسية والسنين المعتادة اتفقوا على ضم يوم الى السنة الرابعة من كل أربع سنين معتادة وتسمى تلك السنة كبيسة فعلى هذا تكون أيام كل سنة من السنين الثلاثة المعتادة ٣٦٥ يوما والرابعة ٣٦٦ يوما * ولوقلتا ان السنة الشمسية ٣٦٥ يوما و $\frac{1}{4}$ حقيقة فابحث تكون السنة الرابعة من كل أربع سنين شمسية ٣٦٦ يوما لترتب على ذلك أن مركز الارض يبقى كل أربع سنوات في موضع واحد بالنظر للشمس ولكن حيث ان السنة الشمسية ليست الا ٣٦٥ يوما و ٥ ساعات و ٤٨ دقيقة و ٤٥ ثانية فذلك يؤدي الى الخطا وعدم التحرير في السنين حيث انه في كل أربع مائة سنة يحصل معنا ما يزيد على ثلاثة أيام تقريبا فلابد من تحرير ذلك نقص ثلاثة أيام من ثلاث سنين من السنين الكبيسة الموجودة في ٤٠٠ سنة بأن نجعل أيام كل سنة من تلك الثلاثة ٣٦٥ يوما وكل مائة سنة تسمى قرنا

وفي اثناء دوران الارض حول الشمس في مدة السنة يتبع القمر الارض في دورانه فيدور حولها اثني عشرة مرة تقريبا وهذا هو أصل تقسيم السنة الى اثني عشر شهرا

وهي (بالأفريقية) يثويه ونهريه ومارث وابريل وماية ويونيه ويوليه واغسطوس وسبتمبر واقطوبر ونومبر ودقبر * فاما يثوية ومارث وماية ويوليه واغسطوس واقطوبر ودقبر فكل شهر منها ٣١ يوما وأما

ابريل ويونيه وسبتمبر ونومبر فكل شهر منها ٣٠ يوما وأما شهر
فبرية فأيامه على حسب أيام السنة فان كانت أيامها ٣٦٥ يوما فأيامه
٢٨ وان كانت أيامها ٣٦٦ فأيامه ٢٩

ثم ان التقويم الجليلي المبني على هذا الاتفاق يسمى بالتقويم الاغريغوري
لانه يعزى اليها اغريغور الثامن وهذا التقويم وان كان لا يختلف عن خطا
يسير الا أنه يذكي في بقاء التوافق بين السنة المعتادة والسنة الشمسية لان مجموع
الخطا في مدة ٤٤٠٠ سنة لا يبلغ الا يوما واحدا تقريبا

وقد اصطلحوا على رموز مخصوصة قصد الاختصار في كتابة الاقيسة ففعلوا
رمز التواز و ٧ للقدم و ٨ للاصبع و ٩ للخط و ١٠
لورقورنوا و ١١ للصلب و ١٢ للذينة و ١٣ للوربوا و ١٤
للاونسة أي الاوقية الافرنجية و ١٥ للغروس أي الدرهم الافرنجي
و ١٦ للفران أي الحبة و ١٧ لساعة و ١٨ للدقيقة و ١٩ للثانية
فتكتب ٢ توازات و ٣ اقدام و ٤ أصابع و ٥ خطوط
و ١٢ لورقورنوا و ٣ صوليات و ٥ ذنك و ١١ من
الذينة و ١٥ لوربوا و ٧ أونسات و ٤ غروسات و ٢ ذينة
و ٩ غرانات و ٣ ساعات و ٥ دقائق و ٧ ثوان هكذا
ت ٧ ٨ ٩ ١٠ ١١ ١٢ ١٣ ١٤ ١٥ ١٦ ١٧ ١٨ ١٩ ٢٠ ٢١ ٢٢ ٢٣ ٢٤ ٢٥ ٢٦ ٢٧ ٢٨ ٢٩ ٣٠ ٣١ ٣٢ ٣٣ ٣٤ ٣٥ ٣٦ ٣٧ ٣٨ ٣٩ ٤٠ ٤١ ٤٢ ٤٣ ٤٤ ٤٥ ٤٦ ٤٧ ٤٨ ٤٩ ٥٠ ٥١ ٥٢ ٥٣ ٥٤ ٥٥ ٥٦ ٥٧ ٥٨ ٥٩ ٦٠ ٦١ ٦٢ ٦٣ ٦٤ ٦٥ ٦٦ ٦٧ ٦٨ ٦٩ ٧٠ ٧١ ٧٢ ٧٣ ٧٤ ٧٥ ٧٦ ٧٧ ٧٨ ٧٩ ٨٠ ٨١ ٨٢ ٨٣ ٨٤ ٨٥ ٨٦ ٨٧ ٨٨ ٨٩ ٩٠ ٩١ ٩٢ ٩٣ ٩٤ ٩٥ ٩٦ ٩٧ ٩٨ ٩٩ ١٠٠ ١٠١ ١٠٢ ١٠٣ ١٠٤ ١٠٥ ١٠٦ ١٠٧ ١٠٨ ١٠٩ ١١٠ ١١١ ١١٢ ١١٣ ١١٤ ١١٥ ١١٦ ١١٧ ١١٨ ١١٩ ١٢٠ ١٢١ ١٢٢ ١٢٣ ١٢٤ ١٢٥ ١٢٦ ١٢٧ ١٢٨ ١٢٩ ١٣٠ ١٣١ ١٣٢ ١٣٣ ١٣٤ ١٣٥ ١٣٦ ١٣٧ ١٣٨ ١٣٩ ١٤٠ ١٤١ ١٤٢ ١٤٣ ١٤٤ ١٤٥ ١٤٦ ١٤٧ ١٤٨ ١٤٩ ١٥٠ ١٥١ ١٥٢ ١٥٣ ١٥٤ ١٥٥ ١٥٦ ١٥٧ ١٥٨ ١٥٩ ١٦٠ ١٦١ ١٦٢ ١٦٣ ١٦٤ ١٦٥ ١٦٦ ١٦٧ ١٦٨ ١٦٩ ١٧٠ ١٧١ ١٧٢ ١٧٣ ١٧٤ ١٧٥ ١٧٦ ١٧٧ ١٧٨ ١٧٩ ١٨٠ ١٨١ ١٨٢ ١٨٣ ١٨٤ ١٨٥ ١٨٦ ١٨٧ ١٨٨ ١٨٩ ١٩٠ ١٩١ ١٩٢ ١٩٣ ١٩٤ ١٩٥ ١٩٦ ١٩٧ ١٩٨ ١٩٩ ٢٠٠ ٢٠١ ٢٠٢ ٢٠٣ ٢٠٤ ٢٠٥ ٢٠٦ ٢٠٧ ٢٠٨ ٢٠٩ ٢١٠ ٢١١ ٢١٢ ٢١٣ ٢١٤ ٢١٥ ٢١٦ ٢١٧ ٢١٨ ٢١٩ ٢٢٠ ٢٢١ ٢٢٢ ٢٢٣ ٢٢٤ ٢٢٥ ٢٢٦ ٢٢٧ ٢٢٨ ٢٢٩ ٢٣٠ ٢٣١ ٢٣٢ ٢٣٣ ٢٣٤ ٢٣٥ ٢٣٦ ٢٣٧ ٢٣٨ ٢٣٩ ٢٤٠ ٢٤١ ٢٤٢ ٢٤٣ ٢٤٤ ٢٤٥ ٢٤٦ ٢٤٧ ٢٤٨ ٢٤٩ ٢٥٠ ٢٥١ ٢٥٢ ٢٥٣ ٢٥٤ ٢٥٥ ٢٥٦ ٢٥٧ ٢٥٨ ٢٥٩ ٢٦٠ ٢٦١ ٢٦٢ ٢٦٣ ٢٦٤ ٢٦٥ ٢٦٦ ٢٦٧ ٢٦٨ ٢٦٩ ٢٧٠ ٢٧١ ٢٧٢ ٢٧٣ ٢٧٤ ٢٧٥ ٢٧٦ ٢٧٧ ٢٧٨ ٢٧٩ ٢٨٠ ٢٨١ ٢٨٢ ٢٨٣ ٢٨٤ ٢٨٥ ٢٨٦ ٢٨٧ ٢٨٨ ٢٨٩ ٢٩٠ ٢٩١ ٢٩٢ ٢٩٣ ٢٩٤ ٢٩٥ ٢٩٦ ٢٩٧ ٢٩٨ ٢٩٩ ٣٠٠ ٣٠١ ٣٠٢ ٣٠٣ ٣٠٤ ٣٠٥ ٣٠٦ ٣٠٧ ٣٠٨ ٣٠٩ ٣١٠ ٣١١ ٣١٢ ٣١٣ ٣١٤ ٣١٥ ٣١٦ ٣١٧ ٣١٨ ٣١٩ ٣٢٠ ٣٢١ ٣٢٢ ٣٢٣ ٣٢٤ ٣٢٥ ٣٢٦ ٣٢٧ ٣٢٨ ٣٢٩ ٣٣٠ ٣٣١ ٣٣٢ ٣٣٣ ٣٣٤ ٣٣٥ ٣٣٦ ٣٣٧ ٣٣٨ ٣٣٩ ٣٤٠ ٣٤١ ٣٤٢ ٣٤٣ ٣٤٤ ٣٤٥ ٣٤٦ ٣٤٧ ٣٤٨ ٣٤٩ ٣٥٠ ٣٥١ ٣٥٢ ٣٥٣ ٣٥٤ ٣٥٥ ٣٥٦ ٣٥٧ ٣٥٨ ٣٥٩ ٣٦٠ ٣٦١ ٣٦٢ ٣٦٣ ٣٦٤ ٣٦٥ ٣٦٦ ٣٦٧ ٣٦٨ ٣٦٩ ٣٧٠ ٣٧١ ٣٧٢ ٣٧٣ ٣٧٤ ٣٧٥ ٣٧٦ ٣٧٧ ٣٧٨ ٣٧٩ ٣٨٠ ٣٨١ ٣٨٢ ٣٨٣ ٣٨٤ ٣٨٥ ٣٨٦ ٣٨٧ ٣٨٨ ٣٨٩ ٣٩٠ ٣٩١ ٣٩٢ ٣٩٣ ٣٩٤ ٣٩٥ ٣٩٦ ٣٩٧ ٣٩٨ ٣٩٩ ٤٠٠ ٤٠١ ٤٠٢ ٤٠٣ ٤٠٤ ٤٠٥ ٤٠٦ ٤٠٧ ٤٠٨ ٤٠٩ ٤١٠ ٤١١ ٤١٢ ٤١٣ ٤١٤ ٤١٥ ٤١٦ ٤١٧ ٤١٨ ٤١٩ ٤٢٠ ٤٢١ ٤٢٢ ٤٢٣ ٤٢٤ ٤٢٥ ٤٢٦ ٤٢٧ ٤٢٨ ٤٢٩ ٤٣٠ ٤٣١ ٤٣٢ ٤٣٣ ٤٣٤ ٤٣٥ ٤٣٦ ٤٣٧ ٤٣٨ ٤٣٩ ٤٤٠ ٤٤١ ٤٤٢ ٤٤٣ ٤٤٤ ٤٤٥ ٤٤٦ ٤٤٧ ٤٤٨ ٤٤٩ ٤٥٠ ٤٥١ ٤٥٢ ٤٥٣ ٤٥٤ ٤٥٥ ٤٥٦ ٤٥٧ ٤٥٨ ٤٥٩ ٤٦٠ ٤٦١ ٤٦٢ ٤٦٣ ٤٦٤ ٤٦٥ ٤٦٦ ٤٦٧ ٤٦٨ ٤٦٩ ٤٧٠ ٤٧١ ٤٧٢ ٤٧٣ ٤٧٤ ٤٧٥ ٤٧٦ ٤٧٧ ٤٧٨ ٤٧٩ ٤٨٠ ٤٨١ ٤٨٢ ٤٨٣ ٤٨٤ ٤٨٥ ٤٨٦ ٤٨٧ ٤٨٨ ٤٨٩ ٤٩٠ ٤٩١ ٤٩٢ ٤٩٣ ٤٩٤ ٤٩٥ ٤٩٦ ٤٩٧ ٤٩٨ ٤٩٩ ٥٠٠ ٥٠١ ٥٠٢ ٥٠٣ ٥٠٤ ٥٠٥ ٥٠٦ ٥٠٧ ٥٠٨ ٥٠٩ ٥١٠ ٥١١ ٥١٢ ٥١٣ ٥١٤ ٥١٥ ٥١٦ ٥١٧ ٥١٨ ٥١٩ ٥٢٠ ٥٢١ ٥٢٢ ٥٢٣ ٥٢٤ ٥٢٥ ٥٢٦ ٥٢٧ ٥٢٨ ٥٢٩ ٥٣٠ ٥٣١ ٥٣٢ ٥٣٣ ٥٣٤ ٥٣٥ ٥٣٦ ٥٣٧ ٥٣٨ ٥٣٩ ٥٤٠ ٥٤١ ٥٤٢ ٥٤٣ ٥٤٤ ٥٤٥ ٥٤٦ ٥٤٧ ٥٤٨ ٥٤٩ ٥٥٠ ٥٥١ ٥٥٢ ٥٥٣ ٥٥٤ ٥٥٥ ٥٥٦ ٥٥٧ ٥٥٨ ٥٥٩ ٥٦٠ ٥٦١ ٥٦٢ ٥٦٣ ٥٦٤ ٥٦٥ ٥٦٦ ٥٦٧ ٥٦٨ ٥٦٩ ٥٧٠ ٥٧١ ٥٧٢ ٥٧٣ ٥٧٤ ٥٧٥ ٥٧٦ ٥٧٧ ٥٧٨ ٥٧٩ ٥٨٠ ٥٨١ ٥٨٢ ٥٨٣ ٥٨٤ ٥٨٥ ٥٨٦ ٥٨٧ ٥٨٨ ٥٨٩ ٥٩٠ ٥٩١ ٥٩٢ ٥٩٣ ٥٩٤ ٥٩٥ ٥٩٦ ٥٩٧ ٥٩٨ ٥٩٩ ٦٠٠ ٦٠١ ٦٠٢ ٦٠٣ ٦٠٤ ٦٠٥ ٦٠٦ ٦٠٧ ٦٠٨ ٦٠٩ ٦١٠ ٦١١ ٦١٢ ٦١٣ ٦١٤ ٦١٥ ٦١٦ ٦١٧ ٦١٨ ٦١٩ ٦٢٠ ٦٢١ ٦٢٢ ٦٢٣ ٦٢٤ ٦٢٥ ٦٢٦ ٦٢٧ ٦٢٨ ٦٢٩ ٦٣٠ ٦٣١ ٦٣٢ ٦٣٣ ٦٣٤ ٦٣٥ ٦٣٦ ٦٣٧ ٦٣٨ ٦٣٩ ٦٤٠ ٦٤١ ٦٤٢ ٦٤٣ ٦٤٤ ٦٤٥ ٦٤٦ ٦٤٧ ٦٤٨ ٦٤٩ ٦٥٠ ٦٥١ ٦٥٢ ٦٥٣ ٦٥٤ ٦٥٥ ٦٥٦ ٦٥٧ ٦٥٨ ٦٥٩ ٦٦٠ ٦٦١ ٦٦٢ ٦٦٣ ٦٦٤ ٦٦٥ ٦٦٦ ٦٦٧ ٦٦٨ ٦٦٩ ٦٧٠ ٦٧١ ٦٧٢ ٦٧٣ ٦٧٤ ٦٧٥ ٦٧٦ ٦٧٧ ٦٧٨ ٦٧٩ ٦٨٠ ٦٨١ ٦٨٢ ٦٨٣ ٦٨٤ ٦٨٥ ٦٨٦ ٦٨٧ ٦٨٨ ٦٨٩ ٦٩٠ ٦٩١ ٦٩٢ ٦٩٣ ٦٩٤ ٦٩٥ ٦٩٦ ٦٩٧ ٦٩٨ ٦٩٩ ٧٠٠ ٧٠١ ٧٠٢ ٧٠٣ ٧٠٤ ٧٠٥ ٧٠٦ ٧٠٧ ٧٠٨ ٧٠٩ ٧١٠ ٧١١ ٧١٢ ٧١٣ ٧١٤ ٧١٥ ٧١٦ ٧١٧ ٧١٨ ٧١٩ ٧٢٠ ٧٢١ ٧٢٢ ٧٢٣ ٧٢٤ ٧٢٥ ٧٢٦ ٧٢٧ ٧٢٨ ٧٢٩ ٧٣٠ ٧٣١ ٧٣٢ ٧٣٣ ٧٣٤ ٧٣٥ ٧٣٦ ٧٣٧ ٧٣٨ ٧٣٩ ٧٤٠ ٧٤١ ٧٤٢ ٧٤٣ ٧٤٤ ٧٤٥ ٧٤٦ ٧٤٧ ٧٤٨ ٧٤٩ ٧٥٠ ٧٥١ ٧٥٢ ٧٥٣ ٧٥٤ ٧٥٥ ٧٥٦ ٧٥٧ ٧٥٨ ٧٥٩ ٧٦٠ ٧٦١ ٧٦٢ ٧٦٣ ٧٦٤ ٧٦٥ ٧٦٦ ٧٦٧ ٧٦٨ ٧٦٩ ٧٧٠ ٧٧١ ٧٧٢ ٧٧٣ ٧٧٤ ٧٧٥ ٧٧٦ ٧٧٧ ٧٧٨ ٧٧٩ ٧٨٠ ٧٨١ ٧٨٢ ٧٨٣ ٧٨٤ ٧٨٥ ٧٨٦ ٧٨٧ ٧٨٨ ٧٨٩ ٧٩٠ ٧٩١ ٧٩٢ ٧٩٣ ٧٩٤ ٧٩٥ ٧٩٦ ٧٩٧ ٧٩٨ ٧٩٩ ٨٠٠ ٨٠١ ٨٠٢ ٨٠٣ ٨٠٤ ٨٠٥ ٨٠٦ ٨٠٧ ٨٠٨ ٨٠٩ ٨١٠ ٨١١ ٨١٢ ٨١٣ ٨١٤ ٨١٥ ٨١٦ ٨١٧ ٨١٨ ٨١٩ ٨٢٠ ٨٢١ ٨٢٢ ٨٢٣ ٨٢٤ ٨٢٥ ٨٢٦ ٨٢٧ ٨٢٨ ٨٢٩ ٨٣٠ ٨٣١ ٨٣٢ ٨٣٣ ٨٣٤ ٨٣٥ ٨٣٦ ٨٣٧ ٨٣٨ ٨٣٩ ٨٤٠ ٨٤١ ٨٤٢ ٨٤٣ ٨٤٤ ٨٤٥ ٨٤٦ ٨٤٧ ٨٤٨ ٨٤٩ ٨٥٠ ٨٥١ ٨٥٢ ٨٥٣ ٨٥٤ ٨٥٥ ٨٥٦ ٨٥٧ ٨٥٨ ٨٥٩ ٨٦٠ ٨٦١ ٨٦٢ ٨٦٣ ٨٦٤ ٨٦٥ ٨٦٦ ٨٦٧ ٨٦٨ ٨٦٩ ٨٧٠ ٨٧١ ٨٧٢ ٨٧٣ ٨٧٤ ٨٧٥ ٨٧٦ ٨٧٧ ٨٧٨ ٨٧٩ ٨٨٠ ٨٨١ ٨٨٢ ٨٨٣ ٨٨٤ ٨٨٥ ٨٨٦ ٨٨٧ ٨٨٨ ٨٨٩ ٨٩٠ ٨٩١ ٨٩٢ ٨٩٣ ٨٩٤ ٨٩٥ ٨٩٦ ٨٩٧ ٨٩٨ ٨٩٩ ٩٠٠ ٩٠١ ٩٠٢ ٩٠٣ ٩٠٤ ٩٠٥ ٩٠٦ ٩٠٧ ٩٠٨ ٩٠٩ ٩١٠ ٩١١ ٩١٢ ٩١٣ ٩١٤ ٩١٥ ٩١٦ ٩١٧ ٩١٨ ٩١٩ ٩٢٠ ٩٢١ ٩٢٢ ٩٢٣ ٩٢٤ ٩٢٥ ٩٢٦ ٩٢٧ ٩٢٨ ٩٢٩ ٩٣٠ ٩٣١ ٩٣٢ ٩٣٣ ٩٣٤ ٩٣٥ ٩٣٦ ٩٣٧ ٩٣٨ ٩٣٩ ٩٤٠ ٩٤١ ٩٤٢ ٩٤٣ ٩٤٤ ٩٤٥ ٩٤٦ ٩٤٧ ٩٤٨ ٩٤٩ ٩٥٠ ٩٥١ ٩٥٢ ٩٥٣ ٩٥٤ ٩٥٥ ٩٥٦ ٩٥٧ ٩٥٨ ٩٥٩ ٩٦٠ ٩٦١ ٩٦٢ ٩٦٣ ٩٦٤ ٩٦٥ ٩٦٦ ٩٦٧ ٩٦٨ ٩٦٩ ٩٧٠ ٩٧١ ٩٧٢ ٩٧٣ ٩٧٤ ٩٧٥ ٩٧٦ ٩٧٧ ٩٧٨ ٩٧٩ ٩٨٠ ٩٨١ ٩٨٢ ٩٨٣ ٩٨٤ ٩٨٥ ٩٨٦ ٩٨٧ ٩٨٨ ٩٨٩ ٩٩٠ ٩٩١ ٩٩٢ ٩٩٣ ٩٩٤ ٩٩٥ ٩٩٦ ٩٩٧ ٩٩٨ ٩٩٩ ١٠٠٠ ١٠٠١ ١٠٠٢ ١٠٠٣ ١٠٠٤ ١٠٠٥ ١٠٠٦ ١٠٠٧ ١٠٠٨ ١٠٠٩ ١٠١٠ ١٠١١ ١٠١٢ ١٠١٣ ١٠١٤ ١٠١٥ ١٠١٦ ١٠١٧ ١٠١٨ ١٠١٩ ١٠٢٠ ١٠٢١ ١٠٢٢ ١٠٢٣ ١٠٢٤ ١٠٢٥ ١٠٢٦ ١٠٢٧ ١٠٢٨ ١٠٢٩ ١٠٣٠ ١٠٣١ ١٠٣٢ ١٠٣٣ ١٠٣٤ ١٠٣٥ ١٠٣٦ ١٠٣٧ ١٠٣٨ ١٠٣٩ ١٠٤٠ ١٠٤١ ١٠٤٢ ١٠٤٣ ١٠٤٤ ١٠٤٥ ١٠٤٦ ١٠٤٧ ١٠٤٨ ١٠٤٩ ١٠٥٠ ١٠٥١ ١٠٥٢ ١٠٥٣ ١٠٥٤ ١٠٥٥ ١٠٥٦ ١٠٥٧ ١٠٥٨ ١٠٥٩ ١٠٦٠ ١٠٦١ ١٠٦٢ ١٠٦٣ ١٠٦٤ ١٠٦٥ ١٠٦٦ ١٠٦٧ ١٠٦٨ ١٠٦٩ ١٠٧٠ ١٠٧١ ١٠٧٢ ١٠٧٣ ١٠٧٤ ١٠٧٥ ١٠٧٦ ١٠٧٧ ١٠٧٨ ١٠٧٩ ١٠٨٠ ١٠٨١ ١٠٨٢ ١٠٨٣ ١٠٨٤ ١٠٨٥ ١٠٨٦ ١٠٨٧ ١٠٨٨ ١٠٨٩ ١٠٩٠ ١٠٩١ ١٠٩٢ ١٠٩٣ ١٠٩٤ ١٠٩٥ ١٠٩٦ ١٠٩٧ ١٠٩٨ ١٠٩٩ ١١٠٠ ١١٠١ ١١٠٢ ١١٠٣ ١١٠٤ ١١٠٥ ١١٠٦ ١١٠٧ ١١٠٨ ١١٠٩ ١١١٠ ١١١١ ١١١٢ ١١١٣ ١١١٤ ١١١٥ ١١١٦ ١١١٧ ١١١٨ ١١١٩ ١١٢٠ ١١٢١ ١١٢٢ ١١٢٣ ١١٢٤ ١١٢٥ ١١٢٦ ١١٢٧ ١١٢٨ ١١٢٩ ١١٣٠ ١١٣١ ١١٣٢ ١١٣٣ ١١٣٤ ١١٣٥ ١١٣٦ ١١٣٧ ١١٣٨ ١١٣٩ ١١٤٠ ١١٤١ ١١٤٢ ١١٤٣ ١١٤٤ ١١٤٥ ١١٤٦ ١١٤٧ ١١٤٨ ١١٤٩ ١١٥٠ ١١٥١ ١١٥٢ ١١٥٣ ١١٥٤ ١١٥٥ ١١٥٦ ١١٥٧ ١١٥٨ ١١٥٩ ١١٦٠ ١١٦١ ١١٦٢ ١١٦٣ ١١٦٤ ١١٦٥ ١١٦٦ ١١٦٧ ١١٦٨ ١١٦٩ ١١٧٠ ١١٧١ ١١٧٢ ١١٧٣ ١١٧٤ ١١٧٥ ١١٧٦ ١١٧٧ ١١٧٨ ١١٧٩ ١١٨٠ ١١٨١ ١١٨٢ ١١٨٣ ١١٨٤ ١١٨٥ ١١٨٦ ١١٨٧ ١١٨٨ ١١٨٩ ١١٩٠ ١١٩١ ١١٩٢ ١١٩٣ ١١٩٤ ١١٩٥ ١١٩٦ ١١٩٧ ١١٩٨ ١١٩٩ ١٢٠٠ ١٢٠١ ١٢٠٢ ١٢٠٣ ١٢٠٤ ١٢٠٥ ١٢٠٦ ١٢٠٧ ١٢٠٨ ١٢٠٩ ١٢١٠ ١٢١١ ١٢١٢ ١٢١٣ ١٢١٤ ١٢١٥ ١٢١٦ ١٢١٧ ١٢١٨ ١٢١٩ ١٢٢٠ ١٢٢١ ١٢٢٢ ١٢٢٣ ١٢٢٤ ١٢٢٥ ١٢٢٦ ١٢٢٧ ١٢٢٨ ١٢٢٩ ١٢٣٠ ١٢٣١ ١٢٣٢ ١٢٣٣ ١٢٣٤ ١٢٣٥ ١٢٣٦ ١٢٣٧ ١٢٣٨ ١٢٣٩ ١٢٤٠ ١٢٤١ ١٢٤٢ ١٢٤٣ ١٢٤٤ ١٢٤٥ ١٢٤٦ ١٢٤٧ ١٢٤٨ ١٢٤٩ ١٢٥٠ ١٢٥١ ١٢٥٢ ١٢٥٣ ١٢٥٤ ١٢٥٥ ١٢٥٦ ١٢٥٧ ١٢٥٨ ١٢٥٩ ١٢٦٠ ١٢٦١ ١٢٦٢ ١٢٦٣ ١٢٦٤ ١٢٦٥ ١٢٦٦ ١٢٦٧ ١٢٦٨ ١٢٦٩ ١٢٧٠ ١٢٧١ ١٢٧٢ ١٢٧٣ ١٢٧٤ ١٢٧٥ ١٢٧٦ ١٢٧٧ ١٢٧٨ ١٢٧٩ ١٢٨٠ ١٢٨١ ١٢٨٢ ١٢٨٣ ١٢٨٤ ١٢٨٥ ١٢٨٦ ١٢٨٧ ١٢٨٨ ١٢٨٩ ١٢٩٠ ١٢٩١ ١٢٩٢ ١٢٩٣ ١٢٩٤ ١٢٩٥ ١٢٩٦ ١٢٩٧ ١٢٩٨ ١٢٩٩ ١٣٠٠ ١٣٠١ ١٣٠٢ ١٣٠٣ ١٣٠٤ ١٣٠٥ ١٣٠٦ ١٣٠٧ ١٣٠٨ ١٣٠٩ ١٣١٠ ١٣١١ ١٣١٢ ١٣١٣ ١٣١٤ ١٣١٥ ١٣١٦ ١٣١٧ ١٣١٨ ١٣١٩ ١٣٢٠ ١٣٢١ ١٣٢٢ ١٣٢٣ ١٣٢٤ ١٣٢٥ ١٣٢٦ ١٣٢٧ ١٣٢٨ ١٣٢٩ ١٣٣٠ ١٣٣١ ١٣٣٢ ١٣٣٣ ١٣٣٤ ١٣٣٥ ١٣٣٦ ١٣٣٧ ١٣٣٨ ١٣٣٩ ١٣٤٠ ١٣٤١ ١٣٤٢ ١٣٤٣ ١٣٤٤ ١٣٤٥ ١٣٤٦ ١٣٤٧ ١٣٤٨ ١٣٤٩ ١٣٥٠ ١٣٥١ ١٣٥٢ ١٣٥٣ ١٣٥٤ ١٣٥٥ ١٣٥٦ ١٣٥٧ ١٣٥٨ ١٣٥٩ ١٣٦٠ ١٣٦١ ١٣٦٢ ١٣٦٣ ١٣٦٤ ١٣٦٥ ١٣٦٦ ١٣٦٧ ١٣٦٨ ١٣٦٩ ١٣٧٠ ١٣٧١ ١٣٧٢ ١٣٧٣ ١٣٧٤ ١٣٧٥ ١٣٧٦ ١٣٧٧ ١٣٧٨ ١٣٧٩ ١٣٨٠ ١٣٨١ ١٣٨٢ ١٣٨٣ ١٣٨٤ ١٣٨٥ ١٣٨٦ ١٣٨٧ ١٣٨٨ ١٣٨٩ ١٣٩٠ ١٣٩١ ١٣٩٢ ١٣٩٣ ١٣٩٤ ١٣٩٥ ١٣٩٦ ١٣٩٧ ١٣٩٨ ١٣٩٩ ١٤٠٠ ١٤٠١ ١٤٠٢ ١٤٠٣ ١٤٠٤ ١٤٠٥ ١٤٠٦ ١٤٠٧ ١٤٠٨ ١٤٠٩ ١٤١٠ ١٤١١ ١٤١٢ ١٤١٣ ١٤١٤ ١٤١٥ ١٤١٦ ١٤١٧ ١٤١٨ ١٤١٩ ١٤٢٠ ١٤٢١ ١٤٢٢ ١٤٢٣ ١٤٢٤ ١٤٢٥ ١٤٢٦ ١٤٢٧ ١٤٢٨ ١٤٢٩ ١٤٣٠ ١٤٣١ ١٤٣٢ ١٤٣٣ ١٤٣٤ ١٤٣٥ ١٤٣٦ ١٤٣٧ ١٤٣٨ ١٤٣٩ ١٤٤٠ ١٤٤١ ١٤٤٢ ١٤٤٣ ١٤٤٤ ١٤٤٥ ١٤٤٦ ١٤٤٧ ١٤٤٨ ١٤٤٩ ١٤٥٠ ١٤٥١ ١٤٥٢ ١٤٥٣ ١٤٥٤ ١٤٥٥ ١٤٥٦ ١٤٥٧ ١٤٥٨ ١٤٥٩ ١٤٦٠ ١٤٦١ ١٤٦٢ ١٤٦٣ ١٤٦٤ ١٤٦٥ ١٤٦٦ ١٤٦٧ ١٤٦٨ ١٤٦٩ ١٤٧٠ ١٤٧١ ١٤٧٢ ١٤٧٣ ١٤٧٤ ١٤٧٥ ١٤٧٦ ١٤٧٧ ١٤٧٨ ١٤٧٩ ١٤٨٠ ١٤٨١ ١٤٨٢ ١٤٨٣ ١٤٨٤ ١٤٨٥ ١٤٨٦ ١٤٨٧ ١٤٨٨ ١٤٨٩ ١٤٩٠ ١٤٩١ ١٤٩٢ ١٤٩٣ ١٤٩٤ ١٤٩٥ ١٤٩٦ ١٤٩٧ ١٤٩٨ ١٤٩٩ ١٥٠٠ ١٥٠١ ١٥٠٢ ١٥٠٣ ١٥٠٤ ١٥٠٥ ١٥٠٦ ١٥٠٧ ١٥٠٨ ١٥٠٩ ١٥١٠ ١٥١١ ١٥١٢ ١٥١٣ ١٥١٤ ١٥١٥ ١٥١٦ ١٥١٧ ١٥١٨ ١٥١٩ ١٥٢٠ ١٥٢١ ١٥٢٢ ١٥٢٣ ١٥٢٤ ١٥٢٥ ١٥٢٦ ١٥٢٧ ١٥٢٨ ١٥٢٩ ١٥٣٠ ١٥٣١ ١٥٣٢ ١٥٣٣ ١٥٣٤ ١٥٣٥ ١٥٣٦ ١٥٣٧ ١٥٣٨ ١٥٣٩ ١٥٤٠ ١٥٤١ ١٥٤٢ ١٥٤٣ ١٥٤٤ ١٥٤٥ ١٥٤٦ ١٥٤٧ ١٥٤٨ ١٥٤٩ ١٥٥٠ ١٥٥١ ١٥٥٢

فعلى هذا يكون حاصل ضرب ٥ وازات في ٣ هو ٣ في ٥ أى ١٥ نوازا
وأما القسمة فانم في صورة ما اذا كان المقسوم والمقسوم عليه مؤلفين من آحاد
متحدة الجنس بشرط أن يكون خارجها عددا مبهما ذا لى على عدد مرات احتواء
المقسوم على المقسوم عليه وأما في صورة اختلافهما بأن كان المقسوم مبخا
والمقسوم عليه مبهما فان خارج القسمة يكون من جنس المقسوم وتصبح القسمة
حيثذ عبارة عن تقسيم المقسوم الى احرز متساوية بقدر ما الى المقسوم عليه
من الآحاد ويكون خارج القسمة عبارة عن واحد من هذه الاجزاء

نحارج قسمة ٥٦ نوازامة لى ٨ نوازات هو عدد ٧ المبهم الدال
على أن ٨ نوازات داخله ٧ مرات في ٥٦ نوازا وبقسمة ٥٦ نوازا
على ٧ يحصل سبع ٥٦ ويكون الخارج حيثذ ٨ نوازات
ثم ان الاعداد ان كانت مختلفة التمييز بان كانت مركبة من مقادير مختلفة
كخمس نوازات وثلاثة اقدم سميت اعدادا متسبة وان كانت متعددة التمييز
بأن كانت مركبة من مقادير متعددة سميت اعدادا غير متسبة
ولما كان يعرف بماتقدم طريقة اجراء العمليات في الاعداد المميرة غير
المتسبة ناسب أن نشرع الان في الكلام على حساب الاعداد المتسبة التى
هى عبارة عن الاقيسة القديمة فنقول

(١٠٩) يكفى في تحويل العدد المنسوب لاحد معلوم الى آحادا كبر من آحاده
أو أصغر أن تضرب عددا لا آحادا المعلومة في العدد الدال على كمية احاد الجنس
الصغر التى تقوم منها واحد من الجنس الا كبرا وتقسم عددا لا آحادا المعلومة
على العدالا آخر

مثلا حيث ان التوازيساوى ٦ اقدم ذلا لى تحويل ٨ نوازات الى
اقدام بطريقة الضرب يكفى أن تضرب ٨ في ٦ لان ٨ نوازات
تعادل ٨ في ١ أو ٨ في ٦ أو ٨ × ٦ اقدام اى ٤٨
قدما وأما بطريقة القسمة فانك بقسمة ٤٨ على ٦ تجد عددا لتوازات
المشتمل عليها عدد ٤٨ قدما وذلك انه لما كن ٦ يعادل ١ نوازا كان

٥٨ تعادل ٤٨ في $\frac{1}{4}$ وازاو $\frac{48}{7}$ من التوازاو ٨ توازات
 فإذا كان المطلوب تحويل $\frac{1}{8}$ و $\frac{1}{4}$ الى اقدم لاحظت أنه حيث كانت
 ٨ توازات تعادل ٨ \times ٦ اقدم أي $\frac{48}{7}$ فلتكن $\frac{1}{8}$ و $\frac{1}{4}$
 معادلة $\frac{1}{48} + \frac{1}{4} = \frac{1}{3}$ أو $\frac{1}{3}$

فإذا أردت أن تحصى عدد التوازات المشتمل عليها ٥٣ قدما فاقسم ٥٣
 على ٦ فيكون خارج القسمة ٨ أحاد والباقي ٥ فعدد ٥٣ قدما تعادل
 حيث $\frac{1}{8}$ و $\frac{1}{4}$ لأنه لما كان $\frac{1}{4}$ يساوي $\frac{1}{8}$ توازن ٥٣ قدما
 يعادل $\frac{53}{4}$ من التوازاو $\frac{1}{8}$ و $\frac{1}{4}$ أو $\frac{1}{8}$ و $\frac{1}{4}$

وبمثل ذلك ترى أن $\frac{1}{1} = \frac{1}{6} = \frac{1}{72} = \frac{1}{864} = \frac{1}{10368}$

و 013074 و 078444 و 3 و 941328 و 36

413290936 و 501232 و 5219 و 1

س غ د ه
 $16 = 128 = 384 = 9216$

وأن الهندازة المركبة من $\frac{1}{3}$ و $\frac{1}{7}$ و $\frac{1}{10}$ و $\frac{1}{10}$ تعادل
 $\frac{1}{6322}$

(١١٠) كيفية جمع الأعداد المنتسبة أن تضع الآحاد المنصدة المقـدار تحت
 بعضها وتضعها الى بعضها على التوالي مبتدئا من أصغر اليسهل عليك ضم
 المحفوظات الى الأعداد الآتية وهالك مثالين لتوضيح ذلك

الاعداد المطلوب جمعها	س د ه ل				س د ه ل			
	$\frac{1}{2}$	١١	٥	٧	$\frac{2}{3}$	١٠	١٢	١٨
المجموع	$\frac{2}{3}$	١٠	٤	٩	$\frac{1}{3}$	٣	٠	٣٧
	$\frac{11}{3}$	١٠	٤	١٧	$\frac{1}{3}$	٣	٠	٣٧

فتبتدي في العملية الاولى من كسور الاصبع فتقول
 $\frac{3}{4}$ زائدة $\frac{1}{4}$ تعادل $\frac{1}{2}$ أو $\frac{1}{2} + 1$ ثم تضع $\frac{1}{2}$ وتحفظ ١

تضمه الى ٢١ المنصورة في عمود الاصابع فيحصل ٢٢ ولاجل

استخراج الاقدام المنصورة في ٢٢ تقسم ٢٢ على ١٢ فيكون

خارج القسمة ١ ويبقى ١٠ فاذن تكون ٢٢ مساوية ١ و ١٠

فتضع ١٠ في عمود الاصابع وتحفظ ١ تضمه الى ٥ + ٤ فيحصل

١٠ أو ١ و ٤ ثم تضع ٤ اقدام وبضم ١ المحفوظ من الاقدام

الى عمود التوازات فيحصل ١٧ فتضه في منزلة التوازات وبمثل هذه

القواعد تجري عملية الجمع الثانية

(بند ١١١) اذا اردت أن تطرح أعداد العددين المتساويين من الآخر فاطرح

على التوالي جميع أعداد العدد الأصغر من أعداد العدد الأكبر مبتدئاً في العملية

بأصغر تلك الأعداد لتيسر لك الاستعارات وهالك مثالين لتوضيح ذلك

ص ه و ت	و صل ل
$\frac{11}{2}$ ١٠ ٤ ١٧	$\frac{1}{2}$ ٣ ٠ ٢٧
$\frac{4}{5}$ ١٠ ٤ ٩	$\frac{2}{3}$ ٤ ٧ ١٨
ص ه و ت	و صل ل
$\frac{3}{4}$ ١١ ٥ ٧	$\frac{2}{3}$ ١٠ ١٢ ١٨

المطروح منه

المطروح

الباقى

وحيث أنه في المثال الاول لا يمكن طرح $\frac{4}{5}$ او $\frac{2}{3}$ من $\frac{1}{2}$ فاستمر

من ١٠ وبضم هذا المستعار الى $\frac{1}{2}$ فيحصل $\frac{3}{2}$

ثم اطرح $\frac{1}{2}$ من $\frac{3}{2}$ فيكون الباقي $\frac{1}{2}$ او $\frac{3}{4}$ فتضه في منزلة

كسور اصابع النتيجة وحيث ان المطروح منه الآن لا يتوى الاعلى ٩ اصابع

فاستعر ١ من ٤ واطرح ١٠ من ١ و ٩ او من ٢١

واكتب الباقي ١١ ثم انتقل الى عدد الاقدام واستعر ١ او ٦

واطرح ٤ من ١ و ٣ او من ٩ فيكون الباقي ٥ واطرح

٩ من ١٦ يحصل ٧ نوازان في الباقي الكلي وتجري عملية المثال الثاني كعملية المثال الاول بعينها

(١١٤) اذا أردت ضرب عدد متنسب في عدد صحيح منهم فاضرب كل جزء من المضروب في المضروب فيه مبتدئا بالاصغر الاحاد

و صل ل

مثلا اذا كان المطلوب حاصل ضرب $\frac{2}{11}$ ٣ ٢ ١٢ في ١٢ فانك تضع صورة العملية هكذا

$$\begin{array}{r} \text{و صل ل} \\ \text{المضروب} \quad \frac{2}{11} \quad ٣ \quad ٢ \quad ١٢ \\ \text{المضروب فيه} \quad ١٢ \\ \hline \text{و صل ل} \\ \text{الحاصل} \quad \frac{2}{11} \quad ٣٨ \quad ٢٤ \quad ١٤٥ \end{array}$$

ثم نقول ١٢ في $\frac{2}{11}$ تساوي $\frac{24}{11}$ او $\frac{2}{11}$ ٢ فتضع $\frac{2}{11}$ وتحفظ

٢ لتضمها الى ١٢ في ٣ فيحصل ٣٨ او ٢ و ٣ فتضع ٢

في الحاصل وبضم المحفوظ معك وهو ٣ الى ١٢ في ٢ فيحصل ٢٧

او ٧ و ١ فتضع ٧ في الحاصل وبضم المحفوظ معك وهو ١ الى

١٢ في ١٢ فيحصل ١٤٥ فاذن يكون الحاصل الكلي هو

$$\begin{array}{r} \text{د} \text{ صل ل} \\ 140 \quad 7 \quad 2 \quad \frac{2}{11} \end{array}$$

(١١٣) اذا اردت قسمة عدد معين منتدب او غير منتدب على عدد صحيح
مهم فانك تبدى باعلى آحاد المقسوم وتحول كل باقى الى احدى المنزلة السدس
المباشرة لها ليحصل منك آحاد منازل خارج القسمة على اختلافها ولتعمل لذلك
بمثالين

المثال الاول أن يكون المطلوب ايجاد خارج قسمة ١٥ نوازا على ٤
فانقسم ١٥ على ٤ فيكون الخارج الصحيح ٣ نوات وبقى ٣
او ١٨ ثم انقسم ١٨ على ٤ فيكون الخارج ٤ وبقى ٢
او ٢٤ فاقسم ٢٤ على ٤ فيكون الخارج الحقيقى ٦ فاذن يكون
الخارج المطلوب من قسمة ١٥ نوازا على ٤ هو ٦ ٤ ٣

المثال الثانى أن يكون المطلوب ايجاد خارج قسمة $\frac{2}{11}$ على ١٢
فانقسم ١٤٥ على ١٢ فيكون خارج القسمة ١٢ وبقى ١ او ٢٠
ثم ضم الى هذا الباقي ٧ من المقسوم فيكون المجموع ٢٧ وبقسمة هذا
المجموع على ١٢ يكون الخارج ٢ وبقى ٣ او ٣٦ فضم ٢ الى ٣٦
من المقسوم واقسم ٣٨ على ١٢ فيؤدى ذلك الى خارج القسمة وهو ٣
وبقى ٢ فاقسم $\frac{2}{11}$ او $\frac{24}{11}$ على ١٢ فيكون خارج القسمة $\frac{2}{11}$
ومجموع تلك الخارج الجزئية هو خارج القسمة الكلى وهو $\frac{2}{11}$ ٣ ٢ ١٢

(١١٤) ضرب أي عدد منتسب في كسر أو قسمته عليه بعلم مما سبق
(في غرة ١١٢ و ١١٣) وذلك أن ضربه في الكسر أو قسمته عليه يؤدي
إلى ضرب عدد منتسب في عدد صحيح أو قسمته عليه بالتعاقب ولتمثل ذلك
بمثالين

د حل ل

المثال الأول أن يكون المطلوب بيان حاصل ضرب $\frac{2}{11}$ في ١٢ في $\frac{12}{7}$

د حل ل

فأضرب $\frac{2}{11}$ في ١٢ في ١٢ ثم أقسم النتيجة على ٧ فيكون

د حل ل

الحاصل المطلوب هو $\frac{57}{77}$ ٣ ١٥ ٢٠

د حل ل

المثال الثاني أن يكون المطلوب بيان خارج قسمة $\frac{57}{77}$ ٣ ١٥ ٢٠

على $\frac{12}{7}$

فيضرب المقسوم في $\frac{7}{11}$ يحصل هذا الخارج ويؤل ذلك إلى قسمة $\frac{57}{77}$

د حل ل

٣ ١٥ ٢٠ على ١٢ وإلى ضرب الخارج وهو $\frac{24}{77}$ ٧ ١٤ ١

د حل ل

في ٧ فتكون النتيجة وهي $\frac{2}{11}$ ٣ ١٢ هي خارج القسمة

المطلوب

(١١٥) إذا أردت ضرب عدد منتسب في عدد منتسب آخر فأضرب على

التوالي المضروب في أجزاء المضروب فيه على اختلافها ثم أجمعها لجمع وتمثل

ذلك بمثالين

المثال الاول أن يكون ثمن التوازي

ويكون المطلوب بيان ثمن

د صل ل

١٢ ٢ ٣ ٢

ص ٥ ٨

د صل ل

١٤٥ ٧ ٢ ٢

١٠ ١ ١٠ ٢٣

١ ٦ ١١ ٢

ثمن ١٢ توازي هو

و ثمن ٥ اقدم هو

و ثمن ٨ اصابع هو

د صل ل

١٥٦ ١٥ ١١ ١٦٩

ص ٥ ٨

فيكون مجموع ثمن ١٢ ٥ ٨ هو ١٦٩

د صل ل

فبضرب ثمن التوازي الواحد في ١٢ يفضل ٢ ٧ ١٤٥

كما في غرة ١١٢ وهو ثمن ١٢ توازي

ولا يل تحصيل ثمن ٥ اقدم فلاحظ انه حيث كانت ٥ اقدم عبارة

عن ٢ توازي مكني في ذلك اخذ ٥ ثمن التوازي الواحد وهو

د صل ل

٢ ٣ ١٢ ١٢ ٨ اصابع عبارة عن ٨ من التوازي

د صل ل

ثمن ٨ يحصل بضرب ٢ ٣ ١٢ في ٨ اوفى ١

فمجموع ثمان ١٢ و ٥ و ٨ هو ثمن ٨ ٥ ١٢

د صل ل

المثال الثاني أن يكون التوازي ساوي ٩ ٨٨ ١٨ والمطلوب بيان ثمن

٨ ٨ ٤ فبتقدير العمليات المتقدمة تجد الثمن المطلوب هو

د صل ل

١٤ ١٨ ١ ٢

(١١٦) واتشرع الا ان في قسمة أحد العددين المنتسبين على الآخر مثلين
لذلك بمثلين فنقول

د صل

المثال الاول أن يكون التوازن الواحد في العمل يساوي $\frac{14}{31}$ ١٠ ٩

د صل ل

فعلى ذلك ما يكون عدد التوازنات اذا كان معنا ٦ ٥ ١

د صل ل

فالجواب حيث ان ١ ٥ ٤ هو ما يتحصل من ضرب ثمن التوازن الواحد في عدد

د صل ل د صل

التوازنات المطلوب بقسمة ١ ٥ ٦ على $\frac{14}{31}$ ١٠ ٩ يخرج عدد

التوازنات المذكور فاذا أردت أن تجعل المسألة من باب قسمة عددين صحيحين
أحدهما على الآخر قاعا أولا المقام وهو ٣١ وذلك بضرب المقسوم

د صل

والمقسوم عليه في ٣١ وهذا لا يغير خارج القسمة فيحصل في المقسوم ١٠ ٦

د صل ل

٣٩ وفي المقسوم عليه ٦ و ١٥ ثم اجمع على التوازي الدنيات والصوابات

ل

وذلك بضرب هذين الحاصلين في ٢ والنتيجتين في ٢٠ فيحصل في المقسوم ١٥٨١

وفي المقسوم عليه $\frac{1081}{612}$ ٦١٢ وحيث ان عدد التوازنات المطلوب هو $\frac{1081}{612}$

او $\frac{1081}{612}$ فاقسم ١٥٨١ توازعا على ٦١٢ فيكون خارج القسمة

وهو ٢ توازعا و ٣ اقدام و ٦ أصابع والنتيجة المطلوبة

المثال الثاني أن يكون المطلوب بيان ثمن التوازن في صورة ما اذا كان ثمن ٢

د صل ل

توازنين و ٣ اقدام و ٦ أصابع يساوي ١ ٥ ٦

د صل ل د صل

فتقول حيث ان ثمن ٦ ٣ ٢ يساوي ١ ٥ ٦ يكون ثمن ٢

صه ٧ ت ٧ ت
 في ٦ ٣ ٢ او ١ ٥ ٦ في ٢ في ١ ٥ ٦ او ١١ ٢
 ٧ ت ٧ ت
 و ٦ في ١ ٥ ٦ او ١ ٥ ٦ في ٢ في ١ ٥ ٦ او ١٥
 صل ل

فاذن يكون ثمن التوازن مساويا لجزء من ٢١ من ٦ ١٥ او $\frac{١٤}{٣١}$

د صل
 ٩ ١٠

وقد استبان لك ان قسمة أحد العددين المنتسبين على الآخر يمكن أن تولد دائما
 الى قسمة عدد مميز على عدد صحيح مبهم

(طريقة الاجراء المتداخلة)

(١١٧) قسمة أي عدد منتسب على عدد صحيح مبهم وسيلة الى اختصار
 العمليات المتعلقة بضرب عدد منتسب في عدد صحيح مبهم أو في عدد منتسب
 آخر اذا كان يلزم تحليل المضروب والمضروب فيه بحيث يتحصل بعض
 الخواصل الجزئية على وجه سهل بواسطة القسمة على اعداد صحيحة مبهمة
 ونمثل ذلك بثلاثة امثلة

المثال الاول ان يكون المطلوب تحصيل حاصل ضرب $\frac{٢}{١١}$

د صل ل

٣ ٢ ١٢ في ١٢

فتضع صورة العملية هكذا

مضروب	د	صل	ل
	۱۲	۲	۲
مضروب فیہ	۱۲		
ل	د	صل	ل
۱۲ فی ۱۲ تعطی	۰	۱۴۴	۰
۱۲ فی ۱ تعطی ۱۲			
صل	د	صل	ل
۱۲ فی ۲ تعطی عشر ۱۲ او	۴	۱	
د	صل	ل	
۱۲ فی ۳ تعطی ثمن ۱۲ او	۳	۱۵	
د	صل		
۱۲ فی ۴ تعطی ۳			
د	صل		
۱۲ فی ۴ تعطی الجزء الجادی عشر من ۱۲ او ۲ ۰ ۰			
د	صل	ل	
فاذن ۱۲ فی ۳ ۲ ۱۲ تعطی ۲ ۲ ۱۵۰			
ثم تقول ۱۲ فی ۱۲ تعطی ۱۲ و ۱۲ فی ۱۲ تعطی ۱۲			
صل	صل	صل	ل
وحيث ان ۲ معاشر ۱ يكون ۱۲ فی ۲ هو عشر ۱۲			
صل	صل	د	صل
او ۱۴ او ۲۴ وحيث ان ۳ هي ثمن ۲ يكون ۱۲ فی ۳			
صل	صل	صل	ل
هو ثمن ۲۴ او ۳ واما كات ۱۲ فی ۲ تعطی ۴ ۱			
صل	صل	د	صل
او ۲۴ وکان ۲ هو الجزء الثاني عشر من ۲ کان حاصل ضرب			

د في ١٢ هو الجزء الثاني عشر من ٢٤ او ٢ او ٢٤ ف حاصل ضرب $\frac{٢}{١١}$ من النسبة في ١٢ هو حيث ان الجزء الحادي عشر من ٢٤ او $\frac{٢}{١١}$ او $\frac{٢}{١١}$ و مجموع الحواصل الجزئية المحصلة من ضرب اجزاء المضروب المختلفة في المضروب فيه وعبارة عن الحاصل الكلي وهو $\frac{٢}{١١}$ د صل ل ١٤٥ ٧ ٢

فقد تحصل الحاصل الكلي بتحليل المضروب الى اجزاء ضلعية متداخلة اعني الى اجزاء بعضها داخل ومنحصر في البعض الآخر حقيقة وتعرف هذه العملية بطريقة الاجزاء الضلعية

د صل ل المثال الثاني ان يقال اذا كان ثمن التوازن الواحد فما يكون ثمن فتقول في الجواب

د صل ل
 $\frac{٢}{١١}$ ١٤٥ ٧ ٢
 $\frac{١٣}{٢٢}$ ٦ ١ ١
 $\frac{٢}{٣٣}$ ٤ ٠ ٩
 $\frac{٢}{٤٩}$ ١ ٦ ١١
د صل ل
 $\frac{١٦٩}{١٩٨}$ ١٥٦ ١٥ ١١

اولا ثمن ٢ توازن هو
 وثانيا ثمن ٣ او $\frac{٣}{١١}$ هو
 ثمن ٢ او $\frac{٢}{١١}$ هو
 وثالثا ثمن ٨ صه او $\frac{٨}{١١}$ هو
 صه ٧ ت
 فثمن ٨ ٥ ٢ الكلي هو

فثمن التوازن الواحد مكررا ١٢ مرة هو ثمن ١٢ توازن

ولاجل معرفة $\frac{5}{8}$ أقدام تحال $\frac{5}{8}$ الى $\frac{3}{4}$ زائدة $\frac{2}{4}$ ونصف ثمن $\frac{1}{4}$

التواز الواحد هو ثمن $\frac{3}{4}$ اقدم وثلاث ثمنها هو ثمن $\frac{3}{4}$

وحيث ان $\frac{8}{8}$ اصابع هي ثلث $\frac{2}{3}$ فثالث ثمن $\frac{2}{3}$ هو ثمن $\frac{8}{8}$ اصابع

ومجموع اثنتان $\frac{12}{12}$ و $\frac{3}{4}$ و $\frac{8}{8}$ و $\frac{2}{3}$ هو ثمن $\frac{8}{8}$ و $\frac{5}{8}$ و $\frac{12}{12}$ الكل

وهذه العملية تؤل الى تحليل الشيء المطلوب معرفة ثمنه الى اجزاء ضلعية

من داخله بحيث يصير ثمن كل جزء من ذلك الشيء جزءا ضلعيًا من ثمن يحصل

قبل ذلك

و حل ل

المثال الثالث أن يقال اذا كانت ابرة التوازن في العمل $\frac{9}{18}$ $\frac{18}{18}$

فما تكون ابرة $\frac{4}{8}$ اقدم و $\frac{8}{8}$ اصابع و $\frac{8}{8}$ خطوط

فتقول في الجواب انه يمكن البحث عن اجزاء الضلعية التي هي $\frac{4}{8}$

و $\frac{1}{8}$ و $\frac{6}{8}$ و $\frac{2}{8}$ و $\frac{6}{8}$ و $\frac{2}{8}$ غير أن الاخير والاسهل أن يحال العدد

الكل الى $\frac{2}{8}$ و $\frac{2}{8}$ و $\frac{8}{8}$ و $\frac{8}{8}$ لان ثلث ابرة التوازن الواحد

هو عبارة عن ابرة $\frac{2}{8}$ او $\frac{24}{24}$ وثلث هذه الابرّة الاخيرة هو ابرة $\frac{8}{8}$

والجزء الثاني عشر من ابرة $\frac{8}{8}$ هو ابرة $\frac{8}{8}$ خطوط

و حل ل

وبهذه الطريقة يكون مقدار الابرّة المطلوبة $\frac{1}{13}$ $\frac{18}{18}$ $\frac{14}{14}$

($\frac{18}{18}$) يكتفى في تحويل كسر عشاري الى اعشاري او الى عيار دمتسب أن تقسم

البسط على المقام يحصل قاعده قسمة $\frac{101}{101}$ او قسمة $\frac{113}{113}$

فعلى هذا تكون كسور

تضربه في ٦ فيحصل ٤٥ ^٥ فاذا أردت تحويل ^٥ ٥٠ الى اصابع
فاضربها في ١٢ فيحصل ٦ اصابع فيكون الكسر المقروض معادلا
ص ٦ ٣ ٤

المثال الثاني أن يكون المطلوب تحويل ^{٥١٣٠٧٤} الى عدد منتسب
فطريق ذلك أن تعوض أول ذلك الكسر بالعدد الاعشاري المكافئ له وهو
٥١٣٠٧٤ ^٥ ثم تحول هذا العدد الى اقدم بان تضربه في ٦ فيحصل
٣٠٧٨٤٤٤ ^٥ فاذا أردت تقويم الجزء الاعشاري باصابع وخطوط فاضربه
على التوالى في ١٢ ثم ١٢ فيحصل عدد ٣٠٧٨٤٤٤ ^٥ معادلا
٩٤١٣٢٨ ^٥ او ١١٢٩٥٩٣٦ ^٥ بحيث يعادل الكسر المقروض
١١٢٩٥٩٣٦ ^٥ او ١١٢٩٦ ^٥ بحيث يبلغ تقريبا
جزأ من عشرة آلاف من الخط

(١١٩) اذا أردت تحويل عدد منتسب الى كسر من أحد آحاد ذلك العدد
فانصب جميع آجاده على اختلافها الى ذلك الاحد ثم أجز عليه الجمع ولتمثل
لذلك بثلاثة أمثلة

المثال الاول أن يكون المطلوب تحويل ^٥ ٦ و ^٥ ٤ الى كسر من
التواز

فقول حيث ان ^٥ ١ يعادل ^٥ ١ و ^٥ ١ يعادل ^٥ ١ تكون ^٥ ٦ و ^٥ ٤
معادلة ^٥ ٦ + ^٥ ٤ او ^٥ ٦ + ^٥ ٤ او ^٥ ٦ + ^٥ ٤ او ^٥ ٦ + ^٥ ٤
ص ٦ ٤ ٣ معادلة ^٥ ٣ او ^٥ ٣

وتوصل الى هذه النتيجة بعينها أيضا بتحويل $\frac{1}{4}$ و $\frac{1}{3}$ من مبدأ الامر الى اصابع قنجد $\frac{1}{4}$ و $\frac{1}{3}$ و $\frac{1}{3}$ معادلة $\frac{1}{3}$ او $\frac{270}{72}$ في $\frac{1}{3}$ او $\frac{270}{72}$ في $\frac{1}{3}$ او $\frac{10}{4}$.

المثال الثاني أن يكون المطلوب تحويل $\frac{1}{4}$ و $\frac{1}{3}$ الى كسر من القدم

فتقول حيث أن ٣ تعادل ١٨ و ٦ تعادل $\frac{6}{12}$ او $\frac{1}{2}$ تكون $\frac{1}{4}$ و $\frac{1}{3}$ معادلة $\frac{1}{4} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3}$ او $\frac{1}{4}$ $\frac{10}{4}$ او $\frac{5}{2}$.

المثال الثالث أن يكون المطلوب تحويل الهندازة الى كسر من اللتواز بموجب ما تقدم في عمدة (١٠٧) مما يتعلق بالهندازة ترى أن الهندازة

تقابل ١٠ و ١٠ و ٧ و ٣ او ٦٣٢٢ وأن ١ تعادل $\frac{1}{10368}$.

فتجد $\frac{6322}{10368}$ في $\frac{1}{10368}$ او $\frac{6322}{10368}$ او $\frac{3161}{5184}$.

(١٢٠) وما ذكرناه وسيلة أيضا الى تحويل العدد المنتسب الى اجزاء عشرية من احد من آساده حيثما اتفق

مثلا اذا كان المطلوب تحويل $\frac{1}{4}$ و $\frac{1}{3}$ الى كسرا عشرية من القدم لاحظت انه حيث كان $\frac{1}{4}$ و $\frac{1}{3}$ تعادل $\frac{1}{4}$ و $\frac{1}{3}$ كان $\frac{1}{4}$

$$= \frac{1}{12} = \frac{1}{4} = 0,25 \text{ فينتذتكون } 6 \text{ و } 4 \text{ و } 3 \text{ معادلة } 0,25$$

فاذا أردت التعبير عن $\frac{1}{4}$ و $\frac{1}{2}$ و $\frac{3}{4}$ بكسرا عشاري من التواز

رأيت أن 6 و 4 تعادل $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$ او $\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3}$ او $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ او 70,7 فيكون العدد المفروض حينئذ معادلا 70,7

تنبه • تحويل الاعداد المنتسبة الى كسور اعشارية يؤدي الى ارتباط عملية هذه الاعداد بعمليات الكسور الاعشارية وتوقفها عليها وهو ان كان أسهل وأوجز بالنظر الى العلم الا انه يؤدي غالباً الى التطويل في العمل فلذا اختاروا اجراء العمل من أول وهلة على الاعداد المنتسبة المفروضة بدون تحويل الى الكسور المذكورة

• (الفصل الثاني) •

في الاقيسة الجديدة

(١٢١) جميع الاقيسة على الطريقة الجديدة من تبطة ببعضها و مأخوذة من وحدة أصالية يمكن ضبطها وتحريرها في جميع الاوقات وسائر البلدان واسماؤها المصطلح عليها محصورة في كمان قليلة وعملياتها ميسرة لانها لا تجري الا في الكسور الاعشارية

اقيسة الخطوط اى الاطوال

لما أرادوا تعيين وحدة الطول المسيماة متر بحيثوا عن طول قوس دائرة نصف النهار الارضية الذي هو مسافة ما بين القطب وخط الاستواء فقرأوا هذا الطول الذي هو عبارة عن ربع محيط الارض بقياس التواز ٥١٣٠٧٤٠ و بقياس القدم ٣٠٧٨٤٤٤٠ وجعلوا منه الجزء المعادل لواحد من عشرة ملايين هو طول المتر بحيث صار المتر بقياس التواز ٥١٣٠٧٤٠ و

وبقياس القدم ٢٠٧٨٤٤٤ ر أو ٢٩٦ ر ٢٢ بحيث يبلغ
تقريباً جزءاً من عشرة الألف من الخط (راجع المثال الثاني من عمدة (١١٨)
والأقيسة الجديدة المستعملة في قرائن اسماء خوزة من المتر
فالأقيسة الخطية أو الأطوال عبارة عن المضاعفات العشرية وجزائرها
من المتر بمعنى انها عبارة عن حواصل الضرب في ١٠ و ١٠٠ و ١٠٠٠
وهكذا أو خوارج تسعة طول المتر عليها
وتتركب اسماء تلك الأقيسة سواء كانت أكبر من الوحدة الأصلية (التي هي
المتر) أو أصغر منها بزيادة كلمة من الكلمات الـ ١٠ تية قبل اسم تلك الوحدة
والكلمات المذكورة هي ميرا • وكيلو • واكتور • وديكا • وديسي •
وستي • وميلي • ومعانيها على سبيل اللف والنشر المرتب عشرة آلاف •
والف • ومائة • وعشرة • وعشر • وجزء من مائة وجزء من ألف
فهو ميرا بمتر عشرة آلاف متر وستي بمتر جزء من مائة من المتر وهكذا
ويجوز مثل هذا أيضاً فيما عد ذلك من مضاعفات الوحدة المميزة وجزء
مضاعفاتها

ويستعمل في تعيين المسافات الميريا متر الذي يعادل ١٠٠٠٠ متر
أو ١٠٠٠٠ في ١٣٠٧٤ ر ٢٢ أو ٧٤ ر ١٣٠٧٤ وكذلك
الكيلومتر الذي يعادل ١٠٠٠ متراً و ٧٤ ر ١٣٠٧٤
ولاجل ادخال الطريقة العشرية في جميع الأقيسة قسموا المحيط الى ٤٠٠
جزء متساوية تسمى بالفرادة أي الدرجات المئوية وقسموا أيضاً الدرجة
الى ١٠٠ دقيقة والدقيقة الى ١٠٠ ثانية والثانية الى ١٠٠ ثالثة
وهكذا

أقيسة السطوح

وحدة السطوح هي المتر المربع
والوحدة التي اختاروها لقياس سطوح الاراضى هي مربع ضلعه

١٠ امتار ويسمى عندهم بالآر

والآر ١٠٠ متر مربع أو ١٠٠ في متر مربع أو ١٠٠ مربع ضلع
كل مربع منها متر والجزم من مائة من الآر أو الستتار هو متر مربع
وكل مائة آر تسمى هكارا لا ايكوارا والهسكار ١٠٠٠٠ متر
مربع وهو مربع ضلعه ١٠٠ متر

اقبسة الحجم والسعة

وحدة الحجم هي متر مكعب * والمتر المكعب اذا استعمل في قياس اخشاب
الحريق يقال له استر

وحدة السعة بالنسبة للمائعات والحبوب هي الليتر وهو فيسبتر
مكعب * والاقبسة المستعملة فيها هي الايكتروليتير والديكاليتر والليتر
والديسيليتير

وقد يقوم الليتر مقام الباتة (في المشروبات) ومقام الليترون (في الحبوب)
وان كان أكبر منهما ايسير وقد يقوم الديكاليتر في الحبوب مقام البواسو كما أن
الايكتروليتير قد يقوم مقام الستبة

الموازين

وحدة الوزن هي الغرام وزنه ستيمتر مكعب من الماء المقطر الذي بلغ أقصى
درجة في الكثافة وهذه الزنة الميئة في الاقبسة القديمة هي ١٨ و ٨٢٧١٥
غراما أي حبة

وعليه فالكيلو غرام أو اللوربوا الجديد أو اللور الامشاري هو
١٨ و ٨٢٧١٥ غراما

النقود والمعاملات

نقود الفضة الجديدة زنة ما فيها من الفضة الخالص ٩٩ وكذلك نقود الذهب زنة
ما فيها من الذهب الخالص ٩٩ ومن هنا ما قبل ان تصافي نقود الفضة أو الذهب
هو ٩٩

وحدة المعاملات الجديدة هي الفرنك وزنه ٥ غرامات ويقال لعشره

ديسيم والجزء من مائة منه ستتم وهذه الثلاثة هي الجارية الآن في الحسابات
الفرنساوية * ونقود الفضة هي قطع الفرنك ونصف الفرنك وربع الفرنك
والقطع المساوية لفرنكين والمساوية لخمس فرنكات ووزن هذه القطعة الأخيرة
٢٥ غراما وعليه فزنة كل ٤٠ من هذه القطعة المساوية لخمس فرنكات
كيلو غرام أي ١٠٠٠ غرام * ونقود الذهب الجديدة هي القطع ذات
العشرين فرنكا وذات الأربعين فرنكا القائمة مقام اللوين وضعف اللوين ووزن
كل قطعة من القطع ذات العشرين فرنكا ٦٥.١٦١ غرامات
وقطرها ٢١ ميليمترا بخلاف ذات الأربعين فرنكا فقطرها ٢٦ ميليمترا
فيها في إيجاد طول المتر أن تضع ٣٤ قطعة من ذات العشرين فرنكا
و ١١ من ذات الأربعين متتالية بعضها عقب بعض وذلك لأن مجموع أقطار
القطع الخمسة والأربعين المذكورة هو ٣٤ في ٢١ ميليمترا وإذا
في ٢٦ ميليمترا و ١٠٠٠ ميليمترا ومتر واحد
ونقود النحاس الجديدة هي القطع الصغيرة التي تساوي الواحدة منها ستتم
واحدة وهي تعادل جزءا من مائة من الفرنك والقطعة ذات الخمسة ستتم
أو الصولدي الجديد والقطعة التي تساوي ديسيميا واحدة أو الصولدي الكبير
الجديد وهو عشر الفرنك

عذبة الأقيسة الجديدة وعملياتها

(١٢٢) عذبة الأعداد الاعشارية وعملياتها يصلحان للأعداد المنقوبة المألفة
على الأقيسة الجديدة لأن هذه الأقيسة يجري فيها التجزى الاعشاري
فاذا أردت أن تعبر عن قياس جديد بعدد اعشاري فانطق أولا بالعدد
الاعشاري بقطع النظر عن تميزه كما في غرة ٩٣ ثم استبدل الاحدا منهم
بالاحدا المميز المطلوب

فعلى هذا يمكن أن تعبر عن عدد ٢٢٧ر٣٩ بهذه العبارة وهي مائتان
وسبعة وعشرون مترا وتسعة وثلاثون سنتيمترا وأثنان وعشرون ألفا وسبعة مائة
وتسعة وثلاثون سنتيمترا كما في غرة ٩٤

واذا أردت أن تكتب قياسا جديدا هو آتيا بالارقام فاعلم أن أول العدد المنطوق على حسب قاعدة غمرة ٩٧ يقطع النظر عن تمييزه ثم اكتب على عين رقم الآحاد الحرف الأول من التمييز فعلى هذا إذا كان المطلوب كتابة عددين اثنين وسبعة وعشرين مترا وتسعة وثلاثين سنتيمترا الذي يصح أن نعب عنه أيضا باثنين وعشرين ألفا وسبع مائة وتسعة وثلاثين سنتيمترا فاعلم أن كتيبه هكذا

٢٢٧٣٩ كافي غمرة ٩٥

ويكفي في تحويل قياس جديد معبر عنه بعدد اعشاري الى أحد اياما كان من الآحاد المبررة ان تضرب العدد الاعشاري في ١٠ او ١٠٠ الخ وهكذا أو تقسمه على ما ذكرنا من تنقل الشرطة الى عين الرقم الدال على آحاد المتزلة المطلوبة في صورة الضرب أو الى يساره في صورة القسمة فعلى هذا إذا كان

المطلوب تحويل ٨٣٢٥٤٧ الى ايكتومتر فلاحظ انه حيث كان الايكتومتر الواحد يعادل ١٠٠ متر فيكفي أن تقسم ٨٣٢٥٤٧ على ١٠٠ بأن تنقل الشرطة خاتمين الى الجهة اليسرى بأن تضعها على عين رقم ٣ الذي هو ماآت المتر بحيث يكون عدد ٨٣٢٥٤٧ معادلا ايكتومتر

لعدد ٨٣٢٥٤٧

ثم ان جمع الاعداد المحولة الى جنس واحد وكذلك طرحها يكون على حسب ما تقر في غمرة ٩٧

أمثلة الجمع

مترا	فرنكا	دسمترا
١٢٣٤	٢٨٠٠٠٠٩٠٩٠٠٩	٣٧٠٥٢
٤٢٥٣	٩٩١٠١٩٩١	٨٩٧٥٠١
مترا	فرنكا	دسمترا
المجموع ٥٤٨٧	٢٨١٠٠٠٠١١٠٠٠	٣٧٩٤٩٥٠١

أمثلة

أمثلة الطرح

متر	فرنكا	ديسمترا
المطروح منه ٥٤٨٧	٢٨١٠٠٠ و ١١٠٠٠	٣٧٩٤ و ٩٥٠١
متر	فرنكا	ديسمترا
المطروح ١٢٣٤	٢٨٠٠٠ و ٩٠٩٠٠٩	٨٩٧٥٠١
متر	فرنكا	ديسمترا
الباقى ٤٢٥٣	٩٩١٠ و ١٩٩١	٣٧٠٥ و ٢

ومنى كانت مقادير الاعداد المقروضة مختلفة فحول المسئلة الى الصورة المتقدمة بأن تحول الاعداد المذكورة الى جنس واحد

مثلا * اذا كان المقروض عددي ٣٧٧٤ و ٩٣٦٨ و ٠٠٠٩٣٦٨
فاننا حوّلنا الى وحدة المترأيت مجموعهما ٤٧١٠٨ و باقى
طرحهما ٢٨٣٧٢

وعملينا الضرب والقسمة كتابهما تجري على حسب ما تقرّر في غمرتي ٩٨
و ٩٩ وعليه فيكون حاصل ضرب ٠٠٤ في ٠٠١٢ هو
٠٠٠٠٠٤٨ و يكون خارج قسمة ٠٠٠٠٠٤٨ على ٠٠٤ هو ٠٠٠١٢

ثم ان ما تقرّر من القواعد في غمرة ١٠٤ و ١٠٥ و ١٠٦ يجزى
في الاقيسة الجديدة وعليه فيكون مقدار ٢٧٨٥ و ٢٧٨٥ وهكذا من
الاعداد الاعشارية هو ٣٧٤٦ تقريبا وفي صورة ما اذا
أريد ابقاء رقين أو ثلاثة اعشارية يكون المقدار التقريبي للعدد

٥٦٢٣٧ ر^٥ وهكذا من الأعداد العشرية هو ٦٢ ر^٥
 أو ٦٢٤ ر^٥ ويكون حاصل ضرب ٧٤٦٢٣ ر^٨ وهكذا من
 الأعداد العشرية في ٢٣٤٥٦٧ ر^٢ وهكذا من الأعداد العشرية
 مقرباً من ديسيم واحد هو ٢٠ ر^٢

(المقابلة بين الاتحاد المختلفة من الأقيسة القديمة والجديدة)

(أقيسة الخطوط أى الأطوال)

(وفيها أربع صور)

(١٢٣) الصورة الأولى أن يكون المطلوب مقابلة المتر بالتواز أو اجزائه
 وبالعكس فلاحظ أن المعتبر في الأصل (كما سبق في مبحث أقيسة الخطوط) هو
 أن ١٠٠٠٠٠٠ من المتر = ٥١٣٠٧٤٠ نواز تعطى أ^٢
 = $\frac{١٠٠٠٠٠٠}{٥١٣٠٧٤}$ = ٩٤٩٠٣٦٥٩١٢١٢٩٦٣ ر^١ وهكذا من
 الأعداد العشرية و أ^١ = ٥١٣٠٧٤ ر^٢

وحيث عرفت مقابلة التواز بالامتار فاستخرج من ذلك مقادير الأقدام
 والأصابع وغيرها بالامتار أيضاً بأن تقسم مقدار التواز على ٦ أو على ١٢
 المخ على التوالي * وفي صورة العكس وهي ماذا أريد تحويل المتر الى اقدام
 أو أصابع أو خطوط أو غير ذلك يكفي أن تحول مقدار المتر وهو

٥١٣٠٧٤ ر^٢ الى اقدام وأصابع وخطوط وغيرها بأن تضرب مقدار المتر
 على التوالي في ٦ و ١٢ و ١٢ المخ فيؤدى الى نتائج وهي

$$١ = ٣٢٤٨٣٩٤٣١٨٦٨٨٢٧ ر^١ أو ٣ ص =$$

وهكذا من الأعداد العشرية ٠٢٧٠٦٩٩٥٢٦٥٥٧٣٥ ر^١

و $\overset{\text{خ}}{\underset{\text{ا}}{1}} = ٠٠٠٢٢٥٥٨٢٩٣٨٧٩٧٧$ وهكذا من الاعداد

الاعشارية و $\overset{\text{نقطة}}{\underset{\text{م}}{1}} = ٠٠٠٠١٨٧٩٨٥٧٨٢٣٣١$ وهكذا

من الاعداد الاعشارية و $\overset{\text{م}}{\underset{\text{ن}}{1}} = ٣٠٧٨٤٤٤$

$$\overset{\text{ص}}{\underset{\text{خ}}{36941328}} = \overset{\text{ص}}{\underset{\text{خ}}{36941328}}$$

الصورة الثانية أن يكون المطلوب مقابلة الهندازة بالمترو فلاحظ ان الهندازة تعادل ٦٣٢٢ نقطة وان النقطة تعادل

و هكذا من الاعداد الاعشارية $\overset{\text{م}}{\underset{\text{ن}}{1}} = ٠٠٠٠١٨٧٩٨٥٧٨٢٣٣١$

وعليه فالهندازة تعادل ٦٣٢٢ في $\overset{\text{م}}{\underset{\text{ن}}{1}} = ٠٠٠٠١٨٧٩٨٥٧٨٢٣٣١$

وهكذا من الاعداد الاعشارية او $\overset{\text{م}}{\underset{\text{ن}}{1}} = ١٨٨٤٤٦١١٥٨٩٦٥$ وهكذا من الاعداد الاعشارية

ويتوصل أيضا الى هذه النتيجة بعينها بالاحظة ان الهندازة حيث ان تعادل

ن	ص	خ	نقط
٣	٧	١٠	١٠
و	و	و	و
ن	ص	خ	نقط

٣ و ٧ و ١٠ و ١٠ الى الامتار وهذا في غاية السهولة لان مقادير الاقدام والاصابع والخطوط والنقط قد قدرت بالامتار (بموجب الصورة الاولى)

وبالجملة فاذا أردت أن تحقق ذلك على وجه التحرير والضبط فلاحظ ان الهندازة

الواحدة تعادل $\frac{3171}{5148}$ من التوازاو $\frac{3171}{5184}$ من $\frac{10000}{513047}$

او $\frac{317100000}{2609770616}$ أو تعادل بطريقة القسمة $\frac{188446110899}{1}$

وهكذا من الاعداد الاعشارية واما صورة العكس (وهي ما اذا كان
المطلوب مقابلة المتر بالهندازة) فيقال فيها حيث ان الهندازة تعادل
وهكذا من الاعداد الاعشارية ١٨٨٤٤٦١١٥٨ ر ١

او ١ × ١٨٨٤٤٦١ ر ١ وهكذا من الاعداد الاعشارية فادقسنا
الهندازة الواحدة على ١٨٨٤٤٦١ ر ١ وهكذا من الاعداد
الاعشارية كان خارج القسمة وهو ٨٤١٤٣٤٨ ر ٠ هندازة وهكذا من
الاعداد الاعشارية هو مقدار المتر بالهندازة

وان أردت تقريب ذلك بالكتابة فلاحظ أن الهندازة الواحدة

$$\begin{array}{c} \text{هندازة} \\ \text{م} \end{array} = \frac{3161000000}{2609770616} = 1 \text{ تعطي } \frac{2609770616}{3161000000} = \text{قسمة}$$

٢٦٠٩٧٧٥٦١٦ على ٣١٦١٠٠٠٠٠٠ تجد مقدار المتر بالهندازة

تنبيه ما ذكرناه من الطرق المختلفة في تقويم الهندازة بالمتر وعكسه يجري
أيضا في غيرهما من الاقيسة ومن الآن فصاعدا لا نذكر في بيان النتائج الأسهل
تلك الطرق وأربوها

الصورة الثالثة أن يكون المطلوب تقويم الفراعخ بالكيلومتر والكيلومتر
بالفراعخ والطريق المستعملة في ذلك هي قسمة المحيط الى ٣٦٠ درجة على
رأى المتقدمين فنقول حيث ان ٩٠ درجة ارضية تعادل ١٠٠٠٠٠٠٠
من الامتار (كل مرة ١٢١) او ١٠٠٠٠ كيلومتر فالدرجة الارضية
كيلومتر كيلومتر

$$\begin{array}{l} \frac{1000000}{90} = \frac{10000}{9} \text{ فتكون الدرجة الارضية} = 20 \\ \text{فرضابريا} = 20 \text{ فرضابريا او يكون فرضابريا البوسطة} = 4000 \\ \text{نواز والتواز} = 94903609 \text{ ر ١ وهكذا من الاعداد الاعشارية} \\ = 94903609 \text{ ر ٠ كيلومتر وهكذا من الاعداد الاعشارية} \end{array}$$

والتر = ٥١٣٠٧٤ ر. والكيلومتر = ٥١٣٠٧٤ فاذن

درجة ارضية كيلومتر كيلومتر

الفرسخ البري = $\frac{1}{30}$ = $\frac{1}{30}$ من $\frac{1}{9}$ = $\frac{1}{270}$ = ٤٤٤٤

فرسخ برى

وهكذا من الاعداد الاعشارية والكيلومتر = $\frac{1}{9}$ = ٢٢٥ ر.

درجة ارضية كيلومتر كيلومتر

فرسخ برى والفرسخ البحرى = $\frac{1}{30}$ = $\frac{1}{30}$ من $\frac{1}{9}$ = $\frac{1}{270}$ = ٥٠

كيلومتر فرسخ بحر

= ٥٥٥ ر. وهكذا من الاعداد الاعشارية والكيلومتر = $\frac{1}{9}$ =

نواز

١٨ ر. فرسخ بحر و فرسخ البوسطة = ٢٠٠٠ = ٢٠٠٠

فى ٠٠٠١٩٤٩٠٣٦٥٩ ر. كيلومتر وهكذا من الاعداد الاعشارية

= ٣٨٩٨٠٧٣١٨ كيلومتر وهكذا من الاعداد الاعشارية

فرسخ بوسطة ت

والكيلومتر = ٥١٣٠٧٤ فى ١ = ٥١٣٠٧٤ فى $\frac{1}{30}$

فرسخ بوسطة

= ٢٥٦٥٣٧ ر.

الصورة الرابعة ان يكون المطلوب تقويم الدرجات بالغرادات وعكسه يجب

الطريقة القديمة فلاحظ ان ربع المحيط ينقسم الى ٩٠ درجة والى

١٠٠ غرادة فينتج من ذلك ان الدرجة القديمة = $\frac{1}{9}$ من الغرادة وان

الغرادة = $\frac{9}{100}$ من الدرجة القديمة

فذلك هو الوسيلة فى تحويل الدرجات القديمة الى غرادات وعكسه

السطوح والجوم والسعات

اعلم ان البحث عن العلاقات التى بين الاعداد المختلفة من السطح والجوم والسعة

قديمية سككات أوجديدة متوقف على معرفة ما يتعلق بذلك من المسائل الهندسية وليس هذا محله فإذا أردت الوقوف على نتائج هذا البحث فانظر ما يذله الكتاب من الجداول والتبينات

الموازين

إذا أردت تحويل اللوربو إلى الكيلوغرام أو عكسه فلاحظ أن الكيلوغرام وزن

$$\text{غرام} \quad 1882710 \text{ أو } \frac{1882710}{100} \text{ من الغرام أو } \frac{1882710}{100} \text{ من } \frac{1}{9216}$$

$$\text{لان 1 يساوي } \frac{1}{9216} \text{ فاذن الكيلوغرام } = \frac{1882710}{921600} \text{ وينتج من ذلك ان } 1 = \frac{921600}{1882710}$$

وبإجراء عمليات هذه القسومات ترى أن 1 كيلوغرام = 2042876019

وهكذا من الأعداد العشرية و 1 = 04895008466 كيلوغرام

وهكذا من الأعداد العشرية وهذه المساواة هي 1 = 16 و 1

$$= 8 \text{ و } 1 = 72 \text{ تدل على انه اذا أريد تحويل مقدار}$$

الكيلوغرام وهو 2042876019 وهكذا من الأعداد العشرية إلى أونسات وغرومات وغرامات (أي أواق ودراهم وحيات) يكفي ضربه على كيلوغرام

التوالي في 16 وفي 8 وفي 72 فهذه كيفية ترى أن 1

$$= 6860243 \text{ وهكذا من الأعداد العشرية}$$

$$= 261 \text{ وهكذا من الأعداد العشرية}$$

هـ

= ١٨٨٢٧١٤٩٩٩٩ وهكذا من الاعداد الاعشارية

كيلوغرام

فإذا قسمت مقدار ١ وهو ٠.٤٨٩٥٠٥٨ على ١٦ كان خارج

كيلوغرام

القسمة وهو ٠.٣٠٥٩٤ عبارة عن اونسية واحدة وإذا قسمت

كيلوغرام

مقدار الاونسية على ٨ كان مقدار القروس ٠.٣٨٢٤

وبقسمة هذا العدد الاخير على ٧٢ يكون خارج القسمة الذي هو

كيلوغرام

٠.٥٣١١ وهكذا من الاعداد الاعشارية هو مقدار الغران

بالكيلوغرام

كيلوغرام

والقطار يعادل ١٠٠ او ١٠٠ في ٠.٤٨٩٥٠٥٨ وهكذا

كيلوغرام

من الاعداد الاعشارية او ٠.٤٨٩٥٠٥٨ وهكذا من الاعداد الاعشارية

ميرباغرام

او ٠.٤٨٩٥٠٥٨ وهكذا من الاعداد الاعشارية

والميرباغرام يعادل ١٠ كيلوغرامات او ١٠ في ٠.٤٢٨٧٦

وهكذا من الاعداد الاعشارية او ٠.٤٢٨٧٦ وهكذا من الاعداد

قطار

الاعشارية او ٠.٤٢٨٧٦ وهكذا من الاعداد الاعشارية

نقود المعاملات

إذا اردت تحويل اللورينونوا الى فرنكات او العكس فلاحظ أن زنة الفرنك

٥ غرامات وأنه يحتوي من القضة الخالصة على $\frac{9}{100}$ اوق على $\frac{9}{100}$ من

غرامات او $\frac{9}{10}$ غرام او $\frac{9}{10}$ من ١٨٨٢٧١٥ او ٨٢٢١٧٥ و ٨٤

وأيضاً هنا بهض تجارب صحيحة تدل على أن اللورنوزو الناتج من الايكو

غرام

الذي مقداره ٦ يحتوى على ٨٣ و ٦٥٧٩٣٦ من الفضة الخالصة

فرنك

وعليه فان فران الواحد من الفضة الخالصة يعادل $\frac{1}{84722175}$

او $\frac{1}{836750936}$

وحيث لم ان مقدار هذين الكسرين واحد يؤخذ من التنبيه الثالث من مرة

فرنك

٧٤ أن ٨٣ و ٦٧٥٩٣٦ = ٨٤ و ٧٢٢١٧٥ وينتج من

فرنك

هذا أن ١ = $\frac{836750936}{84722175}$ = ٩٨٧٦٥٠٩٤٢٦ وهذا

فرنك

من الاعداد الاعشارية و ١ = $\frac{84722175}{836750936}$ = ١٢٥٠٣٤٦٣٣ و ١

وهكذا من الاعداد الاعشارية و ١ = $\frac{1}{9876}$ من ٩٨٧٦ و

فرنك

وهكذا من الاعداد الاعشارية = ٠٤٩٣٨٢٥٤٧١٤ وهذا

فرنك

من الاعداد الاعشارية و ١ = $\frac{1}{1102122}$ = ٠٠٤١١٥٢١٢٢ وهذا

فرنك

وهكذا من الاعداد الاعشارية

تحويل الاقيسة القديمة الى الاقيسة الجديدة وعكسه

(١٢٤) حيث عرفت مقدار كل نوع من الوحدة القديمة بالاقيسة الجديدة

وعكسه سهل عليك حيث أن تستنتج من ذلك طريقة تحويل الاقيسة

القديمة الى الجديدة وعكسه لأن ذلك يؤل الى ضرب مقدار الوحدة المطلوب

تحويلها

تحويلها في عدد تلك الوحدات (ولنمثل لذلك بسبعة أمثلة فنقول)

المثال الأول أن يكون المطلوب تحويل ٩٠٧ توازات الى امتار

فحيث ان التواز يعادل ٩٤٩٠٣٦٥٩ م^٢ وهكذا من الاعداد

الاعشارية (والرمز بالمسم للمتر) فيكون ٩٠٧ توازات معادلة ٩٠٧

في ٩٤٩٠٣٦٥٩ م^٢ وهكذا من الاعداد الاعشارية أو

٧٧٦ و ٧٦٧ م^٢ وهكذا من الاعداد الاعشارية

المثال الثاني أن يكون المطلوب تحويل ٧٧٦ و ٧٦٧ م^٢ الى توازات

فحيث ان المتر يعادل ٥١٣٠٧٤ م^٢ فتكون ٧٧٦ و ٧٦٧ م^٢

معادلة ١٧٦٧ و ٧٧٦ في ٥١٣٠٧٤ م^٢ أو ٩٠٦٩٩٩ م^٢

وهكذا من الاعداد الاعشارية أو ٩٠٧ توازات على وجه التقريب

غ م ر

المثال الثالث أن يكون المطلوب تحويل ٢٨٤ الى كيلوفرامات

كيلوغرام

فحيث ان ١ = ٨٩٥٠٥٨ م^٢ وهكذا من الاعداد الاعشارية

١ = ٣٠٥٩٤ م^٢ وهكذا من الاعداد الاعشارية و ١

كيلوغرام

= ٠٠٣٨٢٤ م^٢ وهكذا من الاعداد الاعشارية (كما سبق في الكلام

على الموازين من عمدة ١٢٣) يستنتج من ذلك مقادير اجزاء ٢٨ و ٤

و ٢٨ و ٤ و ٢ تعادل

١٣ و ٨٣٦ كيلوغراما وهكذا من الاعداد الاعشارية

كيلوغرام

المثال الرابع أن يكون المطلوب تحويل ١٣ و ٨٣٦ الى لورات بوا (اي

ارطال افرنجية)

نحيت ان الكيلوغرام يعادل ٢٠٤٢٨٧٦٥١٩ وهكذا من الاعداد

كيلوغرام

الاعشارية فاضرب هذا العدد الاخير في ١٣٨٣٦ نجد ١٣٨٣٦

تعادل ٢٨٢٦٥٢٣٩ وهكذا من الاعداد الاعشارية

فاذا اردت تحويل الجزء الاعشاري وهو ٢٦٥٢٣٩ وهكذا من

الاعداد الاعشارية الى اونسات فاضرب في ١٦ بحده يعادل ٤٢٤٣٨

وهكذا من الاعداد الاعشارية واضرب ٢٤٣٨ وهكذا من الاعداد

الاعشارية في ٨ نجد ٢٤٣٨ وهكذا من الاعداد الاعشارية

تعادل ١٩٥٠ وهكذا من الاعداد الاعشارية وعليه فيكون

كيلوغرام ١٣٨٣٦ معادلة ١٩٥٠ ٤ ٢٨ وهكذا من الاعداد

الاعشارية او ٢ ٤ ٢٨ تقريبا

المثال الخامس ان يكون المطلوب تحويل ١٢ ١٧٠٥٨ الى فرنكات

لنقول اولاً ١٢ الى كسر اعشاري من اللور فيعطى ٠٠٦٠

لأن $١ = \frac{١}{١٠٠} = ٠٠١$ و $١٢ = ١٢ \times ٠٠١ = ٠٠١٢$

$٠٠٦٠ =$

فاذا قل المسئلة الى تحويل ١٧٠٥٨٦ الى فرنكات

ل فرتك

وحيث ان $1 = 0.987650$ وهكذا من الاعداد الاعشارية فتكون

ل فرتك

17058.6 معادلة 17058.6 في 0.987650 وهكذا

فرتك

من الاعداد الاعشارية او 17847926 وهكذا من الاعداد

فرتك

الاعشارية او 1784793 بحيث لا يتقص الكسر الاعشاري عن نصف مستقيم

فرتك

المثال السادس ان يكون المطلوب تحويل 1784793 الى لورات قورنوا

ل

فرتك

فاذا ضربت مقدار 1 وهو 101250346 وهكذا من الاعداد

فرتك

الاعشارية في عدد القرنكات وهو 1784793 فنجد 1784793

معادلة 17058.6874 وهكذا من الاعداد الاعشارية

ل

ولاجل التفسير عن الجزء الاعشاري الذي هو 0.5874 وهكذا من

الاعداد الاعشارية بصولييات تضرب 0.5874 وهكذا من الاعداد

الاعشارية في 20 فنجد 0.5874 وهكذا من الاعداد الاعشارية

صل

صل

معادلة 117 وهكذا من الاعداد الاعشارية او 123 بحيث

فرتك

صل

لا يتقص الجزء الاعشاري في هذا العدد عن 3 فاذا 1784793

صل ل

$= 1705812$

ل

فرنك

تنبيه: حيث ان هذه المتساوية وهي $1 = 1250.3 \times 10$ وهكذا من

ل

فرنك

من الاعداد الاعشارية تعطى $80 = 81$ بحيث لا تزيد عن جزء من
ألف من اللور يعلم من ذلك انه في صورة ما اذا اريد تحويل لورات تورنوا الى
فرنكات يكفي أن تنقص من اللورات جزءاً من 81 وانه في صورة ما اذا اريد
تحويل فرنكات الى لورات تورنوا يكفي أن تزيد على الفرنكات جزءاً من

٨٠

ويسهل اجراء القسمة على 81 وعلى 80 لانه بموجب قاعدة عشرة 32
يتحصل الجزء المساوي واحداً من 81 من اي عدد كان بقسمته اولاً على 9
ثم ياخذ تسع خارج القسمة ويتحصل الجزء المساوي واحداً من 80 من اي
عدد كان بقسمته اولاً على 10 ثم يأخذ ثمن الخارج

ل

فعلى هذا اذا كان المطلوب تحويل 170586 الى فرنكات فاقسم
العدد المذكور على 9 فيحصل 18954 ثم خذ تسع هذا الخارج

فرنك

ل

وهو 2106 فاذن تكون 170586 معادلة 170586

فرنك

فرنك

فرنك

— 2106 أو 16848 وبين هذا و 1684793 تفاوت

يسير كما في المثال الخامس

فرنك

واذا كان المطلوب تحويل 1684793 الى لورات تورنوا فخذ عشر
 1684793 وهو 1684793 ثم غن 1684793 وهو
 210599 وهو كذا من الاعداد الاعشارية وضم 210599

فرنك

وهكذا من الاعداد الاعشارية الى 1684793 فتجد 1684793

معادلة

معادلة ١٧٠٥٨٥٢٩ وهكذا من الاعداد الاعشارية
(١٢٥) لاجل تسهيل تحويل الاقبيسة القديمة الى الجديدة وعكسه جمعنا
في الجدول الاتية في آخر الحساب جميع الحواصل المختلفة الناتجة من ضرب
مقادير كل نوع من الاعداد ذات الرقم الواحد في اذن في تحويل
طريقة الى اخرى أن تحلل العدد المقروض الى آحاد منازلة المتنوعة وتبحث
عن تلك الابرء المختلفة في الجدول المذكورة ثم تضمها الى بعضها حتى يحصل
مجموعها ولتمثل لذلك ستة امثلة

المثال الاول أن يكون المطلوب تحويل ٩٠٧ نوازات الى امتار

فحلل هذا العدد الى ٩٠٠ زائدا ٧ وطريق تحويل هذين الجزئين
الى امتار يكون بواسطة الجدول الاول ونقل الشرطة وكيفية العملية ان تقول
حيث ان ٩ نوازات تعادل ١٧٠٥٤١٣٣ فاذن

٩٠٠ تعادل	١٧٠٥٤١٣٣
٧ نوازات تعادل	١٣٦٤٣٢٦
فتكون حينئذ ٩٠٧ نوازات معادلة	١٧٦٧٠٧٧٦٢٦

المثال الثاني أن يكون المطلوب تحويل ١٧٦٧٠٧٧٦ الى نوازات
فتعبر بالنوازات عن اعداد آحاد كل نوع مدلول عليها بالارقام المختلفة من
العدد المقروض فتجد ١٧٦٧٠٧٧٦ تعادل ٩٠٧ نوازات
تقريبا

المثال الثالث أن يكون المطلوب تحويل ٩٠٤٥ الى امتار
فتبحث في الجدول الاول عن مقادير اعداد ٥ و ٤ و ٩ بالامتار ثم
تجمعها الى بعضها فيحصل ١١٠٦٤٨٥

المثال الرابع ان يكون المطلوب تحويل ١١٠٦٤٨٥ م الى توازات
 فتبحث بواسطة جدول تحويل الامتار الى التوازات عن مقادير اجزاء العدد
 المقروء التي هي ١٠ م و ١ م و ٠٠٦ م و ٤٠٠٠ م و ٨٠٠٠٠ م
 و ٥٠٠٠٠٠ م ونضمها الى بعضها فتجد ١١٠٦٤٨٥ م تعادل
 ٦٧٧ م وهكذا من الاعداد الاعشارية فاذا حولت الجزء الاعشاري
 الذي هو ٦٧٧ م الى اقدام واصابع وخطوط بان ضربت كل جزء من
 هذه الاجزاء الاعشارية بالتوالي في ٦ و ١٢ و ١٢ وجدت
 ٦٧٧ م تعادل ٩ د ٨ ع ٤ وهكذا من الاعداد الاعشارية أو ٩ ع ٤
 تقريبا

المثال الخامس ان يكون المطلوب تحويل ٢٨٤٢ ع سم الى كيلوغرامات
 فتبحث في الجدول الخامس (المعلق بالاوزان) عن مقادير اجزاء ٢٠ و ٨
 و ٤ و ٢ بالكيلوغرامات ثم تضمها الى بعضها فيحصل لك مجموعها فتجد
 ٢٨٤٢ ع سم تعادل تقريبا ١٣٨٣٦ د أو ١٣٨٣٦ غراما
 كيلوغرام

المثال السادس ان يكون المطلوب تحويل ١٣٨٣٦ د الى لورات
 كيلوغرام كيلوغرام كيلوغرام
 فتأخذ من الجدول الخامس مقادير اجزاء ١٠ و ٣ و ٨
 كيلوغرام كيلوغرام كيلوغرام
 و ٣٠٣ د و ٠٠٦ د باللورات بواقف بمجموعها هو ٢٨٢٦٥٢ د
 ع سم
 وهكذا من الاعداد الاعشارية أو ٢٨٤٢ تقريبا

(١٢٦) انما يتوصل بالجداول الى تعيين قيمة قياس جديدة اذا كانت قيمة القياس القديم معلومة وبالعكس وذلك لانه يمكن ضرب القيمة المعلومة في العدد المبهم الدال على عدد مرات احتواء القياس المطلوب معرفة قيمته على القياس المعلوم القيمة ولتمثل لذلك بثلاثة امثلة فنقول
المثال الاول اذا كان التوازن الواحد من اى عمل كان تبلغ قيمته ١٢ فرنكا فماتكون قيمة المتر الواحد من هذا العمل

=
فترى في الجدول الاول ان المتر الواحد يعادل ٥١٣٠٧ ر. او
فرنك
٥١٣٠٧ ر. في ١ فتضرب قيمة التوازن الواحد وهي ١٢ في عدد
٥١٣٠٧ ر. الدال على كمية التوازن التي يعادلها المتر وحاصل الضرب
فرنك
الذي هو ٦١٥٦٨٤ هو قيمة المتر من العمل المذكور

فرنك
المثال الثاني اذا كانت قيمة المتر الواحد من اى عمل كان تعادل ٦١٥٦٨٤ ر.
فماتكون قيمة التوازن الواحد من هذا العمل

فتقول حيث ان التوازن الواحد يعادل ٩٤٩٠٤ ر. فالقيمة المطلوبة
فرنك
تحصل بضرب قيمة المتر الواحد وهي ٦١٥٦٨٤ ر. في ٩٤٩٠٤ ر.
فرنك
الذي هو عدد الامتار الموجودة في التوازن الواحد فيحصل ١١٩٩٩٩ ر.
وهكذا من الاعداد الاعشارية او ١٢ فرنكا بحيث لا تزيد الكسور
الاعشارية عن سبعة عشر من عشرة آلاف من الفرنك

صل
المثال الثالث اذا كانت قيمة ١٢ لورا من السكر تعادل ٢٨ ر. فماتكون

كيلوغرام

قيمة ٢٢١ من الفرنكات

نقول ان اللور الواحد (اي الرطل الافرنجى) من السكر يعادل خارج قسمة

٢٨ ٩

٢٨ ٩

على اثني عشر وهو ٢ ٧ ٥ وبواسطة الجدول تجد هذا

فرنك

٢ ٧ ٥

العدد وهو ٢ ٧ ٥ يعادل ٢٣٤١٥٥ وهكذا من الاعداد

الاعشارية والكيلوغرام يعادل ٢٠٤٢٨٨ واذ ضربت قيمة اللور

فرنك

الواحد من السكر على ٢٣٤١٥٥ وهكذا من الاعداد الاعشارية

في عدد ٢٠٤٢٨٨ الدال على كمية اللورات بوا المتحصرة في الكيلوغرام

فرنك

لخاصل الضرب وهو ٤٧٨٣٥ وهكذا من الاعداد الاعشارية هو

كيلوغرام

قيمة الكيلوغرام الواحد من السكر فاذن ٢٢١ من السكر تعادل

فرنك

فرنك

٢٢١ في ٤٧٨٣٥ او ١٥٣٥٥٠ وهكذا من الاعداد

الاعشارية

كيلوغرام

ويتوصل الى هذه النتيجة بتحويل ٢٢١ الى لورات بوا (اي اوطال

افرنجية) فيحصل ٦٥٥٧٦٣ وحيث ان ١ من السكر يعادل

فرنك

٢٣٤١٥٥ وهكذا من الاعداد الاعشارية تكون حينئذ ٦٥٥٧٦٣

فرنك

من السكر معادلة ٦٥٥٧٦٣ في ٢٣٤١٥٥ وهكذا من

فرنك

الاعداد الاعشارية او ١٥٣٥٥٠ وهكذا من الاعداد الاعشارية
(١٢٧) اذا كان المطلوب مقابلة مقادير نقود البلاد المختلفة فابحث عن كمية
الخالص من ذهب تلك النقود وفضتها

مثلا اذا اردت أن تعرف من نقود انكلترة مقدار ما يسمى سوران وهو
من نقود الذهب الجديدة راردت مقابله بنوع من نقود فرنسا الجديدة
المسكوكة من الذهب فانظر ما في السوران وما في القطعة ذات
العشرين فرنكا من خالص الذهب فتجد السوران يحتوي على
غرام غرام

٦٣١٨٤٤٤٠٣٥ والقطعة ذات العشرين فرنكا ٦٤٥١٦١
وتحتوى من خالص الذهب على ١١ من الزنة المذكورة أو

غرام

٥٨٠٦٤٤٩

وعليه فقيمة الغرام الواحد من الذهب هي

٢٠ فرنكا

سوران واحد

٥٨٠٦٤٤٩ او ٧٣١٨٤٤٤٠٣٥

وحيث انه يلزم أن يكون مقدار هذين الكسرين واحدا ينتج من التنبيه الثالث
من عمدة ٧٤ أن ٥٨٠٦٤٤٩ من سورانات الذهب تعادل ٢٠
فرنكا ٧٣١٨٤٤٤٠٣٥

وعليه فقيمة السوران الواحد من الذهب هي

فرنك

فرنك

فرنك

٧٣١٨٤٤٤٠٣٥ × ٢٠ او ١٤٦٣٦٨٨٠٧ او ٢٥٣٠٧٩ وهكذا
٥٨٠٦٤٤٩

من الاعداد الاعشارية

وعليه فسوران الذهب يعادل تقريبا ٢٥ فرنكا و ٢٠ سنتيم و ٧٩ من
السنتيم

وبموجب القاعدة المذكورة ترى أن إدارة قرض بخانة فرانسا ينت ما بين
مقادير نفود البلاد المختلفة من النسب والعلاقات

الباب الخامس
في مسائل علم الحساب

١٢٨ لتبين هنا أن مجرد تركيب القواعد الأربعة مع بعضها يكفي في حل جميع مسائل علم الحساب فنقول

أن القواعد التي سنبيتها وسيلة إلى حل عدة مسائل يمكن حلها بطريق علم الحساب وإلى تمرين الطالب على التأهل لممارسة علم الجبر واتمالم رعاية الاختصار نفرض أن جميع الكسور التي تدخل في منطوق المسائل تكون محولة إلى مقام مشترك

فرنك

١٢٩ المسئلة الأولى إذا كان عن المتر الواحد من الجوخ ٢٥ د ٤ فما

فرنك

عن ٣ د ٧ فنقول يكفي في ذلك ضرب عن المتر الواحد وهو ٢٥ د ٤ في

فرنك

عدد الامتار وهو ٣ د ٧ فحاصل الضرب وهو ٩٣ د ٩٨ أو ٩٣ فرنكا و ٩٨ سنتيما هو الثمن المطلوب

المسئلة الثانية أن يكون المطلوب تحصيل عن المتر الواحد من الجوخ والفرض

فرنك

فرنك

أن عن ٣ د ٧ هو ٩٣ د ٩٨ فلاجل ذلك تقسم ٩٣ د ٩٨ على

فرنك

عدد الامتار وهو ٣ د ٧ فخرج القسمة وهو ٤٥ د ٤ هو الثمن المطلوب

فرنك

المسئلة الثالثة إذا كان عن المتر الواحد من الجوخ ٢٥ د ٤ فما عدد امتار

فرنك

الجوخ التي يكون عنها ٩٣ د ٩٨

فرنك

فنقول حيث ان ثمن المتر هو ٢٥ ر ٤ اذا ضرب في عدد الامتار المطاوب

فرنك

يكون حاصل الضرب (كما تقدم) ٩٢ ر ٩٨ فان عدد الامتار المذكور

فرنك

فرنك

يصل بقسمة ٩٢ ر ٩٨ على ٢٥ ر ٤ وحيث ان خارج القسمة هو

فرنك

٣ ر ٧ ظهر أن ٣ ر ٧ هو عدد امتار الجوخ التي فيها ٩٢ ر ٩٨

١٣٠ المسئلة الرابعة اذا كان اربعة من العملة اشتغلوا ٢٠ مترا من

اي عمل كان فاعداد الامتار التي يشتغلها تسعة من العملة من ذلك العمل

بعبارة

فنقول حيث ان العملة الاربعة اشتغلوا ٢٠ مترا كان شغل كل واحد

منهم ربع ٢٠ او $\frac{٢٠}{٤}$

فان يكون شغل التسعة ٩ في $\frac{٢٠}{٤}$ او $\frac{٩ \times ٢٠}{٤}$ او ٤٥

المسئلة الخامسة اذا استغرق شغل ٢٠ مترا من اي عمل كان اربعة ايام

فاعداد الايام التي تلزم لشغل ٤٥ مترا من العمل المذكور

فنقول حيث ان العشر من مترا استغرقت اربعة ايام فكل مترا منها يخصه جزء

يوم

من ٢٠ جزءا من اربعة ايام او $\frac{٢٠}{٤}$

فان الخمسة والاربعون مترا يلزم لها من الايام ٤٥ في $\frac{٤}{٢٠}$ او $\frac{٤٥ \times ٤}{٢٠}$

او ٩ ايام

المسئلة السادسة اذا كان ثلاثة من العملة قد عملوا في ظرف ١٥ ساعة

فاعداد الساعات التي يستغرقها خمسة من العملة في التوفية بالعمل

المذكور

المذكور

فنقول حيث ان الثلاثة استغرقوا في العمل المفروض ١٥ ساعة فالعامل الواحد يستغرق ثلاثة اضعاف الزمن المذكور في التوفية بهذا العمل اعني ٣ في ١٥ ساعة

وحيث ان العامل الواحد يستغرق ٣ x ١٥ ساعة لاجل العمل المذكور فالتسعة يستغرقون في العمل بعينه زمنا اقل بخمس مرات عما استغرقه

العامل الواحد اعني $\frac{3 \times 15}{9}$ ^س ولاجل مزيد الايضاح نوضح صورة العملية هكذا

حيث ان ثلاثة عمال استغرقوا في العمل ١٥ ساعة فالعامل الواحد يستغرق

هذا العمل بعينه في ١٥ x ٣ ^س فاذن التسعة يعملون العمل المذكور

في $\frac{3 \times 15}{9}$ ^س او في ٩ ساعات

المسئلة السابعة اذا كان هناك اعلان كل منهما فيه صعوبة غير التي في الآخر بان كانت فيهما كنسبة ٥ الى ٧ واشتغل العامل الواحد ٢١ مترا من العمل الاول فاعدد الامتار التي يشتغلها العامل المذكور من العمل الثاني

فاذا فرضنا ان صعوبة العمل الاول عوضا عن ان تكون ٥ كانت ١ يعني انهما اصغر عما كانت عليه بخمس مرات فالعامل الواحد يشتغل خمسة اضعاف

العمل يعني انه يشتغل ٥ في ٢١ مترا او 21×5 ^م لكن حيث ان صعوبة الثاني هي موزا اليها بعدد ٧ يعني انهما اكبر بسبع مرات مما هي اليها بعدد ١ فالعامل الواحد يشتغل حينئذ اقل بسبع مرات

بما لو كانت الصعوبة ١ فاذن يكون شغله من العمل الثاني $\frac{21 \times 5}{7}$ ^م

وهذا يؤيد الى ١٥ مترافاقتبان من $\frac{1}{2}$ تكون نسبة الصعوبة في العملين
كنسبة ٥ الى ٧ أن العامل الذي اشتغل من العمل الاول ٢١ مترا
يشتغل من الثاني ١٥ مترا

١٣١ المسئلة الثامنة ما عدد الامتار التي يلزم أخذها من قماش عرضه $\frac{5}{8}$
لاجل بطانة لثلاثين مترا من جوخ عرضه $\frac{7}{8}$
فنقول اذا كان عرض القماش $\frac{7}{8}$ لزم أن يؤخذ منه ٣٠ مترا
واذا لم يكن عرضه الا $\frac{1}{8}$ لزم أن يؤخذ منه أكثر مما هو عليه بست مرات اعني
 6×30

وحيث ان عرض القماش في مسئلتنا هذا ليس الا $\frac{5}{8}$ لا يؤخذ منه حيث ينبغي
الا $\frac{6 \times 30}{5}$ اعني ٣٦ مترا

١٣٢ المسئلة التاسعة اذا كان عاملان يشتغلان في اليوم الواحد مدة
ثلاث ساعات واشتغلا في ظرف خمسة أيام ٩٠ مترافا عدد الامتار التي
يشتغلانها ثلاثة عمال في يومين اذا كانوا لا يشتغلون في العمل الا ٧ ساعات
من اليوم فنقول يتوصل الى عدد الامتار المطلوب بنظر البراهين التي أسلفناها
في غمرة ١٣٠ الا انه يراعى هنا عدد العملة والساعات والايام على التوالي
وبيانه اولاه أن يقال حيث ان عمل اثنين من العملة معلوم فلاجل أن يستخرج
منه عمل الثلاثة الجارى في تلك الاسوال يقال حيث ان الاثنين اشتغلا ٩٠

مترا فشتغل الواحد منهم نصف ٩٠ او ٤٥

فاذن يكون شغل الثلاثة ٤٥ مكررة ثلاث مرات او ١٣٥ م فاعمله
الثلاثة الذين يشتغلون خمسة ايام في كل يوم منها ثلاث ساعات يكون مجموع
شغلهم ١٣٥ م

وثانياً * إذا أردنا أن نستخرج بتقدير البرهنة السابقة من شغل ١٢٥ الواقع في ٣ ساعات من كل يوم مقدار ما يشتغل في ٧ ساعات من كل يوم مع بقاء ما عد ذلك على حاله (من عدد الأيام والعملة) فيقال

حيث ان الشغل الواقع في ٣ سع هو ١٢٥ $م$ فالشغل الواقع في ١ $سع$ يكون ثلث ١٢٥ أي ٤٥ $م$

فالشغل الواقع في ٧ $سع$ يصير ٧ في ٤٥ $م$ او ٣١٥ $م$
فاذن العملة الثلاثة الذين يشتغلون خمسة أيام في كل يوم سبع ساعات يكون مجموع شغلهم ٣١٥ $م$

وثالثاً وهو آخرها إذا أردنا أن نستخرج من شغل ٣١٥ الواقع في ٥ أيام ما يشتغل في يومين مع بقاء ما عد ذلك على حاله (من عدد الساعات والعملة) فيقال

حيث ان الشغل الواقع في ٥ أيام هو ٣١٥ $م$ فالشغل الواقع في يوم واحد يكون خمس ٣١٥ أي ٦٣ $م$ والشغل الواقع في يومين يكون ١٢٦ $م$ او ٦٣ في ٢ فاذن الثلاثة العملة الذين يشتغلون يومين في كل يوم سبع ساعات يكون مجموع شغلهم ١٢٦ $م$

تنبيه * تقتصر صور العمليات ببيان الضرب والقسمة اذ بذلك يحذف بعضها ونقل اجزاؤها

وعليه فيقال في هذه المسئلة

إذا كان العاملان الاذان يشتغلان في اليوم الواحد ثلاث ساعات قد اشتغلا

في ظرف ٥ أيام ٩٠ مترا وكان العامل الذي يشتغل في اليوم الواحد ثلاث ساعات قد اشتغل في ظرف ٥ أيام نصف ٩٠ أو $\frac{90}{2}$

وكان العملة الثلاثة الذين يشتغلون في اليوم الواحد ثلاث ساعات قد اشتغلوا

في ظرف ٥ أيام ٣ في $\frac{90}{3}$ أو $\frac{3 \times 90}{3}$ وكان العملة الثلاثة الذين يشتغلون في اليوم الواحد ساعة واحدة قد اشتغلوا في ظرف ٥ أيام ثلث

$\frac{3 \times 90}{3}$ أو $\frac{3 \times 90}{3 \times 3}$ وكان العملة الثلاثة الذين يشتغلون في اليوم

الواحد سبع ساعات قد اشتغلوا في ظرف ٥ أيام ٧ في $\frac{3 \times 90}{3 \times 7}$

أو $\frac{7 \times 3 \times 90}{3 \times 7}$ وكان العملة الثلاثة الذين يشتغلون في اليوم

الواحد سبع ساعات قد اشتغلوا في اليوم الواحد خمس $\frac{7 \times 3 \times 90}{3 \times 7 \times 5}$

أو $\frac{7 \times 3 \times 90}{5 \times 3 \times 7}$ فالعملة الثلاثة الذين يشتغلون في اليوم الواحد سبع

ساعات يكون شغلهم في ظرف يومين هو ضعف $\frac{7 \times 3 \times 90}{5 \times 3 \times 7}$ أو $\frac{2 \times 7 \times 3 \times 90}{5 \times 3 \times 7}$

وبحذف عاملي ٢ و ٣ المشتركين بين حدى هذا الكسر الاخير بقول عدد الامتار المطلوب الى

$\frac{7 \times 90}{5}$ أو الى ١٢٦

وتجربى هذه الكيفية في سائر المسائل الا في حلها ويهكون اجراء الضرب والقسمة فيها على التوالي غير انه ينبغي للطالب ان يبين أولا جميع العمليات ليقف على ما يظهر له فيها من الاختصارات

المسئلة العاشرة اذا كان عاملان يشتغلان في اليوم الواحد ٣ ساعات
واشتغلا في ظرف ٥ ايام ٩٠ مترا فاعدد الايام التي يستغرقها شغل
ثلاثة عملة يشتغلون ٧ ساعات في كل يوم حتى يكون مجموع عملهم من
الشغل المذكور ١٢٦ مترا فنقول قد عرفنا مما مر في المسئلة السابقة أن
العملة الثلاثة الذين يشتغلون خمسة ايام في كل يوم ٧ ساعات يكون

مجموع شغلهم $\frac{7 \times 3 \times 90}{3 \times 3}$ مترا ٣١٥ مترا

فاذا أردنا أن نستخرج من ذلك عددا لا يام التي يستغرقها شغل ثلاثة عملة
لا يشتغلون في اليوم الواحد الا ٧ ساعات حتى يكون مجموع شغلهم
١٢٦ مترا فنلاحظ انه حيث كن عدد العملة وساعات الشغل واحدا في
المسئلتين فكنتي في ذلك بحل مسئلة وهي

اذا كان هناك عملة اشتغلوا ٣١٥ مترا في ظرف ٥ ايام فاعدد الايام
التي يستغرقها العملة المذكورون في عمل ١٢٦ مترا

فنقول في الجواب حيث ان ٣١٥ مترا استغرقت ٥ ايام فالمترا الواحد

يستغرق $\frac{5}{315}$ او $\frac{1}{63}$ فاذن ١٢٦ تستغرق ١٢٦ في $\frac{1}{63}$ او
تستغرق يومين

وعليه فالعملة الثلاثة الذين يشتغلون في اليوم الواحد ٧ ساعات
يستغرقون يومين في عمل ١٢٦ مترا

واذا بينت ما في هذه العملية من الضرب والقسمة رأيت أن عدد الايام المطلوب
هو

$$\frac{126 \times 3 \times 3 \times 5}{7 \times 3 \times 90} \text{ او } \frac{126 \times 3 \times 5}{7 \times 90} \text{ اي } 2$$

(١٢٣) يتوصل بالجدول الآتية في آخر الحساب الى حل المسائل الثلاث
الآتية

المسئلة الحادية عشر اذا اشتغل ثلاثة عملة ٢ توازين و ٥ اقدام

من أى عمل ممكن كان فاعدا الامتار التي يشتغلها خمسة عملة من العمل
المذكور

فتقول حيث ان $\frac{5}{2}$ تعادل ٥٢٢٢٧ م قال

حيث ان العملة الثلاثة اشتغلوا من العمل المذكور ٥٢٢٢٧ م فالعامل
الواحد يشتغل ثلث ٥٢٢٢٧ م او ٨٤٠٧٥ م وهكذا من
الاعداد الاعشارية

وعليه فالعملة الخمسة يشتغلون ٥ في ٨٤٠٧٥ م وهكذا من الاعداد
الاعشارية او ٢٠٣٧٥ م وهكذا من الاعداد الاعشارية

المسئلة الثانية عشر اذا اشتغل خمسة عملة ٢٠٣٧٥ م من أى عمل
كان فاعدا التوارات التي يشتغلها ثلاثة عملة من العمل المذكور

فتقول حيث ان العملة الخمسة اشتغلوا من ذلك العمل ٢٠٣٧٥ م فالعامل
الواحد يشتغل خمس ٢٠٣٧٥ م او ٨٤٠٧٤ م

وعليه فالعملة الثلاثة يشتغلون ٣ في ٨٤٠٧٤ م او ٥٢٢٢٢ م
وحيث ان ٥٢٢٢٢ م تعادل ٨٣٣٣ م وهكذا من الاعداد
الاعشارية فيضرب ٨٣٣٣ م وهكذا من الاعداد الاعشارية في ٦

تري أن ٨٣٣٣ م وهكذا من الاعداد الاعشارية تعادل ٩٩٩ م
وهكذا من الاعداد الاعشارية او ٥ اقدام تقريبا فيكون الشغل المطلوب

$\frac{5}{2}$
هو $\frac{5}{2}$

المسئلة الثالثة عشر اذا كانت مائة قرش اسبانيولية تعادل ٥٤٣ فرنكا
و ١٠٠ دوقه هولندية تعادل ١١٩٣ فرنكا فعلى هذا ما الذى تعادله
٣٥٧٩ قرشا من الدوقات

فرنك فرنك

فتقول ان القرش الواحد يعادل $\frac{٥٤٣}{١٠٠}$ و ١ يعادل $\frac{١٠٠}{١١٩٣}$ دوقه
فاذن القرش يعادل $\frac{٥٤٣}{١٠٠}$ من $\frac{١٠٠}{١١٩٣}$ دوقه او $\frac{٥٤٣}{١١٩٣}$ دوقه فعلى
ذلك ٣٥٧٩ قرشا تعادل ٣٥٧٩ في $\frac{٥٤٣}{١١٩٣}$ دوقه او ١٦٢٩
دوقه

تنبه * وكذلك تجرى العملية لتعرف ما تعادله وحدة نقود احدى هاتين
المملكتين من نقود الممالك الاخرى وذلك انك لما عرفت أن القرش الواحد
 $= \frac{٥٤٣}{١٠٠}$ فرنك $= \frac{٥٤٣}{١١٩٣}$ دوقه يستتبع من ذلك أن الفرنك الواحد

فرنك

$= \frac{١٠٠}{٥٤٣}$ قرش $= \frac{١٠٠}{١١٩٣}$ دوقه وأن الدوقه الواحدة $= \frac{١١٩٣}{١٠٠}$
 $= \frac{١١٩٣}{٥٤٣}$ قرشا

(قاعدة الشركة)

(١٣٤) انما سميت هذه القاعدة بذلك لاستعمالها في تقسيم ما ينتج عن الشركة
من الربح والخسارة بين الشركاء ثم ان ربح كل شريك أو خسارته انما يتعلق
برأس ماله وبالمدة التى يستغرقها رأس المال المذكور في الشركة

فرنك

المسئلة الرابعة عشر اذا كانت رؤس أموال ثلاثة شركاء هى ٣٠٠

فرنك

فرنك

فرنك

و ٥٠٠ و ٧٠٠ وكان الربح الكلى ٤٥٠٠ فما يخص كل شريك
من ذلك الربح

فرنك

فتقول حيث ان مجموع رؤوس الاموال الثلاثة هو ١٥٠٠ فيقال حيث

فرنك

فرنك

فرنك

ان ربح ١٥٠٠ هو ٤٥٠٠ فربح الفرنك الواحد هو $\frac{٤٥٠٠}{١٥٠٠}$

فرنك

اي ٣

فرنك

فرنك

فتكون حينئذ الارباح الخاصة برؤوس الاموال هي ٣٠٠ و ٥٠٠

فرنك

فرنك

فرنك

فرنك

و ٧٠٠ هي ٣ × ٣٠٠ و ٣ × ٥٠٠ و ٣ × ٧٠٠

فرنك

فرنك

فرنك

أو ٩٠٠ و ١٥٠٠ و ٢١٠٠

فرنك

المسئلة الخامسة عشر اذا كانت رؤوس أموال ثلاثة شركاء هي ٣٤٥٠٦٧

فرنك

فرنك

فرنك

و ٤٦٨٠٨٤ و ٥٠٢٧٠٩٥ وكان الربح الكلي ٤٢٧٠٣٩٦٨

فليخص كل شريك من هذا الربح

فرنك

فتقول حيث ان مجموع رؤوس الاموال الثلاثة هو ٥٣٤٢٠٤٦ فيقال

فرنك

فرنك

حيث ان ربح ٥٣٤٢٠٤٦ هو ٤٢٧٠٣٩٦٨ فربح الفرنك الواحد

فرنك

فرنك

هو $\frac{٤٢٧٠٣٩٦٨}{٥٣٤٢٠٤٦}$ أو ٠٠٨ فاذا ضربت ربح الفرنك الواحد وهو

فرنك

٠٠٨ في اعداد ٣٤٥٠٦٧ و ٤٦٨٠٨٤ و ٥٠٢٧٠٩٥

الدالة على الفرنكات التي هي كميات رؤوس الاموال فخواصل الضرب وهي

فرنك ٢٧ و ٦٥٣٦ و ٣٧ و ٥٠٧٢ و ٣٦٢ و ٢٢٦٠ فرنك هي الارباح التي توزع على رؤوس الاموال

فرنك
المسئلة السادسة عشر اذا كانت رؤوس أموال ثلاثة شركاه هي ١٠٠

فرنك ٢٥٠ و ٥٠ ومكث رأس المال الاقل في الشركة ثلاثة أشهر والثاني

فرنك
شهرين والثالث أربعة عشر شهرا وكان مجموع الربح ٤٥٠٠ فما يكون ربح كل شريك بالنسبة لرأس ماله

فيقال ربح كل شريك يتعلق برأس ماله وبالمدة التي مكثها في الشركة فان كانت رؤوس الاموال مكثت في الشركة مدة واحدة سهل استخراج الارباح ومعرفتها

فعلى ذلك نبحث عن رؤوس الاموال التي اذا مكثت في الشركة مدة واحدة

فرنك
تكون أرباحها عين ارباح رؤوس الاموال المقروضة وحيث ان ١٠٠ اذا

فرنك
مكثت مدة ٣ أشهر يكون ربحها في الشهر الواحد ثلاثة أضعاف ربح ١٠٠

فرنك ٣٠٠ فيكون ربح ٢٥٠ اذا مكثت شهرين في الشهر الواحد

فرنك ٢٥٠ أي ربح ٥٠٠ وكذلك ٥٠ اذا مكثت أربعة عشر شهرا

فرنك
يكون ربحها كربعها في الشهر الواحد ١٤ مرة أي كربع ١٤ في ٥٠ و ٧٠ فرنك فأرباحها حينئذ هي عين الارباح المذكورة في المسئلة الرابعة عشر

• (بيان المسائل المتعلقة بالفوائد البسيطة والمركبة) •

(١٢٥) القائدة هي ما يرجعه رب المال من مال القراض وهي (عند القرض) عبارة عن أجرة يطلبها رب المال من عامل القراض ليعوض بها ما كان يرجعه لو شغل ماله بنفسه ومال القراض يسمى رأس مال

ولاجل اجتناب الاختلاف في طريقة بيان ربح الاموال جرت العادة (عندهم أيضا) بالاتفاق على ما ترجحه المائة فرنك في ظرف سنة كاملة فهذا الربح هو ما يقين به سعر القائدة أو سعر المال

مثلا إذا كانت ١٠٠ فرنك ترجح في السنة الواحدة • فرنكات كان سعر المال هو • في المائة في السنة وان شئت قلت وهو الاخصر المال • في المائة

ثم انهم اصطلموا على اطلاق كلمة الايراد على العدد الذي يقسم عليه رأس المال لاجل تحصيل ربحه السنوي • مثلا إذا كان سعر المال • في المائة وكان الربح جزأ من عشرين من رأس المال يقال ان المال ايراده جزئ من عشرين منه

وبالجملة فيحصل الايراد بقسمة ١٠٠ على سعر المال ويحصل سعر المال بقسمة ١٠٠ على الايراد

ثم الربح نوعان بسيط ومركب فيكون بسيطا إذا استوفى رأس المال بجميع الاجل بدون زيادة ولا نقص وفي هذه الصورة يحصل ربح رأس المال الذي يمكث عدة سنوات بضرب ربحه الحاصل في سنة واحدة في عدد السنين

فعلى هذا اذا كان سعر المال في السنة الواحدة • في المائة فالربح فرنك

البسيط لمائة فرنك يبلغ في ثلاث سنوات ثلاثة أضعاف • فرنكات أي ١٥ فرنك

وربحها في الشهر الواحد $\frac{٥}{١٢}$ (والشهر في محبت الارباح يعتبر دائما ثلاثين يوما)

وإذا كان سعر المال في السنة الواحدة ٥ في المائة أيضا كان ربح الفرنك

فرنك فرنك

الواحد بجم أو بجم قاذن الربح السنوي لاي رأس مال كان هو جزء

من عشرين جزأ من رأس المال المذكور

وعليه فالربح السنوي لأربعة مائة ألف وثمانين ألف فرنك هو $\frac{480000}{20}$ فرنك

فرنك

أو ٢٤٠٠٠

وأما إذا أخذت الربح إلى رأس المال ليحصل عن ذلك ربح آخر قبل هذا

الربح الحاصل ربح مركب وإن شئت راعيت كونه ربح الربح (أي قسميه

بذلك)

(مسائل تتعلق بالأرباح البسيطة)

١٣٦ افترض أن المعتبر في المسائل الآتية ائتماء والأرباح البسيطة وأن

سعر المال في السنة الواحدة ٥ في المائة فيكون ربح أي مبلغ كان في السنة

الواحدة جزأ من عشرين جزأ من هذا المبلغ والربح الحاصل في عدد من السنين

جميعا كان أو كسر ياء يعرف بضرب ربح سنة واحدة في هذا العدد

المسئلة السابعة عشر المطلوب معرفة ربح رأس مال ٤٨٠٠٠٠ فرنك

في مدة ثلاث سنوات

فرنك

الحل الاول * حيث ان ربح ٤٨٠٠٠٠ في السنة الواحدة هو جزء من

فرنك

فرنك

عشرين جزأ من هذا المبلغ الذي ٤٨٠٠٠٠ أي ٢٤٠٠٠ فهذا

فرنك

فرنك

المبلغ يربح في ظرف ثلاث سنوات ثلاثة أمثال ٢٤٠٠٠ أو ٧٢٠٠٠

فرنك

فرنك

فرنك

فعلى هذا ٤٨٠٠٠٠ تعادل في ثلاث سنوات ٤٨٠٠٠٠ + ٧٢٠٠٠

فرنك
او ٥٥٢٠٠٠

الحل الثاني • حيث ان ربح ١٠٠ في السنة الواحدة هو •
فرنك

فرنك
ربح ١ في السنة الواحدة هو $\frac{١}{١٠٠}$ او
فرنك $\frac{١}{١٠٠}$

فرنك
ربح ١ في ثلاث سنوات هو $\frac{١}{٣}$ او
فرنك $\frac{١}{٣}$

فرنك
و ١ في ثلاث سنوات يساوي ١ زائد اربعة وهو $\frac{٤}{٣}$ او
فرنك $\frac{٤}{٣}$

فرنك
فاذن ٤٨٠٠٠٠ تعادل في ثلاث سنوات $\frac{٤}{٣} \times ٤٨٠٠٠٠$ فرنك

فرنك
او ٥٥٢٠٠٠

فرنك
المسئلة الثامنة عشر • المطلوب معرفة ربح ٤٨٠٠٠٠ في مدة ثلاث
سنوات واربعة اشهر او في مدة اربعين شهرا

فرنك
الحل الاول ٤٨٠٠٠٠ تربح في ١٢ شهرا جزأ من عشر بن من ٤٨٠٠٠٠ فرنك

فرنك
او ٢٤٠٠٠

فرنك
وفي شهر واحد تربح جزأ من ١٢ من ٢٤٠٠٠ او ٢٠٠٠ فرنك

فرنك فرنك
وفي ٤٠ شهرا تبيع ٤٠ في ٢٠٠٠ او ٨٠٠٠٠ فرنك

فرنك فرنك
وعليه فربح ٤٨٠٠٠٠ في سنة ٤٠ شهرا هو ٤٨٠٠٠٠ فرنك

فرنك فرنك
+ ٨٠٠٠٠ او ٥٦٠٠٠٠ فرنك

فرنك فرنك
الحل الثاني * حيث ان ربح ١ في ١٢ شهرا هو ١٢ فرنك

فرنك فرنك
فربح ١ في شهر واحد هو ١٢ فرنك

فرنك فرنك
وربح ١ في ٤٠ شهرا هو $\frac{40 \times 1}{12 \times 12}$ او $\frac{1}{36}$ فرنك

فرنك فرنك فرنك
و ١ نقدا يساوي في ٤٠ شهرا ١ + $\frac{1}{36}$ او $\frac{37}{36}$ فرنك

فرنك فرنك فرنك
فأذن ٤٨٠٠٠٠ تعادل في ٤٠ شهرا $\frac{37}{36} \times ٤٨٠٠٠٠$ فرنك

فرنك
او ٥٦٠٠٠٠

١٣٧ المسئلة التاسعة عشر * المطلوب معرفة مقدار النقود التي يعادلها مبلغ يدفع بعد اجل معلوم

فيقال حيث ان المبلغ الذي يدفع بعد اجل معلوم عبارة عن حاصل ضرب مقدار القرنة الواحد بهـ هذا الاجل في عدد فرنكات رأس المال فان قسم المبلغ المدفوع في آخر الاجل على قيمة فرنك واحد بهـ هذا الاجل المذكور فخرج القسمة هو عدد فرنكات رأس المال الاصل

مثلا * المطلوب معرفة مقدار النقود التي يعادلها ٥٦٠٠٠٠ فرنك اجلها

٤٠ شهرا

فرنك

فنقول قد بقي ان الفرنك النقدي يعادل بعد ٤٠ شهرا $\frac{1}{4}$ فاذن يقسم

فرنك

فرنك

٥٦٠٠٠٠ على $\frac{1}{4}$ وحيث ان خارج القسمة هو ٤٨٠٠٠٠ تجد

فرنك

فرنك

كيفية ٥٦٠٠٠٠ التي تدفع بعد اربعين شهرا تعادل ٤٨٠٠٠٠

تقدا

١٣٨ المسئلة العشرون * المطلوب معرفة عدد السنوات التي يعادل فيها

فرنك

رأس مال ٤٨٠٠٠٠ يعادل ٥٦٠٠٠٠ فرنك

فنقول حيث ان الفرق بين هذين العددين هو ٨٠٠٠٠ فرنك فالواجب

فرنك

حيث ان البحث عن مقدار الزمن الذي يلزم فيه تشغيل مبلغ ٤٨٠٠٠٠ حتى يربح

فرنك

فرنك

فرنك

ربحاً بسيطاً يبلغ ٨٠٠٠٠ وحيث ان ربح $\frac{1}{4}$ في سنة واحدة يعادل $\frac{1}{4}$

فرنك

فرنك

فرنك

فربح ٤٨٠٠٠٠ في السنة الواحدة هو $\frac{1}{4} \times ٤٨٠٠٠٠$ او ٢٤٠٠٠٠

فرنك

فرنك

فاذن يقال حيث ان رأس المال هو ٤٨٠٠٠٠ فبلغ ٢٤٠٠٠٠ هو ربح

رأس المال المذكور في سنة واحدة

فرنك

سنة

فقد اراد ربح $\frac{1}{4}$

فرنك

سنة

سنوات

ويبلغ ٨٠٠٠٠ هو ربح $\frac{1}{4}$ \times ٨٠٠٠٠ او هو ربح $\frac{1}{4}$

أو ٣ سنوات و ٤ أشهر

فرنك

المسئلة الحادية والعشرون * اذا كان معنارأس مال قدره ٤٨٠٠٠٠

وأضفنا اليه ارباحه البسيطة مدة ٤٠ شهرا حتى يبلغ ٥٦٠٠٠٠ فرنك

بعد المدة المذكورة فما مقدار سعر المال الذي وقع عليه الاتفاق حين تشييل

رأس المال المذكور

فرنك

فرنك

فتقول حيث ان ربح ٤٨٠٠٠٠ في طرف ٤٠ شهرا هو ٥٦٠٠٠٠

فرنك

فرنك

فرنك

— ٤٨٠٠٠٠ او ٨٠٠٠٠٠ فرج ١ في ٤٠ شهرا هو

فرنك

فرنك

فرنك

فرنك

فرنك

$\frac{٨٠٠٠٠}{٤٨٠٠٠٠}$ او $\frac{١}{٦}$ ورجح ١ في شهر واحد هو $\frac{١}{٤٠}$ او $\frac{١}{٢٤٠}$ ورجح

فرنك

١ في ١٢ شهرا هو ١٢ في $\frac{١}{٢٤٠}$ او $\frac{١}{٢٠}$ والربح السنوي لمائة

فرنك

فرنك هو $\frac{١}{٢٠} \times ١٠٠$ او ٥ فرنكات وعليه فسعر المال في السنة

الواحدة هو ٥ في المائة

(قاعدة الخطيطة أي القسط) *

الخطيطة هي ما يحط من قيمة ما في الوثيقة المؤجل الى أجل معلوم في صورة

ما اذا أريد قبضه قبل حلول اجله

والخطيطة نوعان

أحدهما الخطيطة الداخلية وهي ما كانت مساوية للفاضل الموجود بين

القدر المعين في الوثيقة وقيمه في صورة ما اذا قوم بدراهم نقد ايان تحط الارباح

البسيطة نقط فهي على هذا عين الربح البسيط لرأس المال او القيمة الحالية

لما في الوثيقة

ثانيها الخريطة الخارجية وهي ما خلقت الربح العادية من حيث كونها تدفع على ما في الوثيقة بقدر معلوم في المائة أعمى على رأس المال مضافا إليه أرباحه فهي على هذا مركبة من ربح رأس المال الأصلي زائد ربح ربحه

مثلا إذا كان المال خمسة في المائة في السنة الواحدة فالمائة فرنك نقد انساوي

فرنك
فرنك
في السنة الواحدة ١٠٠ فعلى ذلك إذا كان ما في الوثيقة ١٠٠

فرنك
اجزاء السنة فلا تعادل الا ١٠٠ نقدا في صورة ما إذا أريد قبضه قبل

فرنك فرنك
حلول الاجل يحط منه ١٠٠ - ١٠٠ أي خمسة فرنكات فقد رأيت

فرنك فرنك فرنك
أن الخريطة الداخلية في ١٠٠ هي ١٠٠ - ١٠٠ أي خمسة فرنكات

فرنك
واما الخريطة الخارجية في المبلغ المذكور أعني ١٠٠ والقرض أن المال

فرنك فرنك فرنك
خمس في المائة فيقال حيث أن خريطة ١٠٠ هي ٥ خريطة ١ هي

فرنك فرنك
أو $\frac{1}{100}$ أو $\frac{1}{100}$

فرنك فرنك فرنك فرنك
فأذن خريطة ١٠٠ هي $\frac{100}{100}$ أو $\frac{1}{100}$ أو ٢٥ و٥

فرنك
وعليه فالوثيقة التي يبلغ ما فيها بعد سنة ١٠٠ الدال ذلك على أن رأس

فرنك
مالها ١٠٠ يحط منها إذا أريد القبض قبل حلول الاجل المذكور

فرنك فرنك فرنك
 ٥٢٥ فلا يؤخذ حصة نقد الا ١٠٥ — ٥٢٥ اى ٩٩٧٥ فرنك

فرنك فرنك
 فقد رأيت ان المصلحة الخارجية وهى ٥٢٥ تتركب من ٥ وهى

فرنك فرنك
 ربح رأس المال الذى هو ١٠٠ زائدة ٥٢٥ الذى هو ربح ٥
 فرنكات

فرنك
 فاذا وضعت ٩٩٧٥ لاجل الاسترباح والقرض ان المال ٥ فى المائة

فرنك فرنك
 فانها لاتعادل فى السنة الواحدة الا ٩٩٧٥ + $\frac{٩٩٧٥}{٢٠}$ اى

فرنك
 ١٠٤٧٢٧٥

فرنك
 فاذا أريد معرفة سعر المال الذى يفرض مبلغ ٩٩٧٥ فى صورة ما اذا وضع

فرنك فرنك
 هذا المبلغ ليصير مع ربحه فى السنة الواحدة ١٠٥ يقال حيث ان ربح ٩٩٧٥

فرنك فرنك فرنك فرنك
 يلزم أن يكون ٩٩٧٥ — ١٠٥ اى ٥٢٥ فرج ١ يلزم

فرنك فرنك فرنك
 أن يكون $\frac{٥٢٥}{٩٩٧٥}$ او $\frac{٥٢٥}{٩٩٧٥}$ او $\frac{١}{١٩}$

فرنك فرنك فرنك فرنك
 ربح ١٠٠ يلزم أن يكون $\frac{١}{١٩}$ او ٥ + $\frac{٥}{١٩}$ فحينئذ المصلحة

فرنك
 الخارجية ذات الخمسة فى المائة واقفة لربح عادى قدره $\frac{٥}{١٩}$ ٥

في المائة

ثم ان أغاب الملل الاجنبية انما ياخذ الحطبة الداخلية بخلاف الفرنساوية
فقد جرت العادة عندهم ياخذ الحطبة الخارجية فن ثم اقتصرنا عليها من
الآن فصاعدا وعليه فالحطبة المقدرة باي مبلغ في المائة انما تؤخذ انما على
المبلغ المرقوم في الوثيقة

المسئلة الثانية والعشرون * عامة دار الحطبة الخارجية التي يلزم حطها على
حساب سنة في المائة في السنة الواحدة اذا أردنا ان يقبض قبل حلول الاجل

فرنك

مبلغ في الوثيقة قدره ٢٨٥٠ و ٤٥ مؤجل بثلاث سنوات واربعة اشهر
اي باربعين شهرا

فرنك

فرنك

فرنك

فيقال حيث ان حطبة ١٠٠ في السنة الواحدة هي ٦ حطبة ١ في السنة

فرنك

فرنك

الواحدة تكون $\frac{٦}{١٠٠}$ وحطبة ٢٨٥٠ و ٤٥ في السنة الواحدة

فرنك

تكون $\frac{٦}{١٠٠} \times ٢٨٥٠ و ٤٥$

فرنك

فرنك

وحطبة ٢٨٥٠ و ٤٥ في الشهر الواحد تكون $\frac{٦ \times ٢٨٥٠ و ٤٥}{١٢ \times ١٠٠}$

فرنك

فرنك

فتكون حطبة ٢٨٥٠ و ٤٥ في ٤٠ شهرا هي $\frac{٤٠ \times ٦ \times ٢٨٥٠ و ٤٥}{١٢ \times ١٠٠}$

فرنك

او ٥٧٠ و ٠٩

فرنك

فرنك

وعليه فالذي يقبض تقدا هو ٢٨٥٠ و ٤٥ — ٥٧٠ و ٠٩

فرنك

او ٢٢٨٠ و ٢٦

فرنك

المسئلة الثالثة والعشرون • اذا كان مافي الوثيقة ٢٨٥٠ ر ٤٥ وكان

فرنك

موجبلا باربعين شهرا وخط منه حتى صار المقبوض نقدا ٢٢٨٠ ر ٣٦ فما
سعر الخطيطة

فرنك

فيقال حيث ان التفاضل بين هذين المبلغين هو ٥٧٠ ر ٠٩ خطيطة

فرنك

فرنك

٢٨٥٠ ر ٤٥ هي ٥٧٠ ر ٠٩

فرنك

فرنك

فرنك

فاذن تكون خطيطة ١ هي $\frac{٥٧٠ ر ٠٩}{٢٨٥٠ ر ٤٥}$ اي $\frac{١}{٥}$

فرنك

فرنك

فتكون خطيطة ١٠٠ هي $\frac{١٠٠}{١}$ اي ٤٠ فرنكا

فرنك

فعلى هذا تكون خطيطة ١٠٠ في ٤٠ شهرا هي ٢٠ فرنكا

فرنك

فرنك

فرنك

وفي شهر واحد $\frac{٢}{١}$ اي $\frac{١}{١٢}$ وفي ١٢ شهرا $\frac{١٢}{١}$ اي ٦ فرنكات
وبمقتضى ذلك يكون مافي الوثيقة قد حط منه على حساب ستة في المائة في
السنة الواحدة

فرنك

المسئلة الرابعة والعشرون • اذا كان مافي الوثيقة ٢٨٥٠ ر ٤٥
وكان قد حط منه على حساب ستة في المائة في السنة الواحدة وصار المقبوض

فرنك

منه نقدا ٢٢٨٠ ر ٣٦ فحاشا دار الابل الذي أجل به مافي الوثيقة

فرنك فرنك
فيقال ان خطبة مالى الوثيقة هي ٢٨٥٠ ر ٤٥ — ٢٢٨٠ ر ٣٦ فرنك

فرنك
اي ٥٧٠ ر ٠٩

وعليه فتقول حيث ان خطبة القرنك الواحد في السنة الواحدة $\frac{1}{100}$

فرنك فرنك
خطبة مبلغ ٢٨٥٠ ر ٤٥ في السنة الواحدة تكون $\frac{1}{100}$

فرنك
X ٢٨٥٠ ر ٤٥ اي ١٧١ ر ٠٢٧

فرنك فرنك
وحيث ان خطبة ١٧١ ر ٠٢٧ توافق ١٢ شهرا خطبة ١ توافق

١٢ شهرا

١٧١ ر ٠٢٧

فرنك
وسطية ٥٧٠ ر ٠٩ توافق $\frac{12}{171 \text{ ر } 0.27}$ شهر ١٢ X ٥٧٠ ر ٠٩

اي ٤٠ شهرا

فاذن اجل مالى الوثيقة المقبوض قبل الحول هو اربعون شهرا
ولا يخفى أن قاعدة الخطبة الخارجية ترجع دائما الى مسألة الربح البسيط

• (مسائل تتعلق بالارباح المركبة) •

(١٤٠) لنفرض في المسائل الآتية أن سعر المال ٥ في المائة في السنة
الواحدة وأنه في آخر كل سنة يضم ربح المبلغ الموضوع للاسترباح في اول
تلك السنة الى رأس المال ليربح في السنة التي بعدها ان كان الاجل
الذي وضع فيه رأس المال للاسترباح مركبا من عدد صحيح من السنين ومن اشهر
لا يبلغ عددها ١٢ شهرا فارباح الارباح تؤخذ اولا سنة سنبة في طرف

السنوات المجهولة أجلها ثم يوضع رأس المال بالمسند الناتج عن ذلك ليربح
ربحاً بسيطاً في ظرف الأشهر المذكورة

فرنك

المسئلة الخامسة والعشرون • ما تعادله ٤٨٠٠٠٠ في ٣ سنوات

فرنك

الحل الاول أن يقال ربح ٤٨٠٠٠٠ في السنة الاولى هو جزء من عشرين

فرنك

فرنك

فرنك

من ٤٨٠٠٠٠ أي ٢٤٠٠٠ فاذن ٤٨٠٠٠٠ تعادل

فرنك

فرنك

فرنك

في آخر السنة الاولى ٤٨٠٠٠٠ + ٢٤٠٠٠ أي ٥٠٤٠٠٠

فرنك

فإذا وضع هذا المبلغ اعني ٥٠٤٠٠٠ في اول السنة الثانية لاجل

فرنك

الاسترباح كان في آخر تلك السنة معادلاً ٥٠٤٠٠٠ زائداً

فرنك

فرنك

ربحه وهو ٢٥٢٠٠ أي معادلاً ٥٢٩٢٠٠ فإذا وضع ايضاً هذا

المبلغ الاخير للاسترباح في اول السنة الثالثة كان في آخرها معادلاً

فرنك

فرنك

٥٢٩٢٠٠ زائداً ربحه وهو ٢٦٤٦٠ أي معادلاً ٥٥٥٦٦٠

فرنكا

فرنك

فاذن مبلغ ٤٨٠٠٠٠ يعادل في ثلاث سنوات ٥٥٥٦٦٠ فرنكا

الحل الثاني أن يقال حيث ان الربح السنوي جزء من عشرين من رأس المال

فالذي يربحه المبلغ الموضوع للاسترباح في اول سنة يحصل في آخر تلك السنة

بضم جزء من عشرين من ذلك المبلغ اليه بمعنى انه يضرب في ٢٠

فرتك

وعليه فبلغ ٤٨٠٠٠٠ الموضوع للاسترباح في ابتداء السنة الاولى

فرتك

يعادل في آخرها $\frac{21}{100} \times 480000$

فاذا وضع هذا المبلغ الاخير للاسترباح في اول السنة الثانية عادل في آخرها

فرتك

فرتك

$\frac{21}{100} \times \frac{21}{100} \times 480000$ اي $\left(\frac{21}{100}\right)^2$ (ورقم ٢

الموضوع على اعل القوس من الجهة اليمنى يدل على درجة قوة الكسر المحصور بين القوسين كما هو القاعدة في كل كسر اريد بيان درجة قوته)

فاذا وضع ايضا هذا المبلغ الاخير للاسترباح في اول السنة الثالثة عادل في آخرها

فرتك

فرتك

$\frac{21}{100} \times \frac{21}{100} \times \frac{21}{100} \times 480000$ اي $\left(\frac{21}{100}\right)^3$

فرتك

اي ٥٥٥٦٦٠

ومن هنا يعلم انه لا جمل يفضيل ما يعادله مبلغ موضوع للاسترباح على حساب ٥ في المائة في السنة الواحدة بعد مضي بعض سنين يعني ضرب هذا المبلغ في قوة $\frac{21}{100}$ المشار اليها بعدد السنين

(١٤١) وعلى العموم اذا كان المطلوب معرفة مقدار ما يرجعه رأس مال وضع ليربح و بجامر كافي آخر بعض السنوات يعني البحث عن الكسر الدال على ما يعادله الفرتك الواحد الخال في آخر السنة وضرب رأس المال في قوة ذلك الكسر (المعتبر كعدد منهم) المشار اليها بعدد السنين

(١٤٢) المسئلة السادسة والعشرون المطلوب معرفة مقدار ما يعادله

مبلغ ٤٨٠٠٠٠ فرتك في ٣ سنوات و ٤ اشهر

فرتك

الحل الاول أن يقال ان مبلغ ٤٨٠٠٠٠ كما سبق في المسئلة المتقدمة

فرنك

يعادل في آخر السنة الثالثة ٥٥٥٦٦٠ فيكني حينئذ أن يضم الى هذا المبلغ الاخير ربحه البسيط في مدة ٤ أشهر

فرنك

وحيث ان ربح ٥٥٥٦٦٠ في اثني عشر شهرا هو مجموع من عشرين من

فرنك

فرنك

فرنك

٥٥٥٦٦٠ اي ٢٧٧٨٣ فرج ٥٥٥٦٦٠ في اربعة أشهر هو

فرنك

فرنك

فرنك

ثلاث ٢٧٧٨٣ اي ٩٢٦١ فاذا أضفت هذا الربح الى ٥٥٥٦٦٠

فرنك

وجعلت ٤٨٠٠٠٠ تعادل في ظرف ثلاث سنوات واربعة اشهر

فرنك

٥٦٤٩٢١

فرنك

فرنك

فرنك

الحل الثاني أن يقال حيث ان ربح ١ في اثني عشر شهرا هو $\frac{1}{12}$ فرج ١

فرنك

فرنك

في اربعة أشهر هو ثلث $\frac{1}{3}$ اي $\frac{1}{3}$ فيحصل حينئذ ما يعادله للمبلغ

الموجل بأجل معلوم بعد مضي سني الاجل في ظرف اربعة اشهر باضافة

جزء من ستمين من هذا المبلغ اليه فيقول ذلك الى أن تضرب في $\frac{1}{6}$

فرنك

فرنك

فان رأس المال الذي هو ٤٨٠٠٠٠ المعادل ٤٨٠٠٠٠ $\times (\frac{1}{3})^3$

في ظرف ثلاث سنوات كما في نمرة ١٤٠ يعادل في ظرف ثلاث

فرنك

سنوات واربعة اشهر $\frac{1}{6}$ من ٤٨٠٠٠٠ $\times (\frac{1}{3})^3$ او يساوي

فرنك
 $\frac{574921}{480000} \times 480000$ او $\frac{21}{100} \times 480000$ فرنك
 او ٥٦٤٩٢١ فرنك

وبالجملة نقي أردت أن تعرف ما يعادله رأس مال موضوع لاسترباحه ربحا
 مركبا في ظرف بعض سنوات واشهر في آخر تلك المدة فابحث أولا عما
 يعادله رأس المال المذكور بعد بعض السنوات الموجل به ايكافي فترة ١٤١
 فرنك

ثم اضرب المبلغ الاخير في الكسر (المعتبر كعدد منهم) الدال على ما يعادله ١
 نقدا في آخر الاشهر المكتملة للاجل

المسئلة السابعة والعشرون * المطلوب معرفة ما يعادله مبلغ ٥٦٤٩٢١
 فرنكا الموجل بثلاث سنوات واربعة اشهر من الدراهم الحالية
 فيقال قد استتج من المسئلة السادسة والعشرين أن الفرنك الحالي يعادل

فرنك
 بعد ثلاث سنوات واربعة اشهر $\frac{574921}{480000}$ فاذا قسمت ٥٦٤٩٢١
 فرنك

على $\frac{574921}{480000}$ فخرج القسمة وهو ٤٨٠٠٠٠ هو عدد فرنكات
 رأس المال المطلوب كافي فترة ١٣٧

المسئلة الثامنة والعشرون * اذا كان المطلوب استبدال جوخ بمائتين المتر

فرنك
 منه ٤٠ بكارميز بمائتين المتر منه ٢٤ فاما قد ارمي يؤخذ من الكازمير
 عوضا عن ٣٠٠ متر من الجوخ

الحل الاول ان يقال حيث ان ثمن ٣٠٠ متر من الجوخ يعادل ٣٠٠

فرنك
 في ٤٠ اي ١٢٠٠٠ فتأخذ من الكازمير امتارا بقدر ما في الاثنى

فرنك
 عشرين فرنك من اعداد ٢٤ التي هي اثمان امتار الكازمير فاذا قسمت

فرنك فرنك
حينئذ ١٢٠٠٠ على ٢٤ فخارج القسمة وهو ٥٠٠ هو عدد
الأمطار المطوية

فرنك
الحل الثاني أن يقال أن المتر الواحد من الجوخ يعادل ٤٠ والمتر الواحد

فرنك
من الكازمير يعادل ٢٤ فعلى هذا يؤخذ بالفرنك الواحد $\frac{١}{٤٠}$ من

الجوخ أو $\frac{١}{٢٤}$ من الكازمير فاذن $\frac{١}{٤٠}$ من الجوخ يعادل $\frac{١}{٢٤}$ من
الكازمير

فالمتر الواحد حينئذ من الجوخ يعادل ٤٠ في $\frac{١}{٢٤}$ أو $\frac{٥}{٢٤}$ من
الكازمير

فاذن ٣٠٠ من الجوخ تعادل ٣٠٠ $\times \frac{٥}{٢٤}$ أو ٥٠٠ من
الكازمير

المسئلة التاسعة والعشرون * إذا أرادنا جوازا استبدال جوخ بقماش من
البفتة الهندي وكان المتران من الجوخ يعادلان ثلاثة أمثاري من الكازمير
ونخسمة من الكازمير تعادل سبعة من القماش المذكور فاعدد الأمطار التي
يأخذها التاجر من ذلك القماش عوضا عن ٦٠ مترا من الجوخ

فيقال يؤخذ من السؤال أن المتر الواحد من الجوخ يعادل $\frac{١}{٣}$ من الكازمير

وأن ١ من الكازمير يعادل $\frac{١}{٣}$ من البفتة الهندي

فحينئذ المتر الواحد من الجوخ يعادل $\frac{١}{٣}$ من $\frac{١}{٣}$ أو $\frac{١}{٩}$ من البفتة

وعليه فالستون مترا من الجوخ تعادل ٦٠ في $\frac{١}{٩}$ من البفتة

٢
اي ١٢٦ من البقعة
ثم ان الطريقة التي توصل بها الى حل هذه المسئلة كالتى قبلها كانت تسمى
في اصطلاح المتقدمين قاعدة المبادلة

• (مسائل تتعلق بمخلوط المواضع) •

(١٤٣) المسئلة المكمل للثلاثين • اذا خلط اربعة ليترات من النبيذ الذى

صل صل
ثمن البتر منه ١٤ وستة اخرى ثمن البتر منه ٢٤ فثمن البتر الواحد
من هذا المخلوط

صل صل
فتقول اما البتران الاربعة التى ثمن الواحد منها ١٤ فتعادل ٤ فى ١٤

صل صل صل
أى ٥٦ واما الستة التى ثمن البتر منها ٢٤ فتعادل ٦ فى ٢٤

صل
اي ١٤٤ فاذن الليترات العشرة المركبة منها هذا المخلوط تعادل

صل صل صل
٥٦ + ١٤٤ = ٢٠٠

صل صل
وعليه فثمن البتر الواحد من المخلوط المذكور هو عشر ٢٠٠ اي ٢٠

وبالجملة ففى اريد معرفة ثمن وحدة المعيار من أى مخلوط كان كفى فى ذلك
ان تضرب ثمن المعيار من كل نوع فى عدد المعايير كلها وتقسيم مجموع الحاصل
على مجموع المعايير المخلوط فتجد ثمن معيار المخلوط لا يتجاوزا على اثمان معايير
المخلوطات ولا ارضعها

المسئلة الحادية والثلاثون • المطلوب خلط صنفين من النبيذ ثمن البتر من

صل صل صل
احدهما ١٤ ومن الاخر ٢٤ بحيث يكون ثمن البتر بعد الخلط ٢٠

الحل الاول * أن تأخذ من الليترات عددا ما بأن تأخذ عشرة مثلاً

ثم تقول ١٠ لترات من المخلوط الذي عن الليتر منه ٢٠ تعادل ٢٠٠ صل

فعلى هذا تكون العشرة مماثله ٢٤ معادلة ٢٤٠ تنقص من هذا صل

الثنى الاخير ٤٠ دون أن تغير عدد الليترات ثم اذا أبدلت الليترات التي عن صل

الليتر منها ٢٤ بليترات عن الليتر منها ١٤ نقصت ١٠ من عن الليترات صل

العشرة الذي هو ٢٤ فيحصل حينئذ عدد الليترات التي عن الليتر منها صل

٢٤ اللازم تعويضها بقدرها من الليترات التي عن الليتر منها ١٤ بان صل

تقسم ٤٠ على ١٠ فيكون خارج القسمة ٤ فاذن تكون اللترات العشرة من المخلوط مركبة من ٤ لترات مماثلين الليتر منه ١٤ صل

صل

ومن ٦ لترات مماثلين الليتر منه ٢٤ صل

صل

الحل الثاني * هو ان كل ليتر مماثله ١٤ اذا بيع بعشرين مكان ربحه

٢٠ — ١٤ أى ٦ وكل ليتر مماثله ٢٤ اذا بيع بعشرين كانت صل

خسارته ٢٤ — ٢٠ أى ٤ فعليه فلاجل المعادلة بين الربح والخسارة صل

يكفى أن تخلط أربعة لترات مماثلين الليتر منه ١٤ بستة لترات مماثلين صل

صل

الليتر منه ٢٤ فيكون اذن ثمن الليتر من ليترات المخلاوط

صل

العشرة ٢٠

تنبيهات * الاول حيث ان اصغر عدد يقبل القسمة على ٦ او ٤ هو عدد ١٢ فمن الواضح انه اذا قسم على التوالى احد مكررات ١٢ على ٦ او على ٤ فنخرج القسمة فيسأيدل على عدد الليترات ذوات الاربعة عشر صليدا والاربعة والعشرين صليدا التي يخلطها يصير ثمن الليتر من المخلاوط عشرين صليدا

الثاني * متى كان عدد الليترات المخلوطة معلوما أمكن بالسهولة معرفة ما يحتوي عليه المخلاوط من ليترات كل صنف من النبيذ لانه اذا احتوى عشرة ليترات من المخلاوط على اربعة من ذوات الاربعة عشر صليدا وعلى ستة من

ليتر

ذوات الاربعة والعشرين فالليتر الواحد من المخلاوط يحتوي على $\frac{1}{6}$ من

ليتر

ذوات الاربعة عشر وعلى $\frac{1}{6}$ من ذوات الاربعة والعشرين

وعليه فعدد ليترات النبيذ ذوات الاربعة عشر هو $\frac{1}{6}$ من مجموع ليترات المخلاوط (أى اربعة اعشاره) وعدد ليترات النبيذ ذوات الاربعة والعشرين هو $\frac{1}{6}$ من ذلك المجموع (أى ستة اعشاره)

مثلا * اذا كان المطلوب ايجاد ثلاثين ليتر من نبيذ مخلاوط يكون ثمن الليتر منه

صل

بعد الخلط ٢٠ فاخط ثلاثين ليتر $\times \frac{1}{6}$ أى ١٢ ليتر من ليترات

صل

النبيذ التى ثمن الليتر منها ١٤ بثلاثين اخرى $\times \frac{1}{6}$ أى ١٨ ليتر

صل

من ليترات النبيذ التى ثمن الليتر منها ٢٤

التنبيه الثالث متى كان عدد الليترات ذوات الاربعة عشر صلبيا معا وما
أمكن بالسهولة معرفة عدد الليترات ذوات الاربعة والعشرين وذلك لانه قد
تقدم أن عشرة لترات من المخلوط تحتوي على ٤ لترات من ذوات الاربعة
عشر صلبيا وعلى ٦ من ذوات الاربعة والعشرين وأيضا حيث أن ٦
هي $\frac{7}{2}$ أو $\frac{3}{1}$ من ٤ فعدد الليترات ذوات الاربعة والعشرين يكون
حينئذ $\frac{3}{1}$ من عدد الليترات ذوات الاربعة عشر

صل

مثلا * إذا أردت تركيب نبيذ يكون ثمن الليتر منه بعد الخلط ٢٠ بأن

صل

أردت أن تخلط مقداراً من النبيذ مما ثمن الليتر منه ٢٤ باثني عشر ليترهما

صل

ثمن الليتر منه ١٤ كان عدد لترات النبيذ ذوات الاربعة والعشرين

صليبا $\frac{3}{1}$ من ٥ من ١٢ أي ١٨

(خلط المعادن)

(١٤٤) إذا سبكت عدة معادن مع بعضها تحصل عن اختلاطها وإيجادها

ما يسمى بمخلوطا وكل كتلة من معدن أو مخلوط تسمى سبيكة

ولا يعتبر في المعادن الاوزن فقط من غير التفات الى حجمها فزنة المخلوط تساوي

مجموع أوزان المعادن المتركة من هذا ذلك المخلوط

فإذا كانت زنة المخلوط تحتوي من خالص الذهب على $\frac{8}{11}$ قبل أن

عبارة هذا الذهب $\frac{8}{11}$ أي $\frac{8}{11}$ من الخالص

فعلى هذا كل سبيكة كان عبارة الذهب فيها $\frac{8}{11}$ وكان وزنها ١٠٠

غرام فهي مخلوط مركب من ذهب ومعدن أخرى مشتقل من خالص الذهب

على $\frac{8}{11}$ من ١٠٠ غرام أي ٨٠ غراما

وكل مخلوط احتوى من الذهب على $\frac{7}{11}$ ومن الفضة على $\frac{4}{11}$ فعبارة $\frac{7}{11}$

بالنسبة للذهب و $\frac{4}{11}$ بالنسبة للفضة وتكون المائة غرام منه محتوية

من خالص الذهب على $\frac{7}{10}$ من ١٠٠ غرام أي ٧٠ غراما ومن خالص
الفضة على $\frac{3}{10}$ من ١٠٠ غرام أي ٣٠ غراما
وبالجملة فتي أريد معرفة كمية معدن خالص من مخلوط معلوم العيار
بالنسبة لهذا المعدن يكن ضرب زنة المخلوط بمقامه في عياره وأما إذا أريد
معرفة عيار المخلوط بالنسبة لاحد المعدن المتصكب هو منها فيكن
قسمة زنة كمية هذا المعدن الذي هو من أجزاء المخلوط على زنة المخلوط
بمقامه

وفي بعض الأحيان قد تقوم درجة الذهب الخالص بالقرار ربط ودرجة
الفضة الخاصة بالدينات فيقال للذهب الخالص ذو الاربعة والعشرين
قيراطا والفضة الخاصة ذات الاثني عشرة دينية

وعليه فالذهب ذو الاثني والعشرين قيراطا يحتوي من خالص الذهب على
 $\frac{22}{24}$ فيكون عيار هذا الذهب حينئذ $\frac{22}{24}$ أي $\frac{11}{12}$
والفضة ذات الاحدى عشرة دينية تحتوي من خالص الفضة على $\frac{11}{12}$ فيكون
عيار هذه الفضة حينئذ $\frac{11}{12}$

وفي النقود القديمة من الذهب والفضة كان الذهب من ذى الاثني والعشرين
قيراطا والفضة من ذات الاحدى عشرة دينية لانه قد سبق في غرة (١٠٧) أن
وزن هذه النقود يحتوي على $\frac{11}{12}$ من الخالص

وأما النقود الجديدة من الذهب والفضة المحتوي وزنها على $\frac{9}{10}$ من الخالص
(كما في مجتبع النقود والمعاملات من غرة ١٢١) فعيارها ٩٠
وتحتوي من الخالص على $\frac{9}{10}$ ومن النحاس على $\frac{1}{10}$

وما ذكرناه من البراهين في حل المسائل المتعلقة بمخلوط المواضع يجري أيضا في خلط
المعادن

المسئلة الثانية والثلاثون اذا سبكنا ٧٠ غراما من الذهب الذي عياره
٩٠ و ٣٠ جمع ٣٠ غراما من الذهب الذي عياره ٨٠ فما عيار
المخلوط الناتج عن ذلك

فتقول حيث انه ينتج عن عدد الغرامات في العيار كمية الذهب الخالص فتكون
 السبعون غراما من الذهب الذي عياره ٩٠. د. تحتوي على ٦٣
 غراما من خالص الذهب وتكون الثلاثون غراما من الذهب الذي عياره
 ٨٠. د. تحتوي على ٢٤ غراما من خالص الذهب أيضا
 فاذن المائة غرام التي هي عبارة عن الخليط تحتوي من خالص الذهب على
 ٨٧ غراما فيكون حينئذ الغرام من الخليط محتويا من خالص الذهب على
 غرام

٨٧. د. فعبارة الخليط اذن هو ٨٧. د.

وبالجملة فمما أريد معرفة عبارة الخليط المركب من سبك عدة سبائك يكفي
 ضرب وزن كل سبيكة في عيارها وقسمة مجموع هذه الخواصل على زنة الخليط
 بقامه

المسئلة الثالثة والثلاثون اذا كان هناك خليط من سبك من ٢٠
 غراما من الذهب الخالص ذي ١٠٠. د. ومن ٣٠ غراما من ذي
 ١٠. د. ومن ٢٨ غراما من ذي ١٤. د. ومن ١٢ غراما
 من ذي ٢٤. د. فما عيار هذا الخليط بالنسبة للذهب
 فتقول انه بموجب القاعدة المتقدمة يكون عياره بالنسبة للذهب
 ١٢. د.

المسئلة الرابعة والثلاثون ما المقادير اللازمة في خلط ذهب ذي ٩٠. د.
 من خالص الذهب مع ذهب ذي ٨٠. د. لاجل تركيب خليط يكون
 عياره ٨٧. د.

الحل الاول * حيث ان الخليط المطلوب يلزم أن يكون عياره ٨٧. د.
 غرام

يلزم أن يكون الغرام الواحد من هذا الخليط محتويا على ٨٧. د.
 من خالص الذهب وعليه فالغرام الواحد من الذهب ذي ٩٠. د. من
 غرام

الذهب الخالص يحتوي من الذهب الخالص على أكثر من ٩٠. د.

غرام غرام
— ٨٧.٠ اى ٠٣.٠ والغرام الواحد من الذهب ذى ٨٠.٠

غرام غرام غرام
من الخالص يثق ٨٧.٠ — ٨٠.٠ اى ٠٧.٠ من الذهب
الخالص

تحصل المعادلة حيث يخلط ٧ غرامات من الذهب ذى ٩٠.٠
من الخالص مع ٣ غرامات من الذهب ذى ٨٠.٠ وذلك لان
الغرامات العشرة التى هى مجموع ذلك الخلوطة مقدار ما فيها من الزيادة من

غرام
الذهب الخالص هو ٧ فى ٠٣.٠ اى ٢١.٠ ومقدار ما فيها من
النقصان من الذهب الخالص ايضا ٣ فى ٧٠.٠ اى ٢١.٠

غرام
فاذن صكل غرام من الخلوطة المطلوب يحتوى على ٧.٠ من الذهب
غرام
ذى ٩٠.٠ من الخالص وعلى ٣.٠ من الذهب ذى ٨٠.٠
من الخالص ايضا

فرنك
الحل الثانى • يفرض أن الغرام الواحد من الذهب الخالص يعادل ١٠٠
وحيث ان ثمن الذهب على حسب عياره فأثمان الغرام الواحد من الذهب الذى
فرنك فرنك فرنك

عياره ٩٠.٠ و ٨٠.٠ و ٨٧.٠ هى بالتوزيع ٩٠ و ٨٠ و ٨٧
وبهذه الطريقة تؤل المسئلة الى معرفة كمية ما يلزم من المقادير فى خلط
فرنك

الذهب الذى يعادل الغرام منه ٩٠ بالذهب الذى يعادل الغرام منه

فرنك فرنك
 ٨٠ ليكون ثمن الغرام الواحد من المخلوط المتحصل ٨٧ فرنك
 وكل غرام من الذهب ذي ٩٠ الداخلة في المخلوط يخسر ٩٠ فرنك
 ٨٧ فرنك أي ٣ وكل غرام ذي ٨٠ يربح ٨٧ فرنك ٨٠ فرنك
 أي ٧ وعليه فلابد من معادلة الربح بالخسارة يمكن خلط ٧ فرنك غرام
 من الذهب الذي يعادل الغرام منه ٩٠ مع ٣ من الذهب الذي
 يعادل الغرام منه ٨٠ وذلك لأن الغرامات العشرة التي هي مجموع المخلوط
 خسرتها ٧ في ٣ وربحها ٣ في ٧ فاذن كل غرام من
 المخلوط المطلوب يحتوي على ٧٠ من الذهب ذي ٩٠ وعلى ٣٠ من
 من الذهب ذي ٨٠ وان شئت قلت والمال واحدان كل غرام من المخلوط
 المذكور مركب من ٧٠ من الذهب الذي عياره ٩٠ ومن ٣٠ من
 من الذهب الذي عياره ٨٠
 (١٤٥) قد توصل من غير تجربة ولا اختبار إلى حل مسائل غرقى ١٢٩ و ١٤٤
 وما بينهما الآن هناك مسائل تخرج عن القواعد الخالية عن الفروض
 والتقديرات كما اذا جربت عدة أعداد حينما اتفق فانه يمكن تجربتها
 بعدة تجارب لا طائل تحتها فلابد من منع هذا الخطأ بتجقيق من صحة البراهين
 بواسطة فروض اختيارية تكون وسيلة إلى الصواب ودور الخطأ والتمثيل لذلك

فتقول

فرنك

المسئلة الخامسة والثلاثون اذا كان معك قطع مما تساوى القطعة منه ٢

فرنك

و ٥ وكان عليك مبلغ ٢٦ فرنكا وأردت أن تدفع عن ذلك عشر قطع

فرنك

من القطع المذكورة فان كانت تلك القطع العشرة مما تساوى القطعة منه ٢ فهي

فرنك

فرنك

فرنك

معادلة ٢٠ لا ٢٦ فيلزم اذن ان تضاف اليها ٦ بدون أن تغير عددها

فرنك

فاذا أبدلت قطعة مما تساوى القطعة منه ٢ بقطعة مما تساوى القطعة

فرنك

فرنك

فرنك

منه ٥ زادت قيمة القطع العشرة ٣ فلاجل زيادة هذه القيمة ٦ يلزم

فرنك

أن تبدل قطعتين مما تساوى القطعة منه ٢ بقطعتين مما تساوى القطعة

فرنك

منه ٥ فاذن تكون الستة والعشرون فرنكا عبارة عن ثمانى قطع من ذوات

الفرنكين وقطعتين من ذوات الخمسة

وهذه القاعدة تسمى قاعدة الوضع الفاسد لانه يتوصل فيها الى النتيجة بعرفة

فرض فاسد

(١٤٦) المسئلة السادسة والثلاثون سئل لاعب عما معه من الدراهم

فأجاب بان التفاضل بين خمسة أمثال ماله من اللويزات وعدد ٣٠ يساوى

التفاضل بين ضعف تلك اللويزات وعدد ٦ فاعدد اللويزات التى مع

اللاعب حينئذ

فتقول فى جواب هذه المسئلة انه يفرض عدد من اللويزات حينما اتفق فان لم

يكن فى ذلك العدد الخاصيتان المتقدمتان علم أن فى هذا الفرض خطأ فيزال

يفرض آخر وهالك مودة العملية

الفرص الاول ٢٠ لوزا	الفرص الثاني ١٩ لوزا
التفاضل بين ٥ في ٢٠ وعدد ٣٠ هو ٧٠	التفاضل بين ٥ في ١٩ وعدد ٣٠ هو ٦٥
والتفاضل بين ٢ في ٢٠ وعدد ٦ هو ٣٤	والتفاضل بين ٢ في ١٩ وعدد ٦ هو ٣٢
فاذن يكون الخطأ بالنظر لذلك ٣٦	فاذن يكون الخطأ بالنظر لذلك ٣٤

فلاجل تنقيص الخطأ الذي هو ٣٦ بمقدار ٣ يلزم أن تنقص واحدا من عدد اللوزات الذي هو عشرون ولاجل تنقيص الخطأ الذي هو ٣٦ بمقدار ٣٦ يلزم أن تنقص اثني عشر من عدد اللوزات المذكور وهو عشرون

فاذن عدد اللوزات التي مع اللاعب ٨ لان التفاضل بين خمسة امثال ٨ وعدد ٣٠ هو ١٠ والتفاضل بين ضعف ٨ وعدد ٦ هو ١٠ ايضا ١٠ كما هو مقتضى منطق المسئلة

وهذه القاعدة تسمى قاعدة الوضين القاسدين لانه يتوصل فيها الى النتيجة بعونة فرضين قاسدين

* (الباب السادس) *

في بيان المربعات وجذرها * والمكعبات وجذرها * والقوة وجذرها
(وفيه ثلاثة فصول)

* (الفصل الأول) *

* (في بيان المربعات وجذرها) *

(١٤٧) حاصل ضرب اى عدد في نفسه يسمى القوة الثانية (كما
في غمرة ٢٣) او يسمى مربع هذا العدد * والعدد الذي اذا ضرب في نفسه
ساوى عددا معلوما يسمى جذر القوة الثانية لذلك العدد او جذر مربعه
وعليه فمربع ٧ هو ٤٩ وهو حاصل ضرب ٧ في ٧ وجذر
مربع ٤٩ هو ٧

ولاجل الدلالة على القوة الثانية اعني على مربع عدد من الاعداد يوضع فوقه
من الجهة اليمنى رقم ٢

وللدلالة على جذر القوة الثانية اعني على جذر المربع يوضع العدد تحت احدى

علامتين هذه صورتها $\sqrt{\quad}$ و $\sqrt{\quad}$ وعليه فرقم ٧ يدل على

مربع ٧ وكل من $\sqrt{49}$ و $\sqrt{49}$ يدل على جذر مربع هو ٤٩

(١٤٨) حيث ان مربع اعداد ١ و ١٠ و ١٠٠ الى آخره هو

١ و ١٠٠ و ١٠٠٠٠ الخ فجزر الاعداد المنصورة بين ١ و ١٠٠

وبين ١٠٠ و ١٠٠٠٠ الخ منحصر بين ١ و ١٠ وبين ١٠ و ١٠٠

و ١٠٠ الخ فعلى هذا اذا لم يحتو مربع العدد الصحيح الاعلى رقمين فجذر

مربعه لا يحتوى الاعلى رقم واحد ومتى احتوى المربع على ٣ ارقام او ٤

فجذره يحتوى على رقمين وهكذا

* (بيان استخراج جذر مربع الاعداد الصحيحة) *

(١٤٩) - حيث ان مربع الاعداد الصحيحة ذات الرقم الواحد هو دائما اقل من

١٠٠ فجزره يستخرج من هذا الجدول وهالك صورته

الجزور ١ * ٢ * ٣ * ٤ * ٥ * ٦ * ٧ * ٨ * ٩

المربعات ١ * ٤ * ٩ * ١٦ * ٢٥ * ٣٦ * ٤٩ * ٦٤ * ٨١

ويتوصل بهذا الجدول ايضا الى استخراج جذر مربع المربع الاعظم الموجود

في عدد منحصرين بين مربعات اعداد ١ * و ٤ * و ٩ * و ١٦ *

و ٢٥ * و ٣٦ * و ٤٩ * و ٦٤ * و ٨١ *

مثلا * حيث ان اعداد ٣٨ منحصرين بين ٣٦ و ٤٩ اعنى بين ٦^٢

و ٧^٢ فجزر مربعه يكون بين ٦ و ٧ ومربعه الاعظم هو ٣٦ اى

٦^٢ وعليه فجزر مربع المربع الاعظم الموجود في ٣٨ هو ٦ فاذن

يكون هذا العدد اعنى ٦ هو المقدار الصحيح الاصغر التقريبى لعدد

٣٨ كما سبق في غرة ٣١

(١٥٠) اذا كان المطلوب استخراج جذر مربع عدد صحيح اكبر من ١٠٠

فاجبت اولاً عن كيفية دخول اجزاء الجذر في المربع

مثلا * اذا اريد تربيع عدد ٦٤ فعوضاً عن استخراج حاصل ضرب ٦٤

في ٦٤ بموجب الطريقة المعتادة تضرب كلامن احاد المضروب وعشراته

على التوالي في آحاد المضروب وفيه وعشراته وتبين كلامن الواو حاصل الجزئية

التي يتألف منها المربع وبذلك توصل الى اجراء العملية على هذا الوجه

٦٤ الجذر

٦٤

١٦ آحاد مربع الاحاد التى هى ٤

٢٤ عشرات حاصل ضرب العشرات وهى ٦ فى الاحاد التى هى ٤

٢٤ عشرات حاصل ضرب الاحاد وهى ٤ فى العشرات التى هى ٦

٣٦ مائت مربع العشرات وهى ٦

٤٠٩٦ آحاد مربع ٦٤

بان اضرب اولاً ٤ التى هى احاد المضروب فى ٤ التى هى احاد المضروب

فيه فيكون الحاصل وهو ١٦ مربع ٤ التي هي آحاد ٦٤ ثم تضرب
ثانيا ٦ التي هي عشرات المضروب في ٤ التي هي آحاد المضروب فيه
وتضرب أيضا ٤ التي هي آحاد المضروب في ٦ التي هي عشرات
المضروب فيه فيؤثر مجموع هذين الحاصلين الى تكرير حاصل ضرب ٦
التي هي عشرات عدد ٦٤ في ٤ التي هي آحاده مرتين اعني الى ضرب
ضعف ٦ عشرات في ٤ آحادا اي الى ٤٨ عشرات ثم تضرب ثالثا
٦ التي هي عشرات المضروب في ٦ التي هي عشرات المضروب فيه
فيكون الحاصل وهو ٣٦ مائة هو مربع عدد ٦ الذي هو عشرات
عدد ٦٤ المقروض

وحيث ان مجموع هذه الحواصل الثلاثة وهو ٤٠٩٦ يدل على مربع ٦٤
يعلم أن هذا المربع يتألف من مربع عدد ٦ الذي هو عشرات ٦٤
ومن ضعف عدد ٦ الذي هو عشرات مضروب في عدد ٤ الذي هو
احاده ومن مربع عدد ٤ المذكور

(١٥١) حيث لا مانع من تطبيق تلك البراهين على اي عدد كان يؤخذ
من ذلك ان مربع العدد المؤلف من احاد وعشرات يحتوي على ثلاثة اجزاء *
احدها مربع العشرات * ثانيها ضعف العشرات مضروب في الاحاد *
ثالثها مربع الاحاد وهذه الحواصل الثلاثة تدل بالترتيب على مئات
وعشرات وآحاد

وعليه فحيث ان عدد ٦٤٩ يساوي ٦٤ عشرات زائدا ٩ آحادا
فربه وهو ٤٢١٢٠١ يكون مركبا من ثلاثة اجزاء * اولها ٤٩٦
مئات التي هي مربع ٦٤ عشرات * ثانيها ضعف ٦٤ عشرات
مضروب في ٩ آحادا اعني ١١٥٢ عشرات * ثالثها ٨١ التي
هي مربع ٩ آحادا

(١٥٢) ولتشرع الآن في كيفية استخراج جذر مربع اي عدد صحيح
فنقول

المثال الاول ان يكون المطلوب استخراج جذر مربع هو ٤٠٩٦ فتضع صورة العملية هكذا

المربع	٩٦ ٤٠	٦٤	الجذر
	٣٦	١٢٤	٤٩٦ = ٤ ×
الباقى الاول	٤٩ ٦		
	٤٩٦		
الباقى الثانى	...		

ثم نقول حيث ان مربع ١٠ هو ١٠٠ فربع عشرات الجذر لا يمكن وجوده الا فى مئات عدد ٤٠٩٦ وهو ٤٠ ويفصل حيثئذ الرقم الاولان من الجهة اليمنى لعدد ٤٠٩٦ بفصل قائم (صكاليف) وحيث ان ٤٠ واقعة بين ٢ و ٣ ينتج من ذلك ان ٤٠ مئات مضمرة بين ٢ مئات و ٣ مئات لكن ٤٠ مئات و ٣ مئات يتفاوتان ولو بمائة فينحصر بالضرورة حيثئذ عدد ٤٠٩٦ الموافق من ٤٠ مئات زائدا ٩٦ آحادا بين ٢ مئات و ٣ مئات اى بين مربعى ٦ عشرات و ٧ عشرات وعليه فينحصر جذر المربع الذى هو ٤٠٩٦ بين ٦ عشرات و ٧ عشرات فيتركب هذا الجذر حيثئذ من ٦ عشرات وبعض آحادا قل من ١٠ فلاجل تحصيل هذه الآحاد يطرح من ٤٠٩٦ عدد ٣٦ مائة الذى هو مربع عشرات الجذر وهى ٦ والباقى وهو ٤٩٦ لايتحوى الاعلى ضعف ٦ القى هى عشرات الجذر مضروبا فى الآحاد وعلى مربع الآحاد وحيث ان ضعف العشرات مضروبا فى الآحاد يبدل على عشرات فلا يمكن وجوده الا فى عدد ٤٩ الذى هو عشرات الباقى اعنى ٤٩٦ (فيفصل حيثئذ الرقم الاول من بين الباقى بالقامل المتقدم) ويحتوى ايضا عدد ٤٩ عشرات على العشرات التى يمكن تحصيلها من مربع الآحاد فاذا قسمت حيثئذ ٤٩ على عدد ١٢

الذي هو ضعف عشرات الجذر) فعدد ٤ آحاد الذي هو خارج القسمة
 يدل على رقم آحاد الجذر وأعلى رقم أكبر منه ولاجل اختبار رقم ٤ طرح
 ٩٤ من ٤٠٩٦ فيعدل الصفر الباقي على أن عدد ٦٤ هو الجذر
 المطلوب غير أنه يتوصل إلى هذه النتيجة بطريق آخر من ذلك بأن يلاحظ أنه
 حيث كان الباقي وهو ٤٩٦ مركباً من ضعف ٦ عشرات مضروباً
 في ٤ آحاد ومن مربع الآحاد وهي ٤ يكتفى بحصول مجموع هذين الجزئين
 وطرحه من ٤٩٦ ولهذا تضع رقم الآحاد وهو ٤ على يمين العدد
 ١٢ (الذي هو ضعف عدد عشرات الجذر) فيحصل ١٢٤ ثم تضرب
 ١٢٤ في ٤ فيعدل الحاصل على المجموع المطلوب فإذا طرحت ٤
 في ١٢٤ من ٤٩٦ دل الصفر الباقي على أن ٦٤ هو الجذر الحقيقي
 للمربع الذي هو ٤٠٩٦

تنبيه • حيث أنه يمكن تطبيق هذا البرهان الذي أقيم لتعيين عشرات الجذر
 على أي عدد كان ينتج من ذلك أن جذر مربع المربع الأكبر المحصر في مئات
 أي عدد كان يعين دائماً عشرات جذر مربع هذا العدد

المثال الثاني أن يكون المطلوب استخراج جذر مربع هو ٤٢١٢٠١
 فتضع صورة العملية هكذا

الجذر			المربع	
٦٤٩	١٢٥	١٢٨٩	٤٢ ١٢ ٠١	
	٠	٩	٣٦	
	٤		٦١ ٢	الباقي الأول
٤٩٦	٦٢٥	١١٦٠١	٤٩٦	
			١١٦٠ ١	الباقي الثاني
			١١٦٠	
			الباقي الثالث

ثم نقول حيث أن العدد المقروض محتو على أكثر من رقمين في جذره محتو على

عشرات لا يمكن أن يكون مربعها الاجزاء من مئات عدد ٤٢١٢٠١
اعني من ٤٢١٢ (فتفصل الرقبتين الاولتين من مئين ٤٢١٢٠١ بالقاصل
السابق

وحيث كان جذر المربع الاكبر المتصرف في ٤٢١٢ دالا على عدد عشرات
الجذر المطلوب فالغرض من المسئلة بيان جذر عدد ارقامه اقل من ارقام
العدد المقروض برقين ولهذا تفصل الرقبتين الاولتين من مئين ٤٢١٢ بالقاصل
المذكور فيكون رقم ٦ الذي هو جذر المربع الاكبر المتصرف في ٤٢
هو اول رقم من ارقام الجذر المطلوب من الجهة اليسرى وعليه فيكون هذا الجذر
مؤلفا من ثلاثة ارقام

وتتوصل بهذه الطريقة الى تقسيم العدد المعطى الى فصول كل منها يحتوى
على رقبتين بالابتداء من الجهة اليمنى (ومع هذا فقد لا يحتوى الفصل الاخير
الا على رقم واحد) وعدد الفصول يدل على عدد ارقام جذر المربع المقروض
وذلك مطابق لما أسلفناه في قاعدة ثمرة ١٤٨

فاذا أجريت العمادة على الوجه المذكور في المثال المتقدم رأيت أن عدد ٦٤
هو جذر المربع الاكبر المتصرف في ٤٢١٢ وأن ١١٦ هو
مقدار التقاضل بين ٤٢١٢ و ٦٤ وعليه في جذر المربع الذي هو
٤٢١٢٠١ مركب من ٦٤ عشرات وبعض آحاده عبر عنها برقم واحد
(كما في التنبيه السابق)

وحيث ان هذا المربع اعني ٤٢١٢٠١ مركب من مربع ٦٤ التي
هي عشرات الجذر ومن ضعف هذه العشرات مضروباً في رقم الآحاد ومن
مربع الآحاد فاذا طرحت من ٤١٢٠١ مربع ٦٤ عشرات
فالباقى وهو ١١٦٠١ يحتوى على الجزئين الاخيرين من المربع

ولك أن تتوصل الى هذا الباقي بطريق اوجز من ذلك بأن تلاحظ أنه حيث
كان عدد ١١٦ هو مقدار التقاضل بين ٤٢١٢ و ٦٤ فبتنزيل
فصل ٠١ على مئين ١١٦ يتحصل التقاضل بين ٤٢١٢٠١

و ٦٤٠
فعلى ذلك حيث ان ضعف ٦٤ عشرات وهو ١٢٨ عشرات يتحصل
عن ضربه في الآحاد عشرات فلا يمكن وجوده الا في ١١٦٠
(فتحصل اول رقم من ١١٦٠١ بالقاسل المتقدم) وحينئذ
يحتوى ١١٦٠ عشرات على حاصل ضرب ١٢٨ عشرات في آحاد
الجذر المطلوب زائد العشرات التي يمكن وجودها في مربع الآحاد
فاذا قسمت ١١٦٠ على ١٢٨ دل خارج القسمة وهو ٩ آحاد
على رقم آحاد الجذر او على رقم أكبر منه * ولك أن تحتبر رقم ٩ بطرح
٦٤٩ من ٤٢١٢٠١ فيدل الصفر الباقي على ان ٦٤٩ هو الجذر
المطلوب غير انه بمقتضى ما تبيننا عليه في المثال المتقدم نرى أن الاوجز في العملية
أن يوضع رقم ٩ على عين عدد ١٢٨ (الذي هو ضعف عشرات
الجذر) ويضرب ١٢٨٩ في ٩ فيكون الحاصل مـ كـ مـ
ضعف ٦٤ التي هي عشرات الجذر مضروبا في الآحاد وهي ٩ ومن
مربع هذه الآحاد فاذا طرحت ٩ في ١٢٨٩ من ١١٦٠١ كان
الباقي مساويا ٤٢١٢٠١ - ٤٩٦٢ وحيث لم يبق معك باق فالعدد
المحصل هو الجذر الحقيقي

وهذان المثالان يكفيان في عمر بن الطالاب على استخراج جذر مربع أى عدد

صحيح
(١٥٣) كل عملية أبريتها في استخراج جذر المربع ترى فيها كل باق يساوى
العدد الذي يبحث عن جذره ناقصا مربع الجزء الذي تحصل في الجذر وذلك
لأنك تتوصل الى هذا الباقي بطرحك على التوالي جميع أجزاء مربع العدد
المحصل في الجذر من العدد المقروض متى اختلف ذلك فالعملية فاسدة

(١٥٤) اذا وقع جذر مربع أى عدد صحيح بين عددين صحيحين متواليين فهذا
الجذر وان وجد في نفسه لا يمكن تعيينه على التحقيق باى عدد كان
وذلك لانه لو أمكن تعيينه على وجه التحقيق لكان العدد الدال عليه كسرا

اعشاريا أو اعتياديا ولو قول الى كسر أصم لكان مربع هذا الكسر
عند أصحها وهو مستحيل كما تقدم في غمرة (٨٤) وحيث ثبتت
المطلوب

تنبه * مما لا يخفى عليك وجه كون بعض الكميات لا يمكن تعيينه على وجه
التحقيق بأي عدد كان لأن الكمية تتزايد الى غير نهاية بخلاف الأعداد فلا توجد
فيها هذه الخاصية

ولما كان للأعداد العجيبة والكسور والاعشارية والكسور الاعتيادية مقياس
مشترك مع الآحاد قبل لهذه الكميات منطقة بخلاف الكميات التي ليس لها
مقياس مشترك مع الآحاد فيقال لها أصحاء مثلا $\frac{1}{2}$ كمية منطقة لأن $\frac{1}{2}$ منحصرا
تحقيقا ٧ مرات في $\frac{1}{2}$ و ٥ مرات في الواحد وجذر ٥ أصم لأنه لما
كان لا يمكن التعبير عنه بعدد صحيح على وجه التحقيق أو بكسر أعشاري
أو اعتيادي نتج من ذلك أنه إذا انقسم الواحد الى أقسام متساوية بقدر ما يراد
لم يكن أحد هذه الأقسام الصغير جدا بحيث يمكن انحصاره هذه مرات تحقيقا
في جذر ٥ وفي الواحد

(١٥٥) إذا كان المطلوب استخراج جذر تربيعي لعدد صحيح فاجبر العملية في هذا
العدد كما لو كان مربعا فان لم يكن الباقي الأخير المقابل لرقم آحاد الجذر مضرا
كان الجذر المطلوب أصم ودل العدد المتحصل في الجذر على جذر المربع الأكبر
المنصرف في العدد المفروض

مثلا حيث أنه ينتج عن استخراج جذر مربع ٤٢٢١١٠ ما يساوي في الجذر
٦٤٩ من الآحاد ويبقى ٩٠٩ فحذر ٤٢٢١١٠ أصم والباقي الذي هو
٩٠٩ يساوي ٤٢٢١١٠ — ٦٤٩^2 وعدد ٦٤٩ يدل على جذر
المربع الأكبر المنصرف في ٤٢٢١١٠ فلهذا يكون ذلك العدد أي
٤٢٢١١٠ واقعا بين ٦٤٩^2 و ٦٥٠^2

(١٥٦) إذا فرضت عددا ينقسم الى قسمين حيثما اتفق وأردت تربيعه فاضرب
قسمي المضروب على التوالي في قسمي المضروب فيه فيحصل معك أربعة

حاصل جزئية وهي مربع القسم الاول وحاصل ضرب القسم الاول في الثاني وحاصل ضرب الثاني في الاول ومربع القسم الثاني وحيث كان مجموع هذه الحواصل الاربعة الجزئية هو مربع العدد المقروض وكان حاصل ضرب القسم الاول في الثاني مساويا لحاصل ضرب الثاني في الاول نجد مربع اى مجموع يتصل من قسمين مؤلفين من مربع القسم الاول ومن ضعف الاول مضروبا في الثاني ومن مربع الثاني

مثلا حيث انه يمكن تحليل عدد ٧٥٤٩ الى عدد ٧٥ من المئات زائدا ٤٩ من الآحاد فعدد ٥٦٩٨٧٤٠١ الذى هو مربع ٧٥٤٩ يكون مؤلفا من مربع ٧٥ من المئات اعنى من عدد ٥٦٢٥ الذى هو عشرات الآلاف ومن ضعف ٧٥ من المئات مضروبا في ٤٩ من الآحاد اى من ٧٣٥٠ من المئات ومن عدد ٢٤٠١ الذى هو مربع ٤٩ من الآحاد

(١٥٧) اذالم يكن الباقي المقابل للجزء المتحصل أقل من ضعف هذا الجذر مضافا اليه ١ فالجذر المتحصل يكون صغيرا جدا ولو بمقدار ١ وان كان الباقي المذكور أقل من ضعف الجذر المتحصل مضافا اليه ١ لم يمكن أن يضاف الى هذا الجذر ١ وذلك انك لو فرضت في قاعدة نمرة (١٥٦) أن القسم الثاني يساوى ١ رأيت أن العدد اذا زاد ١ زاد مربعه بقدر ضعف هذا العدد زائدا ١

مثلا اذا أردت أن تستخرج جذر عدد ٤٢١٢ ووضعت في الجذر ٦٣ فطائفه عوضا عن كونك تتوصل الى باق قدر ١١٦ يقابل الجذر الذى هو ٦٤ ويكون أصغر من ٦٤ $\times ٢ + ١$ يحصل معك باق قدر ٢٤٣ وحيث ان هذا الباقي الاخير أكبر من ٦٣ $\times ٢ + ١$ فالجذر المتحصل يكون صغيرا جدا ولو بمقدار واحد

• (بيان تزييع الكسور والاعتيادية) •

• (والاعداد الاعشارية واستخراج جذورها) •

(١٥٨) مربع الكسر الاعتيادي يتوصل بتربيع كل من البسط والمقام على حدة

مثلا * مربع $\frac{4}{5}$ يساوي $\frac{4}{5} \times \frac{4}{5}$ او $\frac{4 \times 4}{5 \times 5}$ او $\frac{16}{25}$ او $\frac{4}{5}$ ^٢

(١٥٩) اذا اردت استخراج جذر مربع الكسر الاعتيادي فخذ جذر مربع كل من البسط والمقام على حدة وهذا ناتج من القاعدة المتقدمة

$$\frac{4}{5} \text{ فعلى هذا يكون } \sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{4}{5}$$

ويمكن دائما ترجيع العملية الى استخراج جذر مربع عددا واحدة فقط بان تضرب اول حدى الكسر في مقامه لان

$$\sqrt{\frac{161}{7}} = \frac{\sqrt{161}}{\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{7 \times 23}}{\sqrt{7 \times 7}} = \frac{\sqrt{23}}{7}$$

وحيث ان المقدار الاصغر التقريبي لعدد $\sqrt{161}$ هو ١٢ فخذ المربع الذي هو $\frac{144}{49}$ يساوي $\frac{12}{7}$ تقريبا

تنبيه * يمكن تربيع بسط هذا الكسر بضرب الجدين وهما ٢٣ و ٧ في ذلك البسط لممكن حيث كان جذر المقام وهو ٢٣ \times ٧ أصم فبالبحث عن الجذر المطلوب تتوصل الى قسمة عدد صحيح على كمية صماء وذلك يؤدي الى الخطأ من وجهين أحدهما كونه يؤدي الى عمليات طويلة وثانيهما عدم معرفة الدرجة الحقيقية التي تتوصل اليها في استخراج جذر الكسر المطلوب

واذا أردت أن تستخرج جذر مربع عدد مركب من عدد صحيح وكسر فأضرب الصحيح الى الكسر ثم استخراج جذر العدد الكسري الناتج عن هذه الاضافة فعلى هذا

$$\sqrt{\frac{161}{7}} = \frac{\sqrt{7 \times 23}}{\sqrt{7 \times 7}} = \frac{\sqrt{23}}{7} = \frac{1}{7} \sqrt{23}$$

(١٦٠) مربع الاعداد الاعشارية يحصل بتربيع العدد بقطع النظر عن الشرطة وبفصل ضعف عدد الارقام الاعشارية الموجودة في العدد المقروض عن عين هذا المربع وذلك ناتج من القاعدة المتقدمة (في غرة ٩٨) المتعلقة بإيجاد حاصل ضرب عددين اعشاريين وعليه فربع العدد الاعشاري يحتوي دائما على عدد مزدوج من الاعداد الاعشارية

مثلا اذا أردت تربيع عدد ٦٤٩ فحصل مربع ٦٤٩ وهو ٤٢١٢٠١ ثم انفصل عن عين هذا المربع أربعة أرقام اعشارية فيكون ٤٢١٢٠١ هو المربع المطلوب

(١٦١) اذا أريد استخراج جذر عدد اعشاري فيمكن أن يستخرج جذر مربع العدد الصحيح الذي نتج بعد حذف الشرطة من العدد المقروض ثم تفصل من جهة الجذر اليسرى أرقاما اعشارية بقدر نصف عدد الارقام الاعشارية الموجودة في المربع المقروض وذلك ناتج من القاعدة المتقدمة

مثلا اذا كان المطلوب استخراج جذر مربع هو ٤٢١٢٠١.٠٠٠ نقول حيث ان جذر المربع الذي هو ٤٢١٢٠١ يساوي ٦٤٩ فالجذر المطلوب هو ٦٤٩.٠٠

(١٦٢) اذا كان المطلوب استخراج جذر مربع أى عدد كان بحيث يكون هذا الجذر محتويا تقريبا على عشر او جزء من مائة او جزء من ألف الخ من الواحد فضع العدد المقروض على وجه بحيث يكون محتويا على رقمين اعشاريين او أربعة أو ستة الخ (ولتأمل ذلك بأربعة أمثلة فنقول)

المثال الاول ان يكون المطلوب استخراج جذر ٢٥٠ بحيث يكون هذا الجذر محتويا على رقمين اعشاريين أعنى على جزء من مائة من الواحد

فضع العدد المذكور على وجه بحيث يحتوي على أربعة أرقام اعشارية بأن يكون هكذا ٢٥٠٠٠٠ ثم قل حيث ان عدد ١٥٨ هو المقدار

نضع العدد المقرض على وجه بحيث يحتوى على ٦ أرقام اعشارية بأن
يكون هكذا ٥٧٠٠٠٠٠٠ ثم احذف الشرطة وابحث عن عدد

٧٥٤٩ الذى هو المقدار الاصغر الصحيح التقريبي لعدد $\sqrt{٥٧٠٠٠٠٠٠}$
فيكون حينئذ ٧٥٤٩ هو الجذر المطلوب

ويؤخذ من ذلك انه يمكن في استخراج جذر أى عدد صحيح بحيث يكون
هذا الجذر محتويا على واحد من الواحدات الاعشارية من منزلة معلومة
أن نضع على يمين ذلك العدد من الاصغار بقدر ضعف الارقام الاعشارية
المطلوبة في الجذر ثم نقوم بجذر العدد الموضوع بهذه الكيفية بحيث يحتوى
على واحد من الواحدات وتفصل من الجذر من الجهة اليمنى عدد الارقام
الاعشارية المطلوب ايجادها على وجه تقريبي

المثال الرابع أن يكون المطلوب تقويم جذر $\frac{١١}{١١}$ بحيث يحتوى على
ثلاثة أرقام اعشارية أى جزء من ألف من الواحد

فلاجل تفصيل تلك الارقام الثلاثة في الجذر نبحث أولا عن خارج قسمة ٥

على ١١ بشرط أن يكون خارج القسمة المذكور محتويا على ستة أرقام

اعشارية فنحصل حينئذ ٠٠٤٥٤٥٤٥٠ وحيث ان ٦٧٤ هو

المقدار الاصغر التقريبي لعدد $\sqrt{٤٥٤٥٤٥}$ فعدد ٦٧٤ هو
الجذر المطلوب

وبالجهة فلاجل استخراج جذر الكسر الاعتيادى بحيث يكون هذا

الجذر محتويا على واحد من الواحدات الاعشارية من منزلة معلومة نستخرج

خارج قسمة البسط على المقام بشرط أن يكون خارج القسمة المذكور محتويا

على ضعف الارقام الاعشارية المطلوبة في الجذر ثم نبحث عن جذر ذلك

الخارج مع الالتفات الى عدد الارقام الاعشارية المطلوب ايجادها على وجه

تقريبي

(١٦٣) اذا أريد القرب بقدر الامكان من جذر أى عدد (صحيحا) كان

أو كسرا اعتياديا أو كسرا اعشاريا) بحيث لا يبقى فيه اعداد معلوم من الارقام

الاعشارية فأجر العملية بشرط أن تزيد رقما عشريا على الجذر المطلوب
ثم تحذف هذا الرقم بموجب قاعدة قسمة ١٠٥

(١٦٤) إذا كان المطلوب تعيين جذر عدد صحيح بأقل من كسر مقل من
بسطه الواحد فابتدئ بتحويل هذا العدد إلى كسر مكافئ يكون مقامه مربع
مقام الكسر المعلوم

مثلا • إذا أردت أن تستخرج جذر ٨ بأقل من $\frac{1}{7}$ من الواحد
فلاحظ أن

$$\sqrt{\frac{392}{7}} = \sqrt{\frac{29 \times 8}{7}} = \sqrt{\frac{2}{7} \times 8} = 8$$

وحيث كان جذر ٣٩٢ منحصرا بين ١٩ و ٢٠ فجذر ٨
ينحصر بين $\frac{19}{7}$ و $\frac{20}{7}$ فبدل حينئذ كل من هذين الكسرين على جذر
٨ بأقل من $\frac{1}{7}$ من الواحد

(١٦٥) يكفي في بعض الأحيان مجرد النظر في العدد ليعرف هل هو غير مربع
فيكون جذره أصم أي غير منطوق أولا

وبيان ذلك أولا أنه حيث كانت مربعات أعداد ١ • ٢ • ٣ • ٤ • ٥ • ٦ • ٧ • ٨ • ٩
منتهية بواحد من أرقام ١ • ٤ • ٩ • ٦ • ٥ • ٠ • ٣ • ٢ • ٧ • ٨
المنتهية بواحد من أرقام ٢ • ٧ • ٨ لا تكون مربعات

وثانيا أن مربع الزوج من الأعداد يقبل القسمة على ٤ ومربع الفرد منها
لا يقبل القسمة على ٤ لأنه إذا كان العدد محتويا على عامل ٢ أو غير محتو
عليه فربما أيضا يحتوي على عامل ٢ × ٢ أولا يحتوي عليه

فعلى هذا لا يمكن أن يكون العدد الزوجي مربعا إلا إذا قبل القسمة على ٤
وثالثا أنه إذا كان العدد منتهيا ببعض أصفارا وأرقام اعشارية فربما ينتهي
بضعف تلك الأصفارا والأرقام الاعشارية

وعليه فكل عدد ينتهي بعدد فردي من الأصفارا والأرقام الاعشارية لا يكون
مربعا قطعا

وعليه فأعداد ٢٥٠ و ٢٥٠٠٠ و ٢٥٠٠ و ٢٥٠٠٠٠ ليست
مربعات وان كان عدد ٢٥ مربعا
ورابعاته اذا كان رقم الاحاد من أى عدد كان منتها بخمسة فالرقم الاولان
من جهة مربع هذا العدد العني يعادلان ٢٥
وذلك لانه حيث كان اول رقم من الجهة العني لاي مربع كان فاقباج من مربع
احاد هذا العدد فكل عدد انتهى بخمسة فرقم احاد جذره بالضرورة ينتهي
أيضا بخمسة فاذن مربع العدد المؤلف من عشرات وخمسة آحاد يتألف من
مربع العشرات الدال على مئات ومن حاصل ضرب العشرات في ضعف الخمسة
الاحاد أى في ١٠ الدال أيضا على مئات ومن عدد ٢٥ الذى هو مربع
الاحاد الخمسة

وعليه فحق كان رقم الاحاد من العدد الصحيح ٥ ولم يكن رقم عشراته ٢
لم يكن هذا العدد مربعا البته

(١٦٦) اذا كان هناك عدد لا يقبل القسمة على عدد من الاعداد الأولية التى
لا تتجاوز جذر ذلك العدد فالعدد المذكور أولى لانه لو فرض خلاف ذلك
لقبل القسمة على قاسم أكبر من هذا الجذر فيكون حينئذ خارج القسمة المتحصل
أصغر من الجذر المذكور ويقسم العدد المقروض وهو خلاف الفرض
وهذه الخاصية وسيلة الى اختصار ما سبق في غرقى ٤٨ و ٦٥ من طرق
ايجاد الاعداد الأولية وتحليل العدد الى عوامله الأولية
وبيان ذلك أولا ان يكون المطلوب تأليف جدول الاعداد الأولية وقد سبق
في غرة ٤٨ ان تلك الاعداد لا يمكن وجودها الا في أعداد

٢ * ٣ * ٥ * ٧ * ١١ * ١٣ * ١٧ * ١٩ * ٢٣ * ٢٩ * ٣١ * ٣٧ * ٤١ * ٤٣ * ٤٧
٤٩ * ٥٣ * ٥٩ * ٦١ * ٦٧ * ٧١ * ٧٣ * ٧٩ * ٨٣ * ٨٩ * ٩١ * ٩٧ * ١٠١

المخ

فبعد ان تعرف ان عددى ٢ و ٣ هما أصغر الاعداد الأولية تلاحظ انه
لاجل تخصص بل الاعداد الأولية المنحصرة بين عدد ٣ ومربعه وهو ٩

يكنى أخذ عددي ٥ و ٧ اللذين لا يقبلان القسمة على ٢ لان عدد
٣ يتجاوز جذر ٧ وحيث ان الخاصية المذكورة موجودة في كل من
عددي ٥ و ٧

وحيث عرفت اعداد ٢ و ٣ و ٥ و ٧ الاولية المحصورة بين
١ و ٩ فلاجل تحصيل الاعداد الاولية المحصورة بين ٧ ومربع ٩ الذي
هو ٨١ يكنى أن تأخذ اعداد ١١ * ١٣ * ١٧ * ١٩ *
٢٣ * ٢٩ * ٣١ * ٣٧ * ٤١ * ٤٣ * ٤٧ *
٤٩ * ٥٣ * ٥٩ * ٦١ * ٦٧ * ٧١ * ٧٣ *
٧٩ التي لا تقبل القسمة على واحد من اعداد ٢ و ٣ و ٥ و ٧
الاولية

وبهذه الطريقة تكون الاعداد الاولية المحصورة بين ٧ و ٨١ هي
١١ * ١٣ * ١٧ * ١٩ * ٢٣ * ٢٩ * ٣١ *
٣٧ * ٤١ * ٤٣ * ٤٧ * ٥٣ * ٥٩ * ٦١ *
٦٧ * ٧١ * ٧٣ * ٧٩ *

وبهذه الطريقة أيضا تحصل جميع الاعداد الاولية المحصورة بين ٧٩
ومربع ٨١ الذي هو ٦٥٦١ وعلم جزأ
وثانيًا انه لايجل تحليل العدد الى عوامله الاولية تستعمل قاعدة غرة ٦٥
بشرط أن لا تختبر القوائم الا بالاعداد الاولية التي لا يتجاوز جذر مربع العدد
المفروض

• (الفصل الثاني) •

• (في بيان المكعبات وجذورها) •

(١٦٧) حاصل ضرب ثلاثة عوامل مساوية لعدد معلوم (ومتساوية)
يسمى مكعب ذلك العدد أو يسمى القوة الثالثة (كافي غرة ٢٣) والعدد
الذي اذا أخذ عاملاً ثلاث مرات عين العدد المفروض يسمى جذر المكعب
للعهد المذكور أو يسمى جذر القوة الثالثة

فعلى هذا مكعب ٧ هو عدد ٢٤٣ الناتج من ضرب ثلاثة عوامل متساوية وهي ٧ و ٧ و ٧ وجذر مكعب ٢٤٣ هو ٧

ولاجل الدلالة على مكعب العدد يوضع رقم ٣ فوق ذلك العدد من الجهة اليمنى

والدلالة على جذر مكعب العدد يوضع ذلك العدد تحت هذه العلامة ^٣

فعلى هذا رقم ^٣ يدل على مكعب ٧ و ^٣ ٨ يدل على جذر مكعب ٨

(١٦٨) حيث ان مكعب أعداد ١ و ١٠ و ١٠٠ الخ هو ١ و ١٠٠٠ و ١٠٠٠٠٠ الخ فلا بد أن يكون جذر مكعب الأعداد المنصورة بين عددي ١ و ١٠٠٠ وعددي ١٠٠٠ و ١٠٠٠٠٠ الخ منحصرا بين عددي ١ و ١٠ وعددي ١٠ و ١٠٠ الخ وعليه فلي لم يحتو مكعب العدد الصحيح على أكثر من ٣ أرقام فجذر مكعب ذلك العدد لا يحتوى الا على رقم واحد ومتى احتوى ذلك المكعب على ٤ أو ٥ أو ٦ أرقام فجذر مكعبه يحتوى على رقمين وهلم جرا
(بيان جذر مكعب الأعداد الصحيحة)

(١٦٩) حيث ان مكعب الأعداد الصحيحة ذات الرقم الواحد أقل من ١٠ أى من ١٠٠٠ فجذور مكعباتها تستخرج بواسطة هذا الجدول وهو

جذور المكعبات ١* ٢* ٣* ٤* ٥* ٦* ٧* ٨* ٩*

المكعبات ١* ٨* ٢٧* ٦٤* ١٢٥* ٢١٦* ٣٤٣* ٥١٢* ٧٢٩*

ولامانع أيضا من استعمال هذا الجدول في تعيين جذر مكعب المكعب الاكبر

الموجود في عدد منحصرين مكعبات ١* ٨* ٢٧* ٦٤*

١٢٥* ٢١٦* ٣٤٣* ٥١٢* ٧٢٩*

١٠٠٠

مثلا * حيث ان عدد ٢٢٩ واقع بين ٢١٦ و ٢٤٣ أعني بين
 ٢ و ٣ فحذر مكعب مكعبه الا كبيرا المتعصر في ٢٢٩ هو ٦
 (١٧٠) اذا أردت أن تستخرج جذر مكعب عدد صحيح أكبر من ١٠٠٠
 فابحث أولا عن كيفية انحصار أجزاء الجذر في المكعب بان تلاحظ لاجل ذلك
 أن الجذر ينحل الى عشرات وآحاد وحيث ان مربع العدد المؤلف من عشرات
 وآحاد يحتوي على ثلاثة أجزاء * وهي مربع العشرات وضعف العشرات
 مضروبا في الآحاد ومربع الآحاد (كما في غمرة ١٦٧) فلاحظ استخراج
 مكعب ذلك العدد يعني أن تضرب هذا المربع في العدد المقروض فاذا ضربت
 أجزاء المربع الثلاثة كلا على حدة في عشرات العدد المقروض وآحاده فحصل
 معك ستة حواصل برتبة

أحدها مكعب العشرات الدال على الالوف * وثانيها ضعف حاصل ضرب
 العشرات في الآحاد مضروبا في العشرات وهو يؤل الى ضعف مربع العشرات
 مضروبا في الآحاد وهذا الحاصل يدل على المئات * وثالثها مربع الآحاد
 مضروبا في العشرات وهو يعادل حاصل ضرب العشرات في مربع الآحاد
 وهذا الحاصل يدل على العشرات * ورابعها مربع العشرات مضروبا في الآحاد
 وهو يدل على المئات أيضا * وخامسها ضعف حاصل ضرب العشرات في الآحاد
 مضروبا في الآحاد وهو يؤل الى ضعف العشرات مضروبا في مربع
 الآحاد وهذا الحاصل يدل على العشرات أيضا * وسادسها مربع الآحاد
 مضروبا في الآحاد وهو عبارة عن مكعب تلك الآحاد وهذا الحاصل يدل
 على الآحاد

فعدد المئات (الموجودة في الحاصل الأول والرابع) يؤل الى ثلاثة أمثال
 مربع العشرات مضروبة في الآحاد وعدد العشرات (الموجودة في الحاصل
 الثالث والخامس) يؤل الى ثلاثة أمثال العشرات مضروبة في مربع
 الآحاد

(١٧١) ينتج عما ذكرناه أن مكعب العدد المؤلف من عشرات وآحاد يحتوي

على أربعة اجزاء • وهي مكعب العشرات • وحاصل ضرب ثلاثة أمثال مربع
العشرات في الاتحاد • وحاصل ضرب ثلاثة أمثال العشرات في مربع الاتحاد
• ومكعب الاتحاد • وهذه الاجزاء الاربعة تدل بالتوزيع على الوف ومئات
وعشرات وآحاد

وعليه فمكعب ٦٤ مركب من أربعة اجزاء • أحدها عدد ٢١٦ من
الآلاف وهو مكعب ٦ التي هي عشرات ٦٤ • وثانيها ثلاثة أمثال عدد
٢٦ من المئات وهو مربع ٦ من العشرات مضروباً في أربعة من
الاتحاد أعني أنه مركب من ٤٣٢ من المئات • وثالثها ثلاثة أمثال ٦
من العشرات مضروبة في مربع ٤ من الاتحاد أعني أنه مركب من ٢٨٨
من العشرات • ورابعها عدد ٦٤ الذي هو مكعب ٤ من
الاتحاد • ويجمع هذه الاجزاء الاربعة وهو ٢٦٢١٤٤ يدل على
مكعب ٦٤

وإذا أردت تحصيل مكعب ٦٤٩ فلك أن تجعل هذا العدد الى عدد
٦٤ من العشرات زائداً ٩ من الاحاد فيتركب المكعب المطلوب من
أربعة اجزاء أحدها عدد ٢٦٢١٤٤ من الآلاف وهو مكعب ٦٤
التي هي عشرات ٦٤٩ • وثانيها ثلاثة أمثال مربع ٦٤ من العشرات
وهي ٤٠٩٦ من المئات مضروبة في ٩ من الاحاد أي ١١٠٥٩٢
من المئات • وثالثها ثلاثة أمثال ٦٤ من العشرات مضروبة في عدد ٨١
الذي هو مربع ٩ من الاتحاد أي ١٥٥٥٢ من العشرات • ورابعها
عدد ٧٢٩ وهو مكعب ٩ من الاتحاد يجمع هذه الاجزاء الاربعة
وهو ٢٧٢٣٥٩٤٤٩ هو مكعب ٦٤٩

(١٧٢) ولين الآن كيفية استخراج جذر مكعب العدد الصحيح (بذكر مثالين)

فنقول

المثال الاول أن يكون المطلوب استخراج جذر مكعب ٢٦٢١٤٤ فتضع صورة
العملية هكذا

المكعب	٢٦٢ ١٤٤	٦٤	جذر المكعب
	٢١٦	$108 = 3 \times 6^3$	
الباقى الأول	٤٦١ ٤٤	٤٣٢٠٠	
	٤٦١ ٤٤	٢٨٨٠	
الباقى الثانى	٦٤	
		٤٦١٤٤	

ثم تقول حيث ان مكعب عشرات الجذر من منزلة الالف لا يمكن وجوده
 الا فى عدد ٢٦٢ الذى هو الالف ٢٦٢١٤٤ (تفصل الارقام
 الثلاثة الاول من عدد ٢٦٢١٤٤ من الجهة اليمنى بفواصل قائم كالالف)
 وتقول حيث ان عدد ٢٦٢ واقع بين ٢ و ٣ فيخرج من ذلك ان عدد
 ٢٦٢ الذى يكون واقعا بين ٢ آلاف و ٣ آلاف غير ان هذين
 العددين اعنى ٢٦٢ الفاو ٣ آلاف يتفاوتان ولو بالف فيكون
 بالضرورة عدد ٢٦٢١٤٤ المؤلف من عدد ٢٦٢ المتفاوتة
 ١٤٤ من الاتحاد منصرابين ٢ آلاف و ٣ آلاف اعنى بين مكعب ٦
 من العشرات ومكعب ٧ من العشرات ايضا فيكون حينئذ جذر مكعب
 ٢٦٢١٤٤ منصرابين ٦ من العشرات و ٧ من العشرات فهو
 على ذلك مركب من ٦ عشرات وبعض اتحاد اقل من ١٠ فاذا
 اردت تحصيل هذه الاتحاد فاطرح من ٢٦٢١٤٤ عدد ٢١٦
 القال الذى هو مكعب عشرات الجذر فبما الباقى وهو ٤٦١٤٤ لا يحتوى
 الاعلى ثلاثة امثال مربع عشرات الجذر التى هى ٦ مضروبة فى الاتحاد
 وعلى ثلاثة امثال ٦ من العشرات مضروبة فى مربع الاتحاد وعلى مكعب
 الاتحاد ولما كان حاصل ضرب ثلاثة امثال مربع ٦ من العشرات فى الاتحاد
 مئات ممكن ان لا يمكن وجوده الا فى عدد ٤٦١ الذى هو مئات الباقى

وهو ٤٦١٤٤ (فتفصل حينئذ الرق من الاواين من هذا الباقي بالقاسل المتقدم)
وهذه المئات تحتوي على المئات المتحصرة في جزء المكعب الاخيرين غير
أن ثلاثة أمثال مربع ٦ من العشرات هو ١٠٨ فإذا قسمت حينئذ ٤٦١
من المئات على ١٠٨ من المئات أيضاً ٤٦١ على ١٠٨ دل خارج
القسمة وهو ٤ من الآحاد على رقم آحاد الجذر أو على رقم أكبر منه

ولاجل اختبار رقم ٤ يمكن أن تطرح ٦٤^٣ من ٢٦٢١٤٤ فيدل
حينئذ الصفر الباقي على أن عدد ٦٤ هو الجذر الحقيقي المكعب
٢٦٢١٤٤

وحيث أن أول باق وهو ٤٦١٤٤ يساوي ٢٦٢١٤٤ - ٦٠
توصلوا الى هذه النتيجة بطريقة مختصرة حيث طرحوا من الباقي وهو
٤٦١٤٤ مجموع الاجزاء الثلاثة الاخيرة من مكعب ٦٤ وهذه الاجزاء
هي ٤٣٢ من المئات و ٢٨٨ من العشرات و ٦٤ من الآحاد
تنبه حيث ان ما ذكرناه من البراهين في تعيين عشرات جذر المكعب المطلوب
يمكن العمل بمقتضاه في أي عدد كان ينتج من ذلك أن جذر مكعب المكعب الاكبر
المتحصري الوف عدد من الاعداد يتعين به دائماً عشرات جذر مكعب هذا
العدد

المثال الثاني أن يكون المطلوب استخراج جذر مكعب ٢٧٢٣٥٩٤٤٩
فتضع صورة العملية هكذا

المكعب ٢٧٢٣٥٩٤٤٩			٦٤٩	الجذر
٢١٦				
الباقي الاول ٥٧٣/٥٩				
٤٦١ ٤٤				
الباقي الثاني ١١٢١٥٤/٩				
١١٢١٥٤٤٩				
الباقي الثالث				
٥٨٦٢٥			٢٦١٤٤	١١٢١٥٤٤٩
١٢٥			٦٤	٧٢٩
٤٥٠٠			٢٨٨٠	١٠٥٥٢٠
٥٤٠٠٠			٤٣٢٠٠	١١٠٥٩٢٠٠
اختبار رقم ٥			اختبار رقم ٤	اختبار رقم ٩
١٠٨ = ٣ × ٦ ^٢			١٢٢٨٨ = ٣ × ٦٤ ^٢	

ثم تقول حيث ان العدد المقروض محتوي أكثر من ثلاثة أرقام جذر مكعبه
يحتوي على عشرات لا يمكن أن يكون مكعبها الا برقم من ٢٧٣٣٥٩ التي
هي الوف لعدد ٢٧٣٣٥٩٤٤٩ (فتفصل الارقام الثلاثة الاول من بين
٢٧٣٣٥٩٤٤٩ بفصل قائم كالف كما سبق)

وحيث ان جذر مكعب المكعب الاكبر المنصرف في ٢٧٣٣٥٩ يدل على
عشرات جذر المكعب المطلوب فالمسئلة تؤل الى تعيين جذر مكعب عدد
٢٧٣٣٥٩ الذي هو أقل من العدد المقروض بثلاثة أرقام (فلذا تفصل
ثلاثة أرقام من بين ٢٧٣٣٥٩ بالفصل المتقدم) فيكون حينئذ عدد ٦
الذي هو جذر مكعب المكعب الاكبر وهو ٢١٦ المنصرف في ٢٧٣ هو
أول رقم من الجهة اليسرى من أرقام الجذر المطلوب المتألف بناء على ذلك من
ثلاثة أرقام

وبهذه الكيفية يؤل الامر الى تقسيم العدد المقروض بالابتداء من الجهة اليمنى
الى فصول كل منها يحتوي على ثلاثة أرقام (وربما احتوى الاخير منها على
أقل من ثلاثة) ومتى كان العدد المقروض مكعبا حقيقيا دل عدد الفصول على
عدد أرقام الجذر وذلك مطابق لما أسلفناه في عمدة ١٦٨

واذا أبريت العملية كما في المثال الاول ظهر لك (بعد اختبار رقمي ٥ و ٤)
أن جذر مكعب المكعب الاكبر المنصرف في ٢٧٣٣٥٩ هو ٦٤ وأن

التفاضل بين ٢٧٣٣٥٩ و ٦٤ هو ١١٢١٥ فيكون حينئذ
جذر مكعب ٢٧٣٣٥٩٤٤٩ مؤلفا من ٦٤ من العشرات ومن
بعض آحاد يعبر عنها برقم واحد فقط

ولاجل تعيين رقم آحاد الجذر المطلوب تبحث عن التفاضل بين ٢٧٣٣٥٩٤٤٩

ومكعب ٦٤ التي هي عشرات الجذروتة وتوصل الى ذلك بطرح ٦٤٠ من
٢٧٣٣٥٩٤٤٩ ومنه يخرج الباقي الثاني وهو ١١٢١٥٤٤٩ لكن
يسهل استخراج هذا الباقي بملاحظة انه لما كان عدد ١١٢١٥ هو

التفاضل بين ٢٧٣٣٥٩ و ٦٤^٣ حسبما اقتضته العملية التي تجت عنها

عشرات الجذور هي ٦٤^٣ أمكن تحصيل التفاضل بين ٢٧٣٣٥٩٤٤٩ و ٦٤٠^٣ بتزويل فصل ٤٤٩ على عين ١١٢١٥

وحيث ان الباقي الثاني وهو ١١٢١٥٤٤٩ مساو لعدد ٢٧٣٣٥٩٤٤٩

٦٤٠^٣ فهو محتوي على الاجزاء الثلاثة الاخيرة من مكعب الجذر المطلوب

وهي ٣ أمثال مربع ٦٤ من عشرات الجذر مضروبة في رقم الاتحاد

المجهول و ٣ أمثال ٦٤ من العشرات مضروبة في مربع رقم الاتحاد

المجهول ومكعب الاتحاد ولما كانت ثلاثة أمثال مربع ٦٤ من العشرات

وهي ١٢٢٨٨ من المئات مضروبة في رقم اتحاد الجذر عبارة عن مئات

ممكن لا يمكن وجودها الا في ١١٢١٥٤ التي هي مئات الباقي وهو

١١٢١٥٤٤٩ (فلذا يفصل الرقمان الاولان من عين ١١٢١٥٤٤٩

بالحاصل السابق)

وزيادة على ذلك تحتوي تلك المئات على المئات المنصورة في جزئ المكعب

الاخيرين فاذا قسمت حيث شد ١١٢١٥٤ على ١٢٢٨٨ دل عدد ٩

الذي هو اتحاد خارج القسمة على رقم اتحاد الجذر وأعلى رقم أكبر منه فلاجل

اختبار عدد ٩ المذكور تطرح ٦٤٩ من ٢٧٣٣٥٩٤٤٩

فيبدل الصفر الباقي على أن عدد ٦٤٩ هو الجذر الحقيقي للمكعب

٢٧٣٣٥٩٤٤٩ غير أن الاخير أن تطرح من الباقي الثاني الذي هو

١١٢١٥٤٤٩ مجموع الاجزاء الثلاثة الاخيرة من مكعب ٦٤٠ + ٩

(كما في غرة ١٧١) وهي ١١٠٥٩٢ من المئات و ١٥٥٥٢ من

العشرات و ٧٢٩ من الاتحاد وحيث كان الباقي صفر ادل على أن عدد

٦٤٩ هو الجذر الحقيقي للمكعب ٢٧٣٣٥٩٤٤٩

وهذان المثالان بكفيان في معرفة استخراج جذر مكعب العدد الصحيح

(١٧٣) كل عالية أبريتها في استخراج جذر المكعب ترى فيها أن كل باق

يساوى العدد الذى يبحث عن جذره مكعبه ناقصا مكعب الجزء الذى تم وصل
في الجذر وذلك لانك تتوصل الى هذا الباقي بطريقك على التوالى جميع اجزاء
مكعب العدد المتوصل في الجذر من العدد المفروض ومتى اختلف ذلك فالعملية
فاسدة

(١٧٤) اذا وقع جذر مكعب العدد الصحيح بين عددين صحيحين متواليين
فهذا الجذر وان وجد في نفسه لا يمكن تعيينه على التحقيق باى عدد كان وذلك
ان هذا الجذر ليس عددا صحيحا ولا يمكن ان يكون كسرا لان مكعب الكسر
الاصم لا يمكن ان يكون عددا صحيحا (كافى غمرة ٨٤) فلذا قيل ان هذا الجذر
أصم (كافى غمرة ١٥٤)

(١٧٥) اذا كان المطلوب استخراج جذر مكعب اى عدد صحيح أجريت
العملية في هذا العدد كالمكان مكعبا فان لم يكن الباقي الاخير المثل لرقم اتحاد
جذر المكعب صفرا كان الجذر المطلوب أصم ودل العدد المتوصل في الجذر على
جذر مكعب المكعب الاكبر المنحصر في العدد المفروض

مثلا * حيث انه ينتج عن استخراج جذر مكعب 2723260308
ما يساوى ٦٤٩ من الاتحاد في الجذر ويبقى ٩٠٩ فهذا الجذر أصم

والباقي الذى هو ٩٠٩ يساوى $2723260308 - 649^3$ ويدل
عدد ٦٤٩ على جذر مكعب المكعب الاكبر المنحصر في 2723260308

فعلى هذا يكون عدد 2723260308 واقع بين ٦٤٩ و ٦٥٠
(١٧٦) اذا فرضت عددا يتصل الى جزئين حيثما اتفق وضربت مربع
بمجموع هذين الجزئين في نفس ذلك المجموع على ما تقدم في قاعدة ١٥٦
دل الحاصل على مكعب هذا المجموع ورأيت أن مكعب اى مجموع مركب
من جزئين يتألف من مكعب الجزء الاول ومن حاصل ضرب ثلاثة امثال مربع
الجزء الاول في الثانى ومن حاصل ضرب ثلاثة امثال الجزء الاول في مربع الجزء
الثانى ومن مكعب الجزء الثانى

مثلا • حيث ان ٦٤٩ يساوى ٦ من المئات زائدا ٤٩ من
 الآحاد فكعب ٢٧٣٣٥٩٤٤٩ يكون مؤلفا من عدد ٢١٦
 مائونا الذى هو مكعب ٦ من المئات • ومن ثلاثة امثال مربع ٦ من
 المئات مضروبة فى ٤٩ من الآحاد • اى من ٥٢٩٢ من عشرات
 الالوف • ومن ثلاثة امثال ٦ من المئات مضروبة فى مربع ٤٩ من الآحاد
 اى من ٤٢٢١٨ من المئات • ومن عدد ١١٧٦٤٩ الذى هو
 مكعب ٤٩ من الآحاد

(٧٧) دائم يكن الب فى المقابل لجذر المكعب المتحصل اقل من ثلاثة امثال
 مربع هذا الجذر زائدة ثلاثة امثال الجذر زائدة ١ فالجذر المتحصل يكون
 صغيرا جدا ولو بواحد وان كان الباقى المذكور اقل من ثلاثة امثال مربع الجذر
 المتحصل زائدة ثلاثة امثال هذا الجذر زائدة ١ فالجذر المتحصل لا يمكن أن
 يضاف اليه واحد وذلك أنك لو فرضت فى قاعدة ١٧٦ أن الجزء الثانى
 يساوى ١ رأيت أن العدد اذا زاد بقدر ١ زاد مكعبه بقدر ثلاثة امثال
 مربع هذا العدد وبقدر ثلاثة امثال العدد المذكر وبقدر ١

مثلا اذا اردت أن تستخرج جذر مكعب ٢٧٣٣٥٩ ووضعت فى الجذر
 ٦٣ فالباقي المقابل وهو ٢٣٣١٢ أكبر من $٣ \times ٦٣ + ٣ \times ٦٣ + ١$
 اى أكبر من ١٢٠٩٧ وهذا دليل على أن الجذر وهو ٦٢ صغير جدا
 ولو بواحد

• (بيان تكعيب الكسور الاعتيادية) •

• (والاعداد الاعشارية واستخراج جذرها) •

(١٧٨) مكعب الكسر الاعتيادى يتحصل بتكعيب كل من البسط والمقام
 على حدة

مثلا • مكعب $\frac{٤}{٥}$ هو $\frac{٤}{٥} \times \frac{٤}{٥} \times \frac{٤}{٥}$ او $\frac{٤^٣}{٥^٣}$ اى $\frac{٦٤}{١٢٥}$

(١٧٩) اذا اردت أن تستخرج جذر مكعب الكسر الاعتيادى فخذ جذر

مكعب كل من البسط والمقام على حدته وهذا ناتج من القاعدة المتقدمة

$$\text{فعلى هذا } \sqrt[3]{\frac{64}{125}} = \frac{\sqrt[3]{64}}{\sqrt[3]{125}} = \frac{4}{5}$$

ويمكن دائماً ترجيع العملية الى استخراج جذره مكعب عاد واحد بان تضرب
اقل احدى الكسرين في مربع مقامه لأن

$$\sqrt[3]{\frac{44}{1}} = \sqrt[3]{\frac{44}{1}} = \sqrt[3]{\frac{2 \times 11}{1 \times 1}} = \sqrt[3]{\frac{22}{1}}$$

وحيث ان المقدر الاصغر التقريبي الصحيح لعدد $\sqrt[3]{44}$ هو ٣ فحذر
المكعب الذي هو $\frac{1}{27}$ يساوى $\frac{1}{27}$ تقريبا

(١٨٠) مكعب الاعداد الاعشارية يتحصل بتكعيب هذا العدد بقطع النظر
عن الشرطة ثم تفصل عدة ارقام اعشارية من ارقام المكعب بقدر ثلاثة امثال
ما يوجد منها في العدد الاعشاري المقروض ويكون الفصل من الجهة اليمنى
وهذا ناتج من القاعدة المتقدمة (في غرة ٩٨) المعلقة بضرب الاعداد
الاعشارية وعليه فعدد ارقام المكعب الاعشارية تكون دائماً مكرر ٣

مثلاً * اذا اردت تكعيب ٦٤٩ فحصل مكعب عدد ٦٤٩ وهو
٢٧٣٣٥٩٤٤٩ ثم افصل عن يمين هذا المكعب ستة ارقام اعشارية
فيكون عدد ٢٧٣٣٥٩٤٤٩ الناتج هو المكعب المطلوب

(١٨١) اذا اريد استخراج جذر مكعب العدد الاعشاري يكفي أن نستخرج
جذر مكعب العدد الصحيح الذي ينتج بعد حذف الشرطة من العدد المقروض
ثم تفصل من جهة الجذر اليمنى عدة ارقام اعشارية بقدر ما يوجد من الاحاد
في ثلث عدد الارقام الاعشارية الموجودة في المكعب المقروض وذلك ناتج من
قاعدة النرة السابقة (ولتأمل لذلك بمنالين)

المثال الاول أن يكون المطلوب استخراج جذر مكعب ٢٧٣٣٥٩٤٤٩

وهو ٢٠٦١ فيكون حينئذ ٢٠٦١ هو الجذر المطلوب
ويؤخذ من ذلك انه يكفي في استخراج جذر مكعب أى عدد صحيح بحيث يكون
هذا الجذر تقريبا محتويا على وحدة من الوحدات العشرية من منزلة معلومة
أن تضع على عين هذا العدد من الاصفار بقدر ثلاثة امثال الارقام العشرية
المطلوبة في الجذر ثم تقوم جذر مكعب العدد الموضوع به هذه الكيفية بحيث
يبلغ تقريبا جزءا من الواحد ثم تنصل من جهة هذا الجذر العيني عدد الارقام
العشرية المذكورة في نتيجة التقريرية المطلوبة

المثال الرابع أن يكون المطلوب استخراج جذر مكعب $\frac{7}{11}$ بحيث يبلغ تقريبا
جزءا من مائة من لواحد فابحث عن خارج قسمة ٧١ على ٢٢ بحيث
يحصل هناك ستة ارقام عشرية بأن يكون العدد هكذا ٣٢٢٧٢٧٢ ر ٣
وحيث ان جذر مكعب ٣٢٢٧٢٧٢ ر ٣ وهكذا من الاعداد العشرية
هو ١٤٧ ر ١ وهكذا من الاعداد العشرية فعدد ١٤٧ ر ١ هو الجذر
المطلوب

وبالجملة فلاجل استخراج جذر مكعب الكسر الاعتيادي بحيث يكون هذا
الجذر تقريبا محتويا على وحدة من الوحدات العشرية من منزلة معلومة
تستخرج خارج قسمة البسط على المقام بشرط أن يكون خارج القسمة المذكور
محتويا على ثلاثة امثال الارقام العشرية المطلوبة في الجذر ثم تبحث عن جذر
مكعب ذلك الخارج مع الالتفات الى عدد الارقام العشرية اللازمة للنتيجة
التقريرية المطلوبة

(١٨٣) اذا أريد القرب بقدر الامكان من جذر مكعب أى عدد (صحيحا كان
او كسرا اعتياديا او اعشاريا) بحيث لا يبقى فيه الا عدد معلوم من الارقام
العشرية فأجر العملية بشرط أن تزيد رقبا اعشاريا على الجذر ثم احذف
هذا الرقم بموجب ما تقدم في غمرة ١٠٥

(١٨٤) اذا كان المطلوب تعيين جذر مكعب عدد صحيح باقل من كسر مفروض
بسطة الواحد فابتدئ بتحويل هذا العدد الى كسر مكافئ يكون مقامه مكعب

مقام الكسر المفروض

مثلاً • اذا أردت أن تستخرج جذر مكعب ٥ باقل من $\frac{1}{7}$ من الواحد

$$\sqrt[3]{\frac{1710}{7}} = \sqrt[3]{\frac{1710}{3}} = \sqrt[3]{\frac{570}{1}} = \sqrt[3]{570}$$

وحيث كان جذر مكعب ١٧١٥ منحصرا بين ١١ و ١٢ فجذر مكعب ٥ ينحصر بين $\frac{11}{7}$ و $\frac{12}{7}$ فبدل حينئذ كل من هذين الكسرين

على $\sqrt[3]{5}$ باقل من $\frac{1}{7}$ من الواحد

(١٨٥) لا يكون العدد الزوي مكعبا الا اذا قبل القسمة على ٨ وكذا لا يكون العدد المنتهي باصفار أو بأرقام اعشارية مكعبا الا اذا كان عدد تلك الاصفار أو الأرقام الاعشارية من مكررات ٣ ويبرهن على هذه الخواص بمثل ما سبق من البراهين في غرة ١٦٥

• (الفصل الثالث) •

• (في بيان القوى وجذورها) •

(١٨٦) اذا ضربت كمية في نفسها عدة مرات لحاصل الضرب هو قوة هذه الكمية ولاجل غير القوى من بعضها يقال القوة الثانية والثالثة والرابعة وهكذا على حسب ما تعتبره في الكمية من كونها عاملا مرتين أو ثلاثة أو أربعة وهكذا كما في غرة ٢٣

واذا ضربت الكمية في نفسها عدة مرات لاجل تصيل القوة قبل تلك الكمية جذر هذه القوة

واذا اعتبرت الكمية عاملا مرتين أو ثلاثة أو أربعة أو أكثر لاجل تصيل كمية أخرى قبل تلك الكمية جذر القوة الثانية أو الثالثة أو الرابعة وهكذا هذه الكمية الأخيرة

فيقال على هذا حيث ان القوة الرابعة لعدد ٢ هي حاصل ضرب هذا العدد في نفسه أربع مرات وهو ١٦ فجذر هذه القوة هو عدد ٢

وقد سبق (في غرقى ٢٣ و ١٤٠) بيان كيفية الدلالة على قوة الكمية
والفرض الآن بيان جذر درجة الكمية في موضع لاجل ذلك فوق الكمية
المذكورة هذه العلامة $\sqrt[4]{\quad}$ المسماة بعلامة الجذر ويوضع بين اقتراحها
العلامة الدالة على الجذر وهو العدد الدال على درجته فعلى هذا إذا أريد بيان

الجذر الرابع لعدد ١٦ وضع هكذا $\sqrt[4]{16}$ وقيل لرقم ٤ علامة
الأصل أو دليل الجذر

ثم ان كيفية ايجاد القوة لعدد من الاعداد ليس فيها عسر ولا صعوبة اذ يكفي
في ذلك أن تستخرج حاصل ضرب عدة اعداد مساوية لذلك العدد فيقال مثلا

ان قوة $\frac{3}{7}$ الرابعة المعبر عنها بـ $(\frac{3}{7})^4$ هي $\frac{3}{7} \times \frac{3}{7} \times \frac{3}{7} \times \frac{3}{7}$

او $\frac{3 \times 3 \times 3 \times 3}{7 \times 7 \times 7 \times 7}$ (كما في غرة ٨٢) او $\frac{81}{2401}$ اي $\frac{3}{7}$

ويؤخذ من ذلك انه يكفي في رفع الكسر الاعتيادي الى قوة ما أن ترفع الى هذه
القوة $\frac{3}{7}$ كلام من البسط والمقام على حدته

وينتج من ذلك انه يكفي في تحصيل جذر درجة الكسر الاعتيادي أن تستخرج
جذر كل من البسط والمقام على حدته (اعني جذر هذه الدرجة)

فعلى هذا

$$\sqrt[4]{\frac{81}{2401}} = \frac{\sqrt[4]{81}}{\sqrt[4]{2401}} = \frac{3}{7}$$

واذا لم تحتو علامة الجذر المطلوب استخراجها على عوامل اولية غير ٢ و ٣
فطريق تحصيل هذا الجذر أن تستخرج على التوالي الجذور التربيعية
والتكعيبية (وتمثل لذلك بأربعة أمثلة فنقول

المثال الاول أن يكون المطلوب تعيين الجذر الرابع لعدد ٨١
فتأخذ جذر مربع ٨١ وهو ٩ ثم جذر مربع ٩ وهو ٣ فيكون ٣
هو الجذر المطلوب

وذلك لانه بموجب ابراء العملية ترى أن $٩ = ٣$ وأن $٨١ = ٩$

$$\times ٩ = ٣ \times ٣ = ٩ \text{ كما تقدم في غمرة } ٢٤$$

المثال الثاني: يكون المطلوب، تحصيل الجذر الرابع لعدد ١٠ بحيث يكون

محتويا على ستة عشر رقعا عشريا قسما أخذ جذر مربع $\sqrt{١٠}$ بحيث

أن هذا الجذر يلزم أن يحتوي على ستة عشر رقعا عشريا بالجذر $\sqrt{١٠}$

يلزم أن يحتوي أيضا على ٢×١٦ أي ٣٢ رقعا عشريا (كاسبق

في غمرة ١٦٤) فتستخرج حينئذ جذر $\sqrt{١٠}$ بحيث يكون محتويا

على اثنين وثلاثين رقعا عشريا بأن يكون هكذا

$$\sqrt{١٠} = ٣١٦٢٢٧٧٦٦٠١٦٨٣٧٩٣٣١٩٩٨٨٩٣٥٤٤٤٣٢٧١$$

ثم تستخرج جذر مربع هذا العدد الأخير بحيث يكون محتويا على ١٦ رقعا

عشريا بأن يكون هكذا

$$\sqrt[٤]{١٠} = ٣٨٩٢٢٨٠٠٠١٧٧٨٢٧٩٤١٠$$

وهذا الجذر هو

المطلوب

المثال الثالث أن يكون المطلوب تحصيل الجذر الثامن لعدد ٦٥٦١

فبما أن أولاً من جذر مربع ٦٥٦١ وهو ٨١ ثم عن جذر مربع ٨١

وهو ٩ ثم عن جذر مربع ٩ وهو ٣ فبدل هذا العدد الأخير على الجذر

المطلوب لانه بموجب ابراء العملية ترى أن $٩ = ٣$ وأن $٨١ = ٩$

$$= ٣ = ٣ \times ٣ = ٩ \text{ وأن } ٦٥٦١ = ٨١ \times ٨١ = ٨١ \times ٨١$$

$$= ٨١$$

المثال الرابع أن يكون المطلوب تعيين الجذر السادس لعدد ٦٤ فتأخذ أولاً

جذر مربع ٦٤ وهو ٨ ثم جذر مكعب ٨ وهو ٢ فيكون هذا العدد

الأخير هو الجذر المطلوب

وذلك أن $8 = 2^3$ و $64 = 8 \times 8 = 2^6$ و $2^6 = 2^3 \times 2^3 = 8 \times 8$

وبمثل هذه الطريقة تتوصل الى هذه النتائج وهي

وهكذا $\sqrt[8]{10} = \sqrt[2]{\sqrt[4]{10}} = \sqrt[2]{1.7782794100389228}$

من الاعداد الاعشارية $= 1.333502143$ وهكذا من الاعداد

الاعشارية و $\sqrt[16]{10} = \sqrt[4]{1.333502143}$ وهكذا من

الاعداد الاعشارية $= 1.047$ وهكذا من الاعداد الاعشارية

و $\sqrt[4]{10} = \sqrt[2]{1.333502143}$ وهكذا من

الاعداد الاعشارية

واذا أردت استخراج الجذور التي تحتوى علامتها على عوامل اولية غير عاملي

٢ و ٣ فعليك بعلم الجبر

- (الباب السابع) •
- (في بيان النسبة والمناسبة والمتواليات) •
- (وفيه أربعة فصول) •

- (الفصل الأول) •
- (في بيان النسبة العددية والهندسية) •

(١٨٧) النسبة العددية ويقال لها التقاضية هي باقى الطرح بين كيتين •
 واما النسبة الهندسية فهي خارج قسمة كيتين على بعضهما فعلى هذا تكون
 النسبة العددية بين ١٨ و ٦ مثلاً هي ١٨ - ٦ او ١٢ والنسبة
 الهندسية بين ١٨ و ٦ هي $\frac{١٨}{٦}$ او ٣ وهذان العددان اعنى ١٨
 و ٦ هما احداً كل من هاتين النسبتين • فالحد الاول وهو ١٨ يسمى
 المقدم والثانى وهو ٦ يسمى التالى

(١٨٨) لا تتغير النسبة العددية بزيادة الحدين او نقصهما بمقدار واحد لان
 العددين اذا زاد اياكمية واحدة ونقصا كذلك فباقى طرحهما لا يتغير فعلى هذا
 تكون النسبة العددية بين ٧ و ٥ مساوية للنسبة العددية بين ٧ + ٤
 و ٥ + ٤ او ١١ و ٩ لان ٧ - ٥ = ٢ = ١١ - ٩

(١٩٨) لا تتغير النسبة الهندسية بضرب الحدين فى عدد واحد او قسمتهما
 عليه لان خارج القسمة لا يتغير بضرب المقسوم والمقسوم عليه فى عدد واحد
 ولا يقسمتهما عليه (كافى غرة ٢٥)

فعلى هذا تكون النسبة الهندسية بين ٧ و ٣ هي عين النسبة الهندسية
 بين ٧ × ٤ و ٣ × ٤ او ٢٨ و ١٢ لان خارج قسمة
 ٧ على ٣ هو عين خارج قسمة ٧ × ٤ على ٣ × ٤

- (الفصل الثانى) •
- (في بيان المناسبة العددية والهندسية) •

(١٩٠) المناسبة هي اجتماع نسبتين متساويتين • ولتأمل لذلك فنقول

حيث ان النسبة العددية بين ٧ و ٥ مساوية للنسبة العددية بين ١١ و ٩
فهذه الاعداد اعني ٧ و ٥ و ١١ و ٩ يتألف منها متناسبة عددية
توضع هكذا ٥٠٧ : ٩٠١١ وينطبق به هكذا ٧ الى ٥ كنسبة
١١ الى ٩

وحيث ان النسبة الهندسية بين ٧ و ٣ مساوية للنسبة الهندسية
بين ٢٨ و ١٢ فهذه الاعداد اعني ٧ و ٣ و ٢٨ و ١٢
يتألف منها متناسبة هندسية توضع هكذا ٧ : ٣ :: ٢٨ : ١٢ وينطبق بها
هكذا ٧ الى ٣ كنسبة ٢٨ الى ١٢

ويسمى المقدم والتالي الاولان بحدتي النسبة الاولى والمقدم والتالي الاخيران
بحدتي النسبة الثانية والحد الاول والرابع بالطرفين والثاني والثالث
بالوسطين

والحد الرابع من اى متناسبة كانت يسمى بالرابع المناسب للحدود
الثلاثة الاخرى ومتى كان الوسطان متساويين تسمى المتناسبة متصلة او متوالية
والحد الوسط الذي هو ٧ الموجود في متناسبة ٩٠٧ : ٧٠٥ المتصلة
هو الوسط المناسب العددي بين ٩ و ٥ وصورة وضع هذه المتناسبة
على ما جرت به عادتهم هكذا : ٩٠٧٠٥ وعدد ٩ هو الثالث
المناسب العددي لعددي ٥ و ٧

والمتناسبة ٤ : ١٢ :: ٣٦ : ١٢ تسمى متناسبة هندسية متصلة او متوالية
وتوضع عادة هكذا : ٤ : ١٢ : ٣٦ * وعدد ١٢ هو الوسط
الهندسي بين ٤ و ٣٦ * وعدد ٣٦ هو الثالث المناسب الهندسي
بين ٤ و ١٢

(بيان المتناسبة العددية) *

(١٩١) كل متناسبة عددية فمجموع الطرفين فيها يساوي مجموع الوسطين
وذلك لان المتناسبة ٥٠٧ : ٩٠١١ العددية تدل على ان نسبة ٧-٥
تساوي نسبة ١١-٩ فعلى هذا اذا أضفت الى كل من هاتين النسبتين

مجموع التالين وهو $9 + 0 = 9$ كانت التالينتان متساويتين وهما
 $7 - 0 + 0 + 9$ و $11 - 9 + 0 + 9$ لكن
 حيث ان $7 - 0 + 0 + 9$ يؤلى الى $9 + 7$
 و $11 - 9 + 0 + 9$ يؤلى الى $11 + 0$ فالمتناسبة
 $0.7 : 0.11$ ينتج منها أن $9 + 7 = 11 + 0$ وبذلك
 يثبت المطلوب

(١٩٢) اذا ساوى مجموع عددين مجموع عددين آخرين تألف من الاعداد
 الاربعة متناسبة عددية يكون طرفاهما احدا المجموعتين ووسطاهما المجموع الاخر
 وليكن مثلا $9 + 7 = 11 + 0$

فاذا طرح من هاتين الكميتين المتساويتين مجموع $9 + 0$ فالاعددان الباقيان
 متساويان بالضرورة غير انه يكفي في طرح $9 + 0$ من $9 + 7$ أن تطرح
 اولاً 9 من $9 + 7$ فيكون الباقي 7 ثم تطرح 0 من 7 وتعتبر
 عن باقى الطرح بهذه العبارة بان تقول $7 - 0$ وكذلك طرح
 $0 + 9$ من $11 + 0$ قطرح اولاً 0 من $11 + 0$ فيكون
 الباقي 11 ثم تطرح 9 من 11 وتعتبر عن باقى الطرح بهذه العبارة
 بان تقول $11 - 9$

فينتج حينئذ من مساواة $9 + 7 = 11 + 0$ ان $7 - 0 = 11 - 9$
 وتكون حينئذ نسبة $7 - 0$ الى العددية مساوية لنسبة $11 - 9$
 العددية ومن ذلك تتألف هذه المناسبة العددية وهي $0.7 : 0.11$
 وبذلك يثبت المطلوب

(١٩٣) اذا كان هناك اربعة اعداد غير متناسبة تناسبا عدديا فمجموع
 الطرفين لا يساوى مجموع الوسطين لانه اذا فرض أن هذين المجموعتين متساويان
 يتألف من تلك الاعداد اربعة متناسبة عددية كافي (١٩٢) وهو خلاف
 الفرض

(١٩٤) كل متناسبة عددية فالحد الرابع فيها يساوى مجموع الوسطين ناقصا الحد

الاول

وذلك انه حيث كانت متناسبة $٥٠٧ : ٩٠١١$ تفيد $٩ + ٧ = ١١ + ٥$
 فاذا طرح عدد ٧ من هاتين الكميتين المتساويتين وهما $٩ + ٧$ و $١١ + ٥$
 كان الباقيان وهما ٩ و $٥ - ١١ \times ٧$ متساويين * وعليه فعدد ٩
 الذي هو الحد الرابع من متناسبة $٥٠٧ : ٩٠١١$ يساوي مجموع الوسطين
 وهو $١١ + ٥$ ناقصا الحد الاول وهو ٧ وبذلك ثبت المطلوب
 وبمثل ذلك يبرهن على انه يمكن تحصيل أحد الوسطين بطرح الوسط الآخر من
 مجموع الطرفين

فملى هذا اذا علم من التناسبة العددية ثلاثة حدود أمكن بواسطتها استخراج
 الحد الرابع

(١٩٥) الوسط المناسب العددي بين اى عددين يساوي نصف مجموعهما لان
 مجموع العددين المقروضين يساوي بمقتضى ثمرة ١٩١ ضعف الوسط المناسب
 العددي المطلوب

وعليه فالوسط المناسب العددي بين عددي ٥ و ٩ هو نصف $٩ + ٥$
 اى ٧ وبذلك يكون

$$٧٠٥ : ٩٠٧$$

(١٩٦) صكل متناسبة عددية يمكن أن تحصل فيها التغيرات الاتية بدون
 أن تتغير تلك المساواة بين مجموع الطرفين ومجموع الوسطين كما سبق في ثمرة
 ١٩٢

مثلا حيث ان متناسبة $٥٠٧ : ٩٠١١$ تفيد $٩ + ٧ = ١١ + ٥$
 فهذه الأعداد اى ٧ و ٥ و ١١ و ٩ يتولد عنها بالتغير ثمانية
 متناسبات وهي

$٩٠٥ : ١١٠٧$	$٩٠١١ : ٥٠٧$
$٧٠٥ : ١١٠٩$	$٧٠١١ : ٥٠٩$
$١١٠٧ : ٩٠٥$	$١١٠٩ : ٧٠٥$
$٥٠٧ : ٩٠١١$	$٥٠٩ : ٧٠١١$

(بيان المتناسبة الهندسية)

(١٩٧) انما سميت المتناسبة الهندسية بهذا الاسم لانها كثيرة الاستعمال في الهندسة ومقذكرا من الان فصاعدا كلمة نسبة او متناسبة بدون قيد فالمراد الهندسية لا غير

(١٩٨) حاصل ضرب الطرفين في \equiv كل متناسبة يساوي حاصل ضرب الوسطين

وذلك انه حيث كانت متناسبة $٧ : ٣ :: ٢٨ : ١٢$ مثلاتدل على أن كسر $\frac{٢٨}{١٢} = \frac{٧}{٣}$ فينتج من التنبيه الثالث من غرة ٧٤ أن $٢٨ = ١٢ \times ٧$ وبذلك يثبت المطلوب $٣ \times$

(١٩٩) اذا كان حاصل ضرب عددين يساوي حاصل ضرب عددين آخرين تركيب من الاعداد الاربعة متناسبة طرفاها أحدا الحاصلين ووسطاها الحاصل الآخر

وذلك انه اذا كان حاصل ٧×١٢ يساوي حاصل ٢٨×٣ وقسم كل منهما على ٣×١٢ كان خارجا القسمة وهما $\frac{١٢ \times ٧}{١٢ \times ٣}$ و $\frac{٣ \times ٢٨}{١٢ \times ٣}$ متساويين فاذا حذف العامل المشترك وهو ١٢ من الكسر الاول و ٣ من الكسر الثاني حصل \equiv كسران متكافئان وهما $\frac{٧}{٣}$ و $\frac{٢٨}{١٢}$ وحيث ان نسبة $\frac{٧}{٣} = \frac{٢٨}{١٢}$ فينتج من ذلك هذه المتناسبة وهي $٧ : ٣ :: ٢٨ : ١٢$ وبذلك يثبت المطلوب

(٢٠٠) اذا كان هناك اربعة اعداد غير متناسبة فحاصل ضرب الطرفين لا يساوي حاصل ضرب الوسطين لانه اذا فرض أن هذين الحاصلين متساويان تركيب من هذه الاربعة متناسبة كما في غرة ١٩٩ وهذا خلاف القرض

(٢٠١) الحد الرابع من اي متناسبة يساوي حاصل ضرب الوسطين مقسوما على الحد الاول

وذلك انه حيث كانت متناسبة $٧ : ٣ :: ٢٨ : ١٢$ تقيد بقضية غرة ١٩٨ $٢٨ \times ٣ = ١٢ \times ٧$ فاذا قسم كل من ١٢×٧ و ٢٨×٣ على ٧ كان

خارجا القسمة وهما ١٢ و $\frac{٢٨ \times ٣}{٧}$ متساويين
وعليه فعدد ١٢ الذي هو الحد الرابع من متسابة ٣ : ٧ :: ٢٨ : ١٢ مساو
لحاصل ضرب الوسيط وهو ٢٨ \times ٣ مقسوما على الحد الاول وهو ٧
وبمذا ثبت المطلوب

وبمثل ذلك يبرهن على انه يمكن تحصيل كل من الوسيط بقسمة حاصل ضرب
الطرفين على أحدهما

فعلى هذا اذا علم من المتسابة ثلاثة حدود أمكن بواسطتها استخراج الحد
الرابع :

فاذا أردت استخراج الحد الرابع من متسابة حدودها الثلاثة الاولى معلومة
كحدود ٦ و ٢ و ٢٤ مثلا فانك ترمز الى الحد المجهول بحرف س
فتحصل معك ماصوفة ٦ : ٢ :: ٢٤ : س وينتج من ذلك أن
س = $\frac{٢٤ \times ٢}{٦} = ٨$

(٢٠٢) الوسط المتناسب الهندسي بين عددين يساوي جذر مربع
حاصل ضرب هذين العددين وذلك لان العددين المذكورين حيث كانا طرفي
المتسابة وكان الوسطان متساويين فحاصل ضرب هذين العددين يساوي
مربع الوسط المتناسب كما سبق في غمرة (١٩٨) ولتمثل لذلك بمثالين
فنعقول

المثال الاول اذا أردت أن تستخرج وسطا متناسبا هندسيا بين عددي
٤ و ٣٦ فاضرب أحدهما في الآخر فيخرج الحاصل ١٤٤ ثم استخرج
جذر مربع هذا العدد فيحصل معك ١٢ فهذا الجذر هو الوسط المتناسب
المطلوب وينتج من ذات متسابة متصلة وهي

$$٤ : ١٢ :: ١٢ : ٣٦ \text{ او } ٤ : ١٢ :: ٣٦ : ١٠٨$$

المثال الثاني اذا أردت أن تستخرج وسطا متناسبا بين عددي ١ و ١٠ فاستخرج
جذر مربع ١٠ الآن هذا الجذر اصم كافي غمرة (١٥٤) فلا يوجد
حينئذ في الاعداد الصحيحة ما يوافق المسئلة على التحقيق فاستخرج جذرا

تقريرا بقدر الامكان كما تقدم في المثال الثاني من غرة (١٨٦) وهذا الجذر هو الوسط المناسب المطلوب

(٢٠٣) كل متناسبة يمكن أن يحصل فيها التغيرات الآتية بدون أن تحتل

المساواة بين حاصل ضرب الوسطين وحاصل ضرب الطرفين كما تقدم في غرة

(١٩٩) مثلا حيث ان متناسبة $٣ : ٧ :: ١٢ : ٢٨$ تفيد $١٢ \times ٧ = ٢٨ \times ٣$

كافي غرة (١٩٨) فهذه الاعداد اعني ٧ و ٣ و ٢٨ و ١٢ يتولد عنها

بالتغير ثمانية متناسبات وهي

$$٣ : ٧ :: ١٢ : ٢٨$$

$$٧ : ٣ :: ٢٨ : ١٢$$

$$٢٨ : ٧ :: ١٢ : ٣$$

$$٣ : ٧ :: ٢٨ : ١٢$$

تنبيهات * الاول المتناسبات الاربع الاول تفيد أنه اذا كان هناك أربعة اعداد متناسبة فانه لا يتغير تناسبها بتغير موضع الوسطين او الطرفين

التنبيه الثاني * المتناسبات الاربع الاخرى تفيد أن المتناسبة لا تحتل بوضع الطرفين موضع الوسطين والعكس

التنبيه الثالث حيث ان متناسبة $٣ : ٧ :: ١٢ : ٢٨$ تفيد $١٢ : ٢٨ :: ٣ : ٧$

ينتج من ذلك أن كل متناسبة تكون فيها نسبة الثاني الاول الى الثاني الثاني مساوية لنسبة المقدم الاول الى المقدم الثاني

(٢٠٤) ضرب أحد الطرفين وأحد الوسطين في عدد واحد وقسمتهما على ذلك العدد لا يعدم به التناسب لان مساواة حاصل ضرب الطرفين لحاصل ضرب الوسطين لم تزل باقية على حالها

ولنفرض متناسبة $٣ : ٧ :: ١٢ : ٢٨$ مثلا فاذا أردنا أن نبين أن التناسب

لم يزل باقيا في صورة ما اذا ضرب كل من الطرفين وهو ٧ والوسط وهو

٢٨ في ٥ لاحظنا انه حيث كانت متناسبة ٧ : ٣ :: ٢٨ : ١٢ تفيد
 $٢٨ \times ٣ = ١٢ \times ٧$ كما في عمدة (١٩٨) كان $٢ = ٥ \times ١٢ \times ٧$
 $٥ \times ٢٨ \times ٣ = ١٢ \times (٥ \times ٧)$ فاذن يكون
 فيكون $١٢ : ٥ \times ٢٨ :: ٣ : ٥ \times ٧$

تنبيه • ماذكرناه من الخواص وسيلة الى محوما يوجد في المتناسبة من
 الحدود الكسرية والى اختصار حدود المتناسبة في صورة ما اذا وجد عامل
 مشترك بين احد الوسطين واحدا الطرفين

ولنفرض متناسبة $\frac{٢}{٣} : \frac{٥}{٧} :: ٤ : ٥$ مثلا فلا يصل محوما على
 ٣ و ٧ نضرب على التوالي حتى $\frac{٢}{٣}$ و $\frac{٥}{٧}$ في ٣ وحتى $\frac{٥}{٧}$
 و $\frac{٢}{٣}$ في ٧ فينتج من ذلك متناسبة أخرى وهي $٢ : ٥ :: ١٢ : ٣٥$

وهذه المتناسبة الأخيرة يمكن اختصارها بقسمة كل من حدتي ٥٠٠ و ٣٠٠
 على ١٠ فينتج من ذلك متناسبة أخرى وهي $٢ : ٥ :: ١٢ : ٣٥$

(٢٠٥) اذا كان هناك متناسبتان وكان بينهما نسبة مشتركة فالنسبتان
 الاخرتان يتولد منهما متناسبة لان هاتين النسبتين لما كانتا مساويتين للنسبة

المشتركة كانتا مساويتين فاذن ينتج من متناسبتى $٥ : ٧ :: ١٥ : ٢١$
 و $٧ : ٥ :: ١٠ : ١٤$ متناسبة أخرى وهي $١٥ : ٢١ :: ١٠ : ١٤$

(٢٠٦) اذا كان هناك متناسبتان متحدتان في المقدم أو التالى تركيب من
 الحدود الاربعة الباقية متناسبة أخرى وهذه الخاصية تنتج عما قبلها بتغيير

موضع الوسطين أو الطرفين

فيتركب مثلا من متناسبتى $٥ : ١٥ :: ٧ : ٢١$ و $٥ : ١٠ :: ٧ : ١٤$
 هذه المتناسبة وهي $١٥ : ٢١ :: ١٠ : ١٤$ لانه بتغيير موضع الوسطين كما في عمدة

٢٠٣ يصير المتناسبتان هكذا $٥ : ٧ :: ١٥ : ٢١$ و $٥ : ٧ :: ١٠ : ١٤$
 وحيث ان هاتين المتناسبتين فيهما نسبة مشتركة فقاعدة عمدة ٢٠٥ ينتج

منها متناسبة $١٥ : ٢١ :: ١٠ : ١٤$

(٢٠٧) كل متناسبة لا تتخلو عن خواص

احداها نسبة مجموع الحدين الاولين الى الثاني ~~كنسبة مجموع الحدين~~
 الاخيرين الى الرابع وذلك انه حيث كانت نسبة المقدم الى تاليه تدل على
 خارج قسمة أول هذين العددين على الثاني فان ضم الى كل مقدم تاليه زادت
 بالضرورة كل نسبة بمقدار واحد من الاحاد كما تقدم في غمرة ٣٦ وحيث
 ان النسبتين الاوليين متساويتان فالنسبتان المحصلتان متساويتان ايضا
 ويثبت المطلوب

فمماثلة نسبة ١٨ : ٦ :: ١٢ : ٤ مثلا تفيد ١٨ : ٦ + ٦ : ٦ :: ١٢ : ٤ + ٤ : ٤

اي ٢٤ : ٦ :: ١٦ : ٤

وذلك انه حيث كان خارج قسمة كل مقدم على تاليه في المتناسبة الاولى
 يساوي ٣ ينتج من ذلك انه اذا قسم كل مقدم زائدا تاليه على ذلك التالى
 بعينه كان خارج القسمة المحصل ٣ + ١ اي ٤ فاذن تكون
 النسبتان المحصلتان متساويتين

الثانية * نسبة باقى طرح الحدين الاولين الى الحد الثاني كنسبة باقى طرح
 الحدين الاخيرين الى الحد الرابع لانه ان نقص من كل مقدم تاليه نقصت كل
 نسبة بمقدار واحد من الاحاد وحيث ان النسبتين الاوليين متساويتان
 فالنسبتان المحصلتان يتساويان ايضا

فمماثلة نسبة ١٨ : ٦ :: ١٢ : ٤ مثلا تفيد ١٨ - ٦ : ٦ - ٦ :: ١٢ - ٤ : ٤ - ٤

اي ١٢ : ٦ :: ٨ : ٤

تنبيه * مماثلة نسبة ١٨ : ٦ :: ١٢ : ٤ تفيد ايضا ١٨ - ٦ : ٦ - ٦ :: ١٢ - ٤ : ٤ - ٤
 لان المتناسبة الاولى بموجب خواص غمرة ٣٠ تؤل الى ١٨ : ٦ :: ١٢ : ٤

وقد سبق ايضا ان المتناسبة الاخيرة تفيد ١٨ - ٦ : ٦ - ٦ :: ١٢ - ٤ : ٤ - ٤

الثالثة نسبة مجموع الحدين الاولين الى مجموع الحدين الاخيرين كنسبة
 الحد الثاني الى الحد الرابع او كنسبة الحد الاول الى الحد الثالث

فالمماثلة الاولى وهى ١٨ : ٦ :: ١٢ : ٤ مثلا تفيد المتناسبة الثانية وهى

١٨ : ٦ + ٦ : ٦ + ٦ :: ١٢ : ٤ + ٤ : ٤ + ٤

لان المتناسبة الاولى بموجب الخاصية الاولى من هذه النمرة تفيد
 $١٨ + ٦ : ٦ :: ١٢ : ٤$ فاذا تغير موضع الوسيط في هذه المتناسبة الاخيرة
 كما تقدم في نمرة ٢٠٣ فحصلت المتناسبة الثانية

ومقتضى التنبيه الثالث من نمرة ٢٠٣ أن المتناسبة الاولى تفيد الرابع وهو
 $٦ : ٤ :: ١٨ : ١٢$ وحيث انه يوجد في المتناسبة الثانية والرابعة نسبة مشتركة
 فان أجريت عليها قاعدة نمرة ٢٠٥ نخرج من ذلك المتناسبة الثالثة وهي
 $١٨ + ٦ : ٦ :: ٤ + ١٢ : ٨$

الرابعة * نسبة باقى طرح الحدين الاولين الى باقى طرح الحدين الآخرين
 كنسبة الحد الثانى الى الحد الرابع او كنسبة الحد الاول الى الحد
 الثالث

وطريق البرهنة على هذه الخاصية البرهنة على الثالثة فتناسبة
 $١٨ : ٦ :: ١٢ : ٤$ تفيد $١٨ - ٦ : ٦ :: ١٢ - ٤ : ٤$ و $١٨ : ٦ :: ١٢ : ٤$
 $١٨ : ٦ :: ١٢ : ٤$

الخامسة * نسبة مجموع الحدين الاولين الى مجموع الحدين الآخرين كنسبة
 باقى طرح الحدين الاولين الى باقى طرح الحدين الآخرين * وهذه الخاصية
 تنج من الثالثة والرابعة ومن قاعدة نمرة ٢٠٥

فالمتناسبة الاولى وهي $١٨ : ٦ :: ١٢ : ٤$ مثلاً تفيد بموجب الخاصية
 الثالثة والرابعة $١٨ + ٦ : ٦ :: ١٢ + ٤ : ٤$ و $١٨ : ٦ :: ١٢ : ٤$
 وينج عن هاتين المتناسبتين بموجب قاعدة نمرة ٢٠٥ هذه المتناسبة وهي
 $١٨ + ٦ : ٦ :: ٤ + ١٢ : ٨$ ويثبت المطلوب

السادسة * نسبة مجموع المقدمين الى مجموع التالين كنسبة كل مقدم
 الى تاليه * ويثبت في البرهنة على هذه الخاصية أن تغير موضع الوسيط
 في المتناسبة المفروضة ثم تطبق القاعدة المذكورة في الخاصية الثالثة على
 المتناسبة المتحصلة

فتناسب $١٨ : ٦ :: ١٢ : ٤$ مثلاً تفيد $١٨ : ٦ :: ١٢ : ٤$ كما في نمرة ٢٠٣

واذا طبقت القاعدة المذكورة في الخاصية الثالثة على هذا التناسب الأخيرة
تحصل $١٨ + ١٢ : ٤ :: ٤ + ١٢ : ١٨$ و $١٨ + ١٢ : ٤ :: ٤ + ١٢ : ١٨$
ويثبت المطلوب

السابعة نسبة باقى طرح المقدمين الى باقى طرح التاليين كنسبة كل مقدم
الى تاليه وهذه الخاصية يبرهن عليها كالسادسة بأن تغيراً ولا موضع الوسطين
في التناسب المقروضة ثم تطبق القاعدة المذكورة في الخاصية الرابعة على
التناسب المتحصل

فتناسب $١٨ : ١٢ :: ٦ : ٤$ تفيد $١٨ - ٦ : ١٢ - ٤ :: ٤ : ١٢$
و $١٨ - ٦ : ١٢ - ٤ :: ٤ : ١٨$

الثامنة * نسبة مجموع المقدمين الى مجموع التاليين كنسبة باقى طرح المقدمين
الى باقى طرح التاليين وهذه الخاصية ناتجة عن السادسة والسابعة ومن قاعدة
نمرة ٢٠٥

فتناسب $١٨ : ١٢ :: ٦ : ٤$ مثلاً تفيد بموجب الخاصية السادسة
والسابعة $١٨ + ١٢ : ٤ :: ٤ + ١٢ : ١٨$ و $١٨ - ٦ : ١٢ - ٤ :: ٤ : ١٢$ وينتج
عن هاتين النسبتين بموجب قاعدة نمرة ٢٠٥ أن $١٨ + ١٢ : ٤ + ٦ ::$
 $١٨ - ٦ : ١٢ - ٤$ ويثبت المطلوب

التاسعة * اذا كان هنالك اربعة اعداد متناسبة تحصل عن قواها المتشابهة
متناسبة جديدة * مثلاً حيث كانت متناسبة $١٨ : ١٢ :: ٦ : ٤$ تدل على أن
نسبة $\frac{١٨}{٦}$ تساوى نسبة $\frac{١٢}{٤}$ فقوة كسر $\frac{١٨}{٦}$ الثالثة تساوى قوة كسر
 $\frac{١٢}{٤}$ الثالثة فاذن يكون $(\frac{١٨}{٦})^3 = (\frac{١٢}{٤})^3$ اى $\frac{١٨^3}{٦^3} = \frac{١٢^3}{٤^3}$

كافى نمرة ١٧٨ ومن تساوى هاتين النسبتين الاخيرتين تتركب هذه التناسب
وهى $١٨^3 : ١٢^3 :: ٦^3 : ٤^3$

العاشرة * اذا كان هنالك اربع كميات متناسبة تحصل عن جذورها المتشابهة
متناسبة جديدة فتناسب $٩ : ٤ :: ١٦ : ٣٦$ مثلاً تفيد $٩ \sqrt{} : ٤ \sqrt{} ::$

$٧ :: ١٦ : ٧$ اي $٣٦ : ٢ :: ٤ : ٦$ لانه حيث كانت نسبة $\frac{٤}{٩}$

مساوية باقرض لنسبة $\frac{١٦}{٣٦}$ كان $\frac{١٦}{٣٦} = \frac{٤}{٩}$ اي $\frac{١٦}{٣٦} = \frac{٤}{٩}$

(٢٠٨) اذا ضربت حدود عدة متناسبات في بعضها على الترتيب تركيب من

الحواصل الاربعة متناسبة جديدة لانه حيث كانت متناسبات $٨ : ٤ :: ٦ : ٣$

و $٧ : ٥ :: ٢٨ : ٢٠$ و $٢ : ١١ :: ٨ : ٤٤$ تدل على أن نسب $\frac{٣}{٨}$

و $\frac{٥}{١١}$ و $\frac{٢}{٨}$ مساوية بالتوزيع لنسب $\frac{٤}{٨}$ و $\frac{٢٠}{٢٨}$ و $\frac{٨}{٤٤}$ فاصل ضرب النسب

الثلاثة الاول وهو $\frac{٢ \times ٥ \times ٣}{١١ \times ٧ \times ٦}$ يساوي حاصل ضرب النسب الثلاثة الاخر

وهو $\frac{٨ \times ٢٠ \times ٤}{٤٤ \times ٢٨ \times ٨}$ ويتركب من المساواة الاخيرة هذه التناسبة وهي

$٤٤ \times ٢٨ \times ٨ : ٨ \times ٢٠ \times ٤ :: ١١ \times ٧ \times ٦ : ٢ \times ٥ \times ٣$

ويثبت المطلوب

تنبيه * هذه القاعدة وسيلة الى الخاصية التاسعة من غرة ٢٠٧ وذلك

بان تضرب عدة متناسبات متساوية الحدود المتقابلة في بعضها

(٢٠٩) كل جملة من النسب المتساوية تكون فيها نسبة مجموع المقدمات الى

مجموع التاليات كسبة كل مقدم الى تاليه ولنفرض نسب $\frac{٣}{٦}$ و $\frac{٤}{٨}$ و $\frac{٧}{١٤}$

المتساوية فيوجب الخاصية السادسة من غرة ٢٠٧ ترى أن متناسبة

$٨ : ٤ :: ٦ : ٣$ تفيد هذه التناسبة وهي $٨ : ٤ :: ٨ + ٦ : ٤ + ٣$

وحيث ان نسبة $\frac{٤}{٨}$ مساوية لنسبة $\frac{٧}{١٤}$ يحدث عن ذلك هذه التناسبة وهي

$٨ : ٤ :: ٧ : ١٤$ فاذاً يكون $٨ + ٦ : ٤ + ٣ :: ٧ : ١٤$

كافي غرة ٢٠٥

وبتقدير ذلك يعلم أن التناسبة الاخيرة تفيد متناسبة (١) وهو $٧ + ٤ + ٣$

$٦ : ١٤ + ٨ + ١٤ :: ٧ : ١٤$ كافي الخاصية السادسة من غرة ٢٠٧

ويثبت المطلوب

تنبيهان الاول لاجل الدلالة على ان نسب $\frac{٣}{٦}$ و $\frac{٤}{٨}$ و $\frac{٧}{١٤}$ متساوية بعبارة العادة

بأن توضع هكذا ٣ : ٦ :: ٤ : ٨ :: ٧ : ١٤ وتقرأ هكذا

٣ الى ٦ كنسبة ٤ الى ٨ كنسبة ٧ الى ١٤

التنبيه الثاني متناسبة (١) تدل على انه اذا كان هناك عدة كسور متساوية فالكسر الذي ينحصل من قسمة مجموع بسوطها على مجموع مقاماتها يكون مساويا لكل من هذه الكسور

(٢١٠) الخواص التي جعلت قاعدة لمبحث التناسبات يمكن البرهنة عليها

باعتبارين عامين يتنازان باستنباطهما من تعريف التناسبات

أحدهما كل متناسبة عددية بمجموع الطرفين فيها يساوى مجموع الوسطين

وذلك لانه في صورة ما اذا كانت المقدمات أكبر من التاليات يكون كل مقدم

مساويا للتالى زائدا النسبة بحيث تول هذه المتناسبة وهي أول مقدم . أول

تال : ثانى مقدم . ثانى تال الى متناسبة أخرى وهي أول تال + أول نسبة

. أول تال : ثانى تال + ثانى نسبة . ثانى تال فيكون مجموع الطرفين

مركبا من تالين وأول نسبة ومجموع الوسطين مركبا من تالين وثانى نسبة *

وحيث كان يفهم من تعريف التناسبة أن النسبة الاولى مساوية للنسبة الثانية

فمجموع الطرفين يساوى مجموع الوسطين

واما في صورة ما اذا كانت المقدمات اصغر من التاليات فيعوض كل مقدم

بتاليه ناقصا النسبة فتجد حينئذ مجموع الطرفين مركبا من الجزئين اللذين تركب

منهما مجموع الوسطين

ثانيهما كل متناسبة هندسية حاصل ضرب الطرفين فيها يساوى حاصل ضرب

الوسطين

وذلك لانه لما كان بموجب تعريف التناسب كل مقدم يساوى تاليه مضروبا

في النسبة كانت هذه المتناسبة وهي أول مقدم : أول تال : ثانى مقدم : ثانى

تال تول الى متناسبة أخرى وهي أول تال x أول نسبة : أول تال : ثانى تال

x ثانى نسبة : ثانى تال ويفهم من ذلك أن العوامل التى تدخل في حاصل

ضرب الطرفين هي التالين والنسبة الاولى والعوامل التى تدخل في حاصل

ضرب الوسطين هي التالين والنسبة الثانية * وحيث ان النسبة الاولى تساوى
بالقروض النسبة الثانية يثبت المطلوب
واما بقية الخواص فيسهل استنباطها عمداً كراه

(الفصل الثالث)

(في تطبيق مبحث التناسبات على حل مسائل علم الحساب)

(٢١١) مبحث التناسبات هو وسيلة لحل معظم المسائل التي تقدم ذكرها
في الباب الخامس فالتا اذا قابلنا طريقة التحليل المذكورة هناك بطريقة
التناسب المذكورة هنا ولم نرين الا مجرد العمليات رأينا انه لا اختلاف بين هاتين
الطريقتين الا في كيفية البرهنة فقط بحيث يتوصل بهما الى اجراء عمليات متحدة
على الاعداد المقروضة ليستخرج بواسطتها مقادير الكميات المجهولة
ولا اجل اجتناب التكرار الذي لا طائل تحته لم تذكر هذا الامثلة واحدة
من كل جنس

(القاعدة الثلاثية البسيطة)

(٢١٢) المسئلة الاولى اذا كان أربعة من العملة اشتغلوا ٢٠ مترا
من أى عمل كان فاعداد الامتار التي يشتغلها تسعة من العملة (راجع المسئلة
الرابعة من غرة ١٣٠)

فنقول ان كمية العمل الواقع من هؤلاء العملة في وقت واحد هي بالضرورة
مناسبة لعدد العملة المتناجرين في هذا العمل بمعنى انه اذا زاد عددهم عدة
مرات زاد العمل الواقع منهم بقدر زيادة عددهم فاذا رمزنا الى عدد الامتار
المطلوب بحرف س توقف استخراج المقدار المجهول المرموز اليه بهذا الحرف
على هذه النسبة وهي ٤ : ٩ :: ٢٠ : س فينتج من ذلك أن
س = $\frac{9 \times 20}{4} = 45$ كما تقدم في غرة ٢٠١

وتتبع هذه العملية هي عين نتيجة العملية السابقة في المسئلة الرابعة
من غرة ١٣٠

وحيث كانت كمية العمل الواقع من العملة المذكورين تزيد في هذه المسئلة بقدر

زيادة عددهم فنسبة العمل الصادر منهم مستقيمة بالنظر لعددهم
 * تنبيه * لا يمكن تركيب نسبة الا بين كميتين من جنس واحد * وهذه النسبة
 عبارة عن عددهم يدل على خارج قسمة احدى هاتين الكميتين على الاخرى
 فاذا علم ان نسبة كميتين من جنس واحد مساوية لنسبة كميتين اخريين من جنس
 واحد وكانت هاتان الكميتان من جنس آخر مقاربتين للجنس الكميتين الاولين
 فالنسبة المركبة من تساوي هاتين النسبتين تستعمل في استخراج الحد الرابع
 المجهول اذا كانت الحدود الثلاثة معلومة كما في غمرة ٢٠١

فمثلا كانت نسبة عددي ٤ و ٩ الدالين على العملة في هذه المسئلة
 تساوي نسبة عددي ٢٠ و ٣٥ الدالين على عدد امانار العمل المقابل
 لكل من العددين فعدد الامتار المطلوب وهو ٣٥ يعرف من متاسبة ٤ : ٩
 :: ٢٠ : ٣٥ التي اعدادها مبهمة

(٢١٣) المسئلة الثانية اذا كان ثلاثة من العملة قد عملوا عملا في ظرف
 ١٥ ساعة فماعد الساعات التي يستغرقها خمسة من العملة في التوفية بالعمل
 المذكور (راجع المسئلة السادسة من غمرة ١٣٠)

فنقول ان المدة التي يستغرقها العمل تزيد بقدر نقصان عدد العملة بمعنى انه اذا
 نقص عددهم عدة مرات زادت المدة التي استغرقوها في العمل بقدر هذا
 النقصان فنسبة عدد ساعات العمل منعكسة بالنظر لعدد العملة

والبرهان الذي اوردناه في المسئلة السادسة من غمرة ١٣٠ يتوصل به هنا
 الى معرفة كيفية الانتقال من نسبة منعكسة الى نسبة مستقيمة توافقها لانه
 قد سبق في الغمرة المنعكورة ان العملة الخمسة يستغرقون في العمل $\frac{15}{3}$

ساعات ويؤخذ من ذلك انه يكفي في استخراج عدد الساعات المطلوب وهو ٣٥
 بدون واسطة ان تستخرج الحد الرابع من متاسبة ٥ : ٣ :: ١٥ : ٣٥
 التي تتألف بتركيب نسبي ٣ : ٥ و ١٥ : ٣٥ بين الكميات المتعددة
 الجنس كما في المسئلة المقدمة ثم مساواة هاتين النسبتين بعكس الترتيب
 في احدى النسبة الاولى

(٢١٤) متى أريد تركيب متناسبة بين نسبة مستقيمة ونسبة منعكسة توافقها
يكفي قلب إحدى هاتين النسبتين ثم تسوية النسبة الجديدة بالنسبة
الأخرى

(٢١٥) المسئلة الثالثة إذا كان هناك غملان متفاوتان في الصعوبة
بان كانت فيهما كنسبة ٥ الى ٧ واشتغل العامل الواحد ٢١ مترا من
العمل الاول فماعدد الامتار التي يشتغلها العامل المذكور من العمل الثاني
فنقول حيث ان العمل ينقص بقدر زيادة الصعوبة فعدد الامتار التي يشتغلها
العامل الواحد في العملين يكون في نسبة منعكسة بالنظر الى نسبة ٥ الى ٧
يعني أن عدد الامتار يكون في نسبة ٧ الى ٥ (انظر غمرة ٢١٤)
فاذن العدد المجهول المرموز اليه بحرف س هو عدد الامتار التي
يشتغلها في العمل الثاني العامل الذي اشتغل ٢١ مترا في العمل الاول
يعرف من هذه التناسبة وهي ٧ : ٥ :: ٢١ : س وينتج من هذا أن
س = ١٥ وهو موافق للنتيجة المصهولة في المسئلة السابعة من غمرة (١٣٠)

(٢١٦) المسئلة الرابعة ما عدد الامتار التي يلزم أخذها من قماش عرضه $\frac{5}{8}$
لاجل عمل بطانة لثلاثين مترا من جوخ عرضه $\frac{7}{8}$ (انظر المسئلة الثامنة
من غمرة ١٣١)

فنقول يلزم أن يؤخذ من أمتار القماش بقدر صغر العرض والنسبة هنا بين
عرض الجوخ والقماش كالنسبة بين $\frac{7}{8}$ و $\frac{5}{8}$ أو كالنسبة بين ٦ و ٥
كما تقدم في غمرة ١٨٩ وحيث ان عدد أمتار الجوخ والقماش في نسبة
منعكسة بالنظر الى العرض أي في نسبة ٥ الى ٦ فعدد أمتار القماش المجهول
المرموز اليه بحرف س يعرف من هذه التناسبة وهي ٥ : ٦ :: ٣ : س
(راجع غمرة ٢١٤) وينتج من هذا أن س = $\frac{6 \times 3}{5} = \frac{18}{5} = ٣٦$
ونتيجة هذه العملية هي نتيجة العملية السابقة في غمرة ١٣١

ثم ان طريقة العمل التي سلكتها في حل المسائل المتقدمة تسمى بالقاعدة
الثلاثية البسيطة لان الاعداد المذكورة في كل مسئلة منها ثلاثة وتسمى

أيضا بالقاعدة الثلاثية البسيطة المستقيمة والمنعكسة إذا الوسط وصف القسيتين
بالاستقامة أو الانعكاس

(القاعدة الثلاثية المركبة)

(٢١٧) المسئلة الخامسة إذا كان عاملان يشتغلان في اليوم الواحد مدة
ثلاث ساعات واشتغلا في ظرف خمسة أيام ٩٠ مترافعا عدد الامتار التي
يشتغلها ثلاثة عملة في يومين إذا كانوا لا يستغرقون في العمل الا ٧ ساعات
من اليوم (راجع المسئلة التاسعة من عمدة ١٣٢)

الحل الاول ينبغي أن تلاحظ على التوالي عدد المدة والساعات والايام
فتوصل بذلك الى حل المسائل الاتية وهي
إذا كان عاملان يشتغلان في اليوم الواحد ثلاث ساعات واشتغلا في ظرف
خمس أيام ٩٠ مترافعا عدد الامتار التي يشتغلها في خمسة أيام ثلاثة عملة
يشتغلون من كل يوم منها ثلاث ساعات

فتقول حيث ان عدد الساعات والايام لم يتغير يقال اذا كان العاملان يشتغلان
٩٠ مترافعا عدد الامتار التي يشتغلها ثلاثة عملة

فتقول عدد الامتار المطلوب هو الحد الرابع من هذه المتناسبة وهي
 $٢ : ٣ :: ٩٠ : س$ وينتج من هذا أن $س = ١٣٥$
وعليه فعدد الامتار التي يشتغلها ثلاثة عملة في ظرف خمسة أيام كل يوم منها ثلاث
ساعات ١٣٥ مترا

وإذا أجريت العملية بتحو هذه الطريقة وجدت بواسطة قاعدتين كائنا هما
ثلاثية بسيطة مستقيمة أن عدد الامتار التي يشتغلها ثلاثة عملة في ظرف
خمس أيام كل يوم منها سبع ساعات ٣١٥ مترا وأن عدد الامتار التي يشتغلونها
في ظرف يومين كل يوم منها سبع ساعات ١٢٦ مترا

وتختصر هذه العمليات بجذف الاجزاء المتكررة والاقتصار على بيان الضروب
والقسم كما هو الغالب في مثل تلك العمليات * والاختصار في ذلك على ثلاث
صور

احداها عاملا واشتغلا ٩٠ مترا فاعدا الامتار التي يشتغلها ثلاثة
عمله

فنقول ٣ : ٣ :: ٩٠ : سه وينتج من هذا أن سه = $\frac{٣ \times ٩٠}{٣}$
ثانيتها حصل في ظرف ٣ ساعات عمل $\frac{٣ \times ٩٠}{٣}$ مترا فاعدا الامتار التي
يحصل عملها في ٧ ساعات

فنقول ٣ : ٧ :: $\frac{٣ \times ٩٠}{٣}$: سه وينتج من هذا أن سه = $\frac{٧ \times ٣ \times ٩٠}{٣ \times ٣}$
ثالثتها حصل في ظرف ٥ أيام عمل $\frac{٧ \times ٣ \times ٩٠}{٣ \times ٣}$ مترا فاعدا الامتار التي
يحصل عملها في يومين

فنقول ٢ : ٥ :: $\frac{٧ \times ٣ \times ٩٠}{٣ \times ٣}$: سه وينتج من هذا أن سه = $\frac{٢ \times ٧ \times ٣ \times ٩٠}{٥ \times ٣ \times ٣}$
فاذا حذفنا عاملي ٢ و ٣ المشتركين بين حدي هذا الكسر الاخير وقسمنا
٩٠ على ٥ كان الخارج ١٨ وهو عدد الامتار المطلوب
ونتيجة هذه العملية عن النتيجة السابقة في عمدة ١٣٢

ولما كان هذا الحل متوقفا على ثلاث قواعد بسيطة مستقيمة سمى بالقاعدة
الثلاثية المركبة المستقيمة

الحل الثاني • يمكن تعليق حل المسئلة المتقدمة على قاعدة ثلاثية بسيطة
واحده وذلك أن العاملين اللذين يشتغلان ٣ ساعات يعملان من الامتار

بقدر ما يشتغل العامل الواحد في مدة ٢ x ٣ ^س واذا اشتغل العامل

خمسة أيام كل يوم منها ٢ x ٣ ^س كانت مدة عمله ٢ x ٣ x ٥ ^س أعني
٢ x ٣ x ٥ ساعات وعليه فالعاملان اللذان يشتغلان خمسة أيام كل يوم
منها ثلاث ساعات يكون عدد امتار عملهما بقدر ما يشتغل العامل الواحد
في ظرف ٢ x ٣ x ٥ اي ٣٠ ساعة

وكذلك اذا كان العمل ثلاثة واشتغلوا يومين كل يوم منهما ٧ ساعات
فعدد امتار عملهم يكون بقدر ما يشتغل العامل الواحد في ظرف ٢ x ٧ x ٣

اي ٤٢ ساعة

وتنزل المسئلة حينئذ الى مسئلة هي اذا اشتغل العامل الواحد ٩٠ مترا في ظرف ٣٠ ساعة فاعدد الامتار التي يشتغلها في ظرف

٤٢ ساعة

فتقول ان عدد الامتار المطلوب المرموز اليه بحرف x عبارة عن الحد الرابع من هذه التناسبة وهي $٣٠ : ٤٢ :: ٩٠ : x$ وينفج من هذا أن $x = ١٢٦$

المسئلة السادسة اذا اشتغل عاملان في اليوم الواحد ٣ ساعات واشتغلا في ظرف ٥ أيام ٩٠ مترا فاعدد الايام التي يستغرقها شغل ثلاثة عملة يشتغلون سبع ساعات في كل يوم حتى يكون مجموع عملهم من الشغل المذكور ١٢٦ مترا (راجع المسئلة العاشرة من غمرة ١٣٢)

فتقول انك اذا جربت في البرهنة هنا على ما تقدم في المسئلة الخامسة رأيت بواسطة قاعدة ثين ثلاثين بسببطين أن العملة الثلاثة اذا اشتغلوا خمسة أيام كل يوم منها ٣ ساعات يكون عددا مترا عملهم ١٣٥ مترا وانهم اذا اشتغلوا في كل يوم من الخمسة ٧ ساعات يكون عددا الامتار ٣١٥ مترا فاذا أردت أن تستخرج من ذلك عددا الايام التي تكفي لشغل ثلاثة عملة يشتغلون في اليوم الواحد ٧ ساعات لاجل عمل ١٢٦ مترا فلاحظ انه حيث كان عدد كل من العملة وساعات الشغل واحدا في المسئلتين يكفي في ذلك حل مسئلة هي

اذا اشتغل العملة ٣١٥ مترا في ظرف ٥ أيام فاعدد الايام اللازمة لهم في عمل ١٢٦ مترا

فتقول ان عدد الايام المطلوب هو الحد الرابع من هذه التناسبة وهي $٣١٥ : ١٢٦ :: ٥ : x$ كما في غمرة (٢١٢) وينفج من هذا أن $x = ٢$ وعليه فالعملة الثلاثة اذا اشتغلوا ٧ ساعات في كل يوم يلزم لهم يومان في عمل ١٢٦ مترا

واذا اقتصرنا على تعيين الضروب والقسم وجدنا عدد الايام المطلوب هو

$$\frac{١٢٦ \times ٢ \times ٥}{٧ \times ٩} \text{ أو } \frac{١٢٦ \times ٣ \times ٢ \times ٥}{٧ \times ٣ \times ٩} \text{ أي } ٢$$

ونتيجة هذه العملية عن النتيجة السابقة في غرة ١٣٢

(٢١٨) المسئلة السابعة اذا اشتغل عاملان ٨ امتار في جسر مشلا
فاعددا الامتار التي يشتغلها خمسة عملة في جسر آخر مع فرض أن نسبة
معوبة العمل الاول الى معووبة الثاني كنسبة ٣ الى ٤

فتقول يبحث أولاً عن عدد الامتار التي يشتغلها العملة الخمسة من الجسر الاول
بأن تركيب هذه المتناسبة وهي ٢:٥:٨:٣:٢٠ وينتج من هذا أن ٢٠ =
وحيث ان الخمسة اشتغلوا ٢٠ متراً من الجسر الاول لزم أن يستخرج
من ذلك عدد الامتار التي يشتغلونها من الجسر الثاني

وحيث كانت النسبة بين معووبة العملين كنسبة ٣ الى ٤ فنسبة عدد
الامتار التي يشتغلها الخمسة منعكسة بالنظر الى نسبة ٣ الى ٤ أعني انها
تكون كنسبة ٤ الى ٣ فاذن يكون عدد الامتار في العمل الثاني الواقع
من الخمسة هو الحد الرابع من هذه المتناسبة وهي

$$٤:٣::٢٠:١٥ \text{ كما في غرة (٢١٤) وينتج من هذا أن } ١٥ =$$

وانما سميت القاعدة المتقدمة بالثلاثية المركبة المستقيمة او المنعكسة لانه
توصل فيها الى النتيجة بواسطة عدة قواعد بسيطة مستقيمة ومنعكسة

(قاعدة الشركة)

فرنك

(٢١٩) المسئلة الثامنة اذا كانت رؤوس أموال ثلاثة شركاء هي ٣٠٠

فرنك فرنك فرنك

و ٥٠٠ و ٧٠٠ وكان الربح الكلي ٤٥٠٠ فما يخص كل شريك من
ذلك الربح (راجع المسئلة الرابعة عشر من غرة ١٣٤)

فرنك فرنك

فتقول ان مجموع رؤوس الاموال الثلاثة ١٥٠٠ ومجموع الربح ٤٥٠٠
وحيث كان يلزم أن يكون بين الارباح ورؤوس الاموال تناسب فاستخرج تلك

الأرباح يتوقف على هذه المتناسبات

١٥٠٠ : ٤٥٠٠ :: ٣٠٠ : ٩٠٠ و ١٥٠٠ : ٤٥٠٠ :: ٥٠٠ : ١٥٠٠

و ١٥٠٠ : ٤٥٠٠ :: ٧٠٠ : ٢١٠٠

فإذا قسمت إحدى النسبة الأولى من كل متناسبة على ١٥٠٠ كان الخارج

هذه المتناسبات المتكافئة وهي ١ : ٣ :: ٣٠٠ : ٩٠٠ و ١ : ٥ :: ٥٠٠ : ٢٥٠٠

و ١ : ٣ :: ٧ : ٢١ و ١ : ٩٠٠ :: ١٥٠٠ : ٢١٠٠

من تلك المتناسبات هي الأرباح المطالبة فيكون لأحد الشركاء

٩٠٠ فرنك ١٥٠٠ فرنك ٢١٠٠ فرنك

و الثاني ١٥٠٠ والثالث ٢١٠٠

فرنك فرنك

المسألة التاسعة إذا كانت رؤوس أموال ثلاثة شركاء هي ١٠٠ و ٢٥٠ و ٤٠٠

فرنك

و مكث رأس المال الأول في الشركة ثلاثة أشهر والثاني شهرين

فرنك

والثالث أربعة عشر شهرا وكان مجموع الربح ٤٥٠٠ فما يكون ربح كل شريك

بالنسبة لرأس ماله (راجع المسألة السادسة عشر من فقرة ١٣٤)

فنقول ان ربح كل شريك يتعلق برأس ماله وبالمدة التي مكثها في الشركة بمعنى

أن قياسه يتركب من هاتين * وماذا كرناه من البراهين في المسألة السادسة عشر

من الفقرة المذكورة يدل على أن الأرباح في هذه المسألة هي عين الأرباح

في التي قبلها

* (مسائل تتعلق بالقوائد البسيطة والمركبة) *

(٢٢٠) يفرض أن سعر المال خمسة على المائة في السنة الواحدة * وقد تقدم

في فقرة ١٤٠ أنه في المسائل المتعلقة بالقوائد المركبة تحسب أرباح الأرباح

سنة فسنة

ثم ان حل المسائل المتعلقة بالقوائد يمكن أن يستنتج من قاعدتين *

الاولى اذا تساوت المدد كان بين الربح البسيط ورأس المال تناسب *
 الثانية كل ربح بسيط من أى رأس مال يكون بينه وبين المدة التى مكنتها
 للاسترباح تناسب

• (مسائل تتعلق بالارباح البسيطة) •

(٢٢١) المسئلة العاشرة ما الذى يعادله مبلغ ٤٨٠٠٠٠ فرنك نقداً فى مدة

ثلاث سنوات (راجع المسئلة السابعة عشر من عمدة ١٣٦)

فنقول حيث ان ربح المائة السنوى ٥ فرنكات فربح مائة فرنك فى مدة

فرنك فرنك

ثلاث سنوات هو ٥ × ٣ اى ١٥ وعليه فمائة فرنك نقداً تعادل

فرنك فرنك فرنك

فى ثلاث سنوات ١٠٠ + ١٥ اى ١١٥ فاذن يحصل مقدار

٤٨٠٠٠٠ بعد ثلاث سنوات بتركيب هذه المتناسبة وهى ١٠٠

: ٤٨٠٠٠٠ :: ١١٥ : س وينتج من هذا أن س = ٥٥٢٠٠٠

فرنك فرنك

فاذن يعادل ٤٨٠٠٠٠ نقداً فى ثلاث سنوات ٥٥٢٠٠٠

وعليه فربح ٤٨٠٠٠٠ فرنك فى مدة ثلاث سنوات هو ٥٥٢٠٠٠ - ٤٨٠٠٠٠

اى ٧٢٠٠٠ فرنك

واذا أردت أن تستخرج هذا الربح بدون واسطة فلاحظ انه حيث كان ربح

فرنك

١٠٠ فرنك فى ثلاث سنوات هو ١٥ يحصل الربح المطلوب بواسطة

هذه المتناسبة وهى ١٠٠ : ٤٨٠٠٠٠ :: ١٥ : س وينتج من هذا أن س =

٧٢٠٠٠ فرنك

المسئلة الحادية عشر ما يعادله ٤٨٠٠٠٠ فرنك فى مدة ثلاث سنوات

وأربعة أشهر أو فى مدة أربعين شهراً (راجع المسئلة الثامنة عشر من عمدة

(١٣٦

فرنك

فرنك

فنقول حيث كان ربح ١٠٠ في اثني عشر شهرا هو ٥ فرنكات فربح ١٠٠

في أربعين شهرا يستخرج بتركيب هذه المناسبة وهي

$$١٢ : ٤٠ :: ٥ : س \text{ وينتج من هذا أن } س = \frac{٥ \times ٤٠}{١٢} = \frac{٥٠}{٣} \text{ فاذن}$$

فرنك فرنك فرنك فرنك

$$١٠٠ \text{ نقدا تعادل في مدة أربعين شهرا } ١٠٠ + \frac{٥٠}{٣} = \frac{٣٥٠}{٣}$$

وحيث يستخرج العدد المطلوب بواسطة هذه المناسبة وهي ١٠٠ : ٤٨٠٠٠٠

$$:: \frac{٣٥٠}{٣} : س \text{ وينتج من هذا أن } س = ٥٦٠٠٠٠ \text{ وعليه فعدد } ٤٨٠٠٠٠$$

فرنكات تعادل في أربعين شهرا يعادل ٥٦٠٠٠٠ فرنك فاذن يكون ربح ٤٨٠٠٠٠

فرنك فرنك

في أربعين شهرا هو ٥٦٠٠٠٠ - ٤٨٠٠٠٠ أي ٨٠٠٠٠ فرنك

وإذا اردت أن تستخرج هذا الربح بدون واسطة فلاحظ أنه حيث كان ربح

فرنك

١٠٠ فرنك في مدة أربعين شهرا هو $\frac{٥٠}{٣}$ فربح ٤٨٠٠٠٠ فرنك في هذه

المدة يستخرج بواسطة هذه المناسبة وهي ١٠٠ : ٤٨٠٠٠٠ :: $\frac{٥٠}{٣} : س$

وينتج من هذا أن س = ٨٠٠٠٠

المسئلة الثانية عشر مبلغ مجهول مؤجل بأربعين شهرا حصل أجله وصار

٥٦٠٠٠٠ فرنك فما أصله (راجع غرة ١٣٧)

فرنك

فرنك

فنقول قد سبق أن $\frac{٣٥٠}{٣}$ مؤجل بأربعين شهرا تعادل ١٠٠ نقدا فيستخرج

حيث المبلغ المطلوب من هذه المناسبة وهي

$$\frac{٣٥٠}{٣} : ٥٦٠٠٠٠ :: ١٠٠ : س \text{ وينتج من هذا أن } س = ٤٨٠٠٠٠$$

فاذن ٥٦٠٠٠٠ فرنك المؤجل بأربعين شهرا تعادل ٤٨٠٠٠٠ فرنك

نقدا

المسئلة الثالثة عشر ما عدد السنين التي يعادل فيها رأس مال ٤٨٠٠٠٠ فرنك

٥٦٠٠٠٠ فرنك (راجع المسئلة العشرين من غمرة ١٢٨)

فنقول حيث ان الفرق بين هذين العددين اعني ٤٨٠٠٠٠ و ٥٦٠٠٠٠

فرنك

هو ٨٠٠٠٠ فالواجب البحث عن مقدار الزمن الذي يربح فيه مبلغ ٤٨٠٠٠٠

فرنك

فرنك

مبلغ ٨٠٠٠٠ و بحساب بسيط وحيث ان ربح ٤٨٠٠٠٠ في السنة الواحدة

فرنك

فرنك

جزء من عشرين من ٤٨٠٠٠٠ اي ٢٤٠٠٠ فعدد السنين المطلوب يستخرج

حينئذ من هذه المتناسبة وهي ٦٤٠٠٠ : ٨٠٠٠٠ :: ١ : س

وينتج من هذا أن س = $\frac{80000}{64000} = \frac{1}{4}$ فاذن يكون عدد السنين

المطلوب ثلث عشر سنوات اي ٣ سنين و ٤ اشهر

(قاعدة الخطيطة)

(٢٢٢) المسئلة الرابعة عشر ما مقدار الخطيطة الخارجية التي يلزم جعلها على

حساب ستة في المائة في السنة الواحدة اذا أريد أن يقبض قبل حلول الاجل

فرنك

مبلغ في الوثيقة قدره ٢٨٥٠ و ٤٥ مؤجل بثلاث سنوات وأربعة أشهر

أو بأربعين شهرا (راجع المسئلة الثانية والعشرين من غمرة ١٢٩)

فنقول حيث ان خطيطة أي مبلغ في أي زمن بينها وبين مقدار هذا المبلغ

فرنك

وزمن الخط منه تناسب فلا مانع أن يقال حيث كانت خطيطة ١٠٠

فرنك

فرنك

في السنة الواحدة هي ٦ فخطيطة ٢٨٥٠ و ٤٥ في السنة الواحدة

نعرف من هذه المتناسبة وهي ١٠٠ : ٢٨٥٠ و ٤٥ :: ٦ : س

وينتج من هذا أن س = $\frac{6 \times 2850.45}{100}$

فرنك

ومق عرفت خطيطة ٢٨٥٠ و ٤٥ في سنة واحدة أي في اثني عشر شهرا

فاستخرج من ذلك حطية هذا المبلغ في أربعين شهرا بتركيب هذه المتناسبة
وهي $١٢ : ٤٠ :: \frac{٦ \times ٢٨٥٠٠٠}{٣} : س$ وينتج من هذا أن س
 $= \frac{٤٠ \times ٦ \times ٢٨٥٠٠٠}{١٢ \times ١٠٠} = ٥٧٠٠٠٩$ فبخدم مقدار الحطية المطلوبة
فرنك

٥٧٠٠٩ ويختصر العمل بحذف ما يوجد في البسط والمقام من العوامل
المشتركة فيؤل ذلك الى س $= \frac{٦ \times ٢ \times ٢ \times ١٠ \times ٢٨٥٠٠٠}{٥ \times ٢ \times ١٠ \times ٦ \times ٢} = \frac{٢٨٥٠٠٠}{٥} = ٥٧٠٠٠٩$

(مسائل تتعلق بالارباح المركبة)

(٢٢٣) المسئلة الخامسة عشر ما مقدار ما تعادله ٤٨٠٠٠٠ فرنك
في ثلاث سنوات (راجع المسئلة الخامسة والعشرين في غمرة ١٤٠)
فنقول حيث ان ربح المائة فرنك في كل سنة ٥ فرنكات فالمائة فرنك
فرنك

المدفوعة في غمرة سنة تعادل في آخر تلك السنة ١٠٥ وحيث يحصل
ما تعادله كمية ٤٨٠٠٠٠ في آخر السنة الاولى بتركيب هذه المتناسبة وهي
 $١٠٠ : ١٠٥ :: ٤٨٠٠٠٠ : س$ وينتج من هذا أن س $= ٥٠٤٠٠٠$
فرنك

فاذا وضع هذا المبلغ اعني ٥٠٤٠٠٠ للاسترباح في غمرة السنة الثانية
وأردت أن تعرف ما يعادله في آخر هذه السنة فركب هذه المتناسبة وهي
 $١٠٠ : ١٠٥ :: ٥٠٤٠٠٠ : س$ وينتج من هذا أن س $= ٥٢٩٢٠٠$

فاذا وضع أيضا هذا المبلغ اعني ٥٢٩٢٠٠ للاسترباح في غمرة السنة
الثالثة وأردت أن تعرف ما يعادله في آخر هذه السنة فركب هذه المتناسبة وهي
 $١٠٠ : ١٠٥ :: ٥٢٩٢٠٠ : س$ وينتج من هذا أن س $= ٥٥٥٦٦٠$

فرنك

فرنك

فعلى هذا نجد أن ٤٨٠٠٠٠ نقدا تعادل في ثلاث سنوات ٥٥٥٦٦٠

فرنك

فرنك

فاذن يكون ربح المركب في ثلاث سنوات مبلغ ٥٥٥٦٦٠

— ٤٨٠٠٠٠ اى ٧٥٦٦٠ فرنكا

(تنبيه) اذا اقتصرنا على بيان العمليات وحذفت من كل متاسبة عامل

المشترك بين حدى النسبة الاولى وهما ١٠٠ و ١٠٥ وجدت
فرنك فرنك

أن ٤٨٠٠٠٠ نقدا تعادل في آخر السنة الاولى ٤٨٠٠٠٠ × $\frac{105}{100}$

فرنك فرنك
وفي آخر الثانية ٤٨٠٠٠٠ × $\frac{105}{100}$ × $\frac{105}{100}$ اى ٤٨٠٠٠٠ × $(\frac{105}{100})^2$

فرنك فرنك
وفي آخر الثالثة ٤٨٠٠٠٠ × $\frac{105}{100}$ × $\frac{105}{100}$ × $\frac{105}{100}$ اى ٤٨٠٠٠٠ × $(\frac{105}{100})^3$

وهذه النتائج مطابقة للنتائج السابقة في الحل الثانى من عمدة ١٤٠

فرنك

المسئلة السادسة عشر مائة دارما تعادله ٤٨٠٠٠٠ في ثلاث سنوات
وأربعة أشهر مع مراعاة أن الارباح المركبة تكون سنة فسنة (راجع المسئلة
السادسة والعشرين من عمدة ١٤٢)

فرنك

فنقول قد تقدم في المسئلة السابقة أن ٤٨٠٠٠٠ نقدا تعادل في آخر

فرنك

فرنك

السنة الثالثة ٥٥٥٦٦٠ فاذن يكفى أن يضم الى هذا المبلغ اثنى ٥٥٥٦٦٠

فرنك

ربحه البسيط مدة أربعة أشهر فيؤلى الامر الى البحث عما تعادله ٥٥٥٦٦٠
مؤجلة بعد مضي أربعة أشهر

فرنك

فيقال حيث ان ربح ١٠٠ في ١٢ شهرا ٥ فرنكان فربحها البسيط في

أربعة أشهر يحصل بتركيب هذه المتاسبة وهى ١٢ : ٤ :: ٥ : م

وننتج من هذا أن م = $\frac{5}{3}$

فرنك فرنك فرنك

وحيث ان ربح ١٠٠ البسيط في ٤ أشهر يعادل $\frac{5}{3}$ يعلم ان ١٠٠

فرنك فرنك

تقدات تعادل في ٤ أشهر ١٠٠ + $\frac{5}{3}$ اي $\frac{305}{3}$

فرنك

ويتحصل حينئذ ربح ٥٥٥٦٦٠ بعد مضي أربعة أشهر بواسطة هذه المتناسبة

وهي ١٠٠ : ٥٥٥٦٦٠ :: $\frac{305}{3}$: سه وينتج من هذا أن سه = ٥٦٤٩٦١

فرنك

فاذن يكون ما تعادله ٤٨٠٠٠٠ تقدافي ثلاث سنوات وأربعة أشهر وهو

٥٦٤٩٦١ فرنكا

فرنك

المسئلة السابعة عشر ما مقدار ما يعادله مبلغ ٥٦٤٩٦١ مؤجلا

بثلاث سنوات وأربعة أشهر من الفرنكات الحالية (فالطالب معرفته رأس مال

هذا المبلغ) (راجع المسئلة السابعة والعشرين من نمرة ١٤٢)

فرنك

فرنك

فنقول قد سبق أن ١٠٠ تقدات تعادل بعد مضي أربعة أشهر $\frac{305}{3}$ فاذن

فرنك

يتحصل ما يعادله مبلغ ٥٦٤٩٦١ مؤجلا بثلاث سنوات وأربعة أشهر

في ثلاث سنين قبل حلول أربعة أشهر بتركيب هذه المتناسبة وهي $\frac{305}{3}$: ١٠٠

:: ٥٦٤٩٦١ : سه وينتج من هذا أن سه = ٥٥٥٦٦٠

فرنك

وبهذه الكيفية يؤل الامر الى البحث عما يعادله مبلغ ٥٥٥٦٦٠ مؤجلا

بثلاث سنوات من الفرنكات الحالية وحيث ان ١٠٥ فرنكات مؤجلة

فرنك

فرنك

بسنة واحدة تعادل ١٠٠ تقدات مبلغ ٥٥٥٦٦٠ مضمومة في آخر

السنة الثالثة يعرف ما يعادله في آخر السنة الثانية أى قبل ذلك بسنة بتركيب هذه المتناسبة وهي

$$١٠٥ : ١٠٠ :: ٥٥٥٦٦٠ : س \text{ وينتج من هذا أن } س = ٥٢٩٢٠٠ \text{ فرنك}$$

ويتطير ذلك يحصل ما يعادله في آخر السنة الاولى مبلغ ٥٢٩٢٠٠ مقبوضا في آخر السنة الثانية ويستخرج بواسطة هذه المتناسبة وهي

$$١٠٥ : ١٠٠ :: ٥٢٩٢٠٠ : س \text{ وينتج من هذا أن } س = ٥٠٤٠٠٠ \text{ فرنك}$$

ويحصل أيضا ما يعادله من القرنكات الحالة مبلغ ٥٠٤٠٠٠ مقبوضا في آخر السنة الاولى بتركيب هذه المتناسبة وهي

$$١٠٥ : ١٠٠ :: ٥٠٤٠٠٠ : س \text{ وينتج من هذا أن } س = ٤٨٠٠٠٠ \text{ فرنك}$$

فأذن يكون ٤٨٠٠٠٠ رأس المال المطلوب فإذا حذفنا من المتناسبات الثلاث الأخيرة عامل ٥ المشترك بين حدى النسبة الاولى وهما ١٠٥ و ١٠٠ واقتصرت على بيان العمليات

فرنك وجدت انه يكفى في إيجاد ما يعادل من القرنكات الحالة مبلغ ٥٥٥٦٦٠

فرنك مقبوضا في ثلاث سنوات ان تضرب ٥٥٥٦٦٠ في $(\frac{٢١}{٣})^٢$ فيقول

فرنك ذلك الى قسمة رأس المال وهو ٥٥٥٦٦٠ على $(\frac{٢١}{٣})^٢$ وهذه القسمة يمكن

استخراجها أيضا من قسمة ٢٢٣ (تجيبه) مذكرا من البراهين في الحل الثاني من عمدة ١٤٢ و

الاختصار الى هذه النتيجة بعينها

• (الفصل الرابع) •

(في الكلام على المتواليات)

• (يسكن المتواليات العددية التقاضلية) •

(٢٢٤) المتوالية العددية أو التقاضلية هي ما تتركب من عدة حدود تصاعديّة أو تنازليّة أي: تزايد أو متناقصة بحيث يكون الفرق بين كل حدّين متوالين من تلك الحدود واحدا وهذا الفرق يسمى أساس المتوالية
مثلا: أعداد ٤ و ٧ و ١٠ و ١٣ و ١٦ تتركب منها متوالية عدديّة تصاعديّة أساسها ٣ وتوضع هكذا: ٤ • ٧ • ١٠ • ١٣ • ١٦
وينطق بها هكذا ٤ الى سبعة كنسبة ٧ الى ١٠ كنسبة ١٠ الى ١٣ كنسبة ١٣ الى ١٦

وإذا عكست هذا الوضع تحصل من ذلك متوالية عدديّة تنازليّة صورتها هكذا: ١٦ • ١٣ • ١٠ • ٧ • ٤

(٢٢٥) يؤخذ من تعريف المتوالية العددية التصاعديّة أن الحد الثاني فيها يساوي الحد الأول بزيادة الأساس وأن الحد الثالث يساوي الثاني بزيادة الأساس أيضا بمعنى أنه يساوي الحد الأول مضافا اليه ضعف الأساس وبالمجمله فكل حد من أي منزلة كانت يساوي الحد الأول مضافا اليه الأساس عدة مرات بقدر ما يوجد من الحدود قبل ذلك الحد

وإذا كانت المتوالية تنازليّة فحد أي منزلة كانت يحصل بطرح الأساس من الحد الأول عدة مرات بقدر ما يوجد من الحدود قبل ذلك الحد

(٢٢٦) مسألة: المطلوب ادخال عدة أواسط عددية بين عددين معلومين بمعنى عدة حدود بين عددين معلومين بحيث يتركب من الجميع متوالية

عددية

فيكن في إيجاد هذه الأواسط العددية أن تعين أساس المتوالية المطلوبه فإذا جعلت أصغر العددين الحد الأول من المتوالية ولاحظت أن عدد مجموع الحدود يلزم أن يكون مساويا لعدد مجموع الأواسط العددية مضافا اليه ٢ وجعلت الحد الأخير أعني أكبر العددين المعلومين مساويا لأصغرهما زائدا الأساس مضروبا في عدد الأواسط المطلوب ادخالها مضافا اليه ١

كافية ٢٢٥

فيكون حينئذ كبر العددين المقروضين ناقصا أصغرهما ما ويا الحاصل ضرب
الاساس في عدد الاواسط المناسبة مضافا اليه ١

وعليه فيمكن في تحصيل اساس المتوالية المطلوبة أن تأخذ الفرق بين العددين
المقروضين وتقسيمه على عدد الاواسط العددية مضافا اليه ١

مثلا إذا أردت ادخال ٦ واسط عدديتين ٢ و ٢٣ فاقسم
٢٣ - ٢ على ٦ + ١ اي ٢١ على ٧ فخرج القسمة وهو ٣

هو اساس المتوالية المطلوبة وتكون المتوالية هكذا ١١٠٨٠٥٠٢ ÷
١٤٠ ١٧٠ ٢٠ ٢٣ وعليه فتكون الاواسط المطلوبة هي ٥ و ٨

و ١١ و ١٤ و ١٧ و ٢٠

(٢٢٧) يؤخذ من قاعدة عمدة ٢٢٦ انه اذا أدخل بالتعاقب عددا واحدا من

الواسط العددية بين الحد الاول والثاني من متوالية عددية وكذلك بين الثاني
والثالث وهكذا تر كيع من الجميع متوالية عددية جديدة

مثلا لنفرض متوالية ٢ ÷ ١٤٠ ٢٦ فإذا أدخلت ثلاثة واسط
عددية بين ٢ و ١٤ وثلاثة أخرى بين ١٤ و ٢٦ حدثت متوالية جديدة

وهي ٢ ÷ ١١٠ ٨٠ ٥٠ ٢٣ ٢٦ ١٤ ١٧ ٢٠ ٢٣ ٢٦

(٢٢٨) اذا كان المطلوب تحصيل مجموع حدود أي متوالية عددية مع
فرض أن المعلوم في الحد الاول والحد الاخير وعدد الحدود فيمكن أن نضم الحد

الاول الى الاخير ونضرب النتيجة في نصف عدد الحدود

ولنفرض متوالية ٣ ÷ ٥٠ ٧٠ ٩٠ ١١٠ ١٣٠ ١٥٠ العددية

فإذا عكسنا وضعها صارت ١٥٠ ١٣٠ ١١٠ ٩٠ ٧٠ ٥٠ ٣

فإذا جمعنا الحدود المتقابلة من كلاهما بين المتوالتين فحصلت هذه المجموعات
الجزئية وهي

٣ + ١٥ و ٥ + ١٣ و ٧ + ١١ و ٩ + ٩ و ١١ + ٧ و ١٣ + ٥ و ١٥ + ٣

ثم نقول ان هذه المجموعات الجزئية كلها مساوية للمجموع الاول أي للحد

الاول زائدا الحد الاخير حيث يرى في المجموع الجزئى الثانى أن ٥ تساوى الحد الاول زائدا الاساس وأن ١٣ تساوى الحد الاخير ناقصا الاساس فيقول حينئذ مجموع هذين العددين الى الحد الاول زائدا الاخير * وتظهر ذلك يرى في المجموع الجزئى الثالث حيث ان ٧ فيه تتركب من الحد الاول زائدا ضعف الاساس و ١١ تتركب من الحد الاخير ناقصا ضعف الاساس فيقول أيضا مجموع العددين الى الحد الاول زائدا الاخير وهكذا وحينئذ فالمجموع الكلى لحدودها تين المتواليين أعنى ضعف مجموع حدودا حدهما يساوى مجموع الحد الاول والاخير بمكرر قاعدة مترات بقدر ما فى المتوالية من الحدود وينتج من ذلك القاعدة السابقة

مثلا * المطلوب استخراج مجموع حدود متوالية عددية حدها الاول ١ والاخير ٢٧ وعدد حدودها ١٤

فالمجموع المطلوب يتصل بضرب ٢٧ + ١ اى ٢٨ فى ٧ فيكون الحاصل ١٩٦ وذلك أن حدود المتوالية هى الاعداد الفردية وهى

١ و ٣ و ٥ و ٧ و ٩ و ١١ و ١٣ و ١٥ و ١٧ و ١٩ و ٢١ و ٢٣ و ٢٥ و ٢٧ التى مجموعها يساوى ١٩٦

تنبه * اذا علم الحد الاول والاساس وعدد الحدود أمكن ترجيع هذه الصورة الى السابقة لانه لما كان الحد الاخير مساويا للحد الاول زائدا عليه أو ناقصا منه حاصل ضرب الاساس فى عدد الحدود ناقصا ١ كما تقدم فى قاعدة غرة ٢٢٥ سهل استخراج الحد الاخير

مثلا * اذا أريد إيجاد مجموع حدود متوالية عددية تصاعدية حدها الاول ١ واساسها ٢ وعدد حدودها ١٤ فلاحظ انه حيث كان الحد الرابع عشر يساوى ١ + ٢ × ١٣ (كما فى غرة ٢٢٥) اى يساوى ٣٧ فالمجموع المطلوب هو (١ + ٣٧) × $\frac{14}{2}$ او ٢٨ × ٧ اى ١٩٦

• (بيان المتواليات الهندسية اى القسمية) •

(٢٢٩) المتوالية الهندسية أو القسمية هي ما تتركب من عدة حدود

إذا قسم كل منها على الحد الذي قبله لا يتغير خارج القسمة بل يكون واحدا
في الجميع وهذا الخارج يسمى أساس المتوالية

مثلا • يتركب من اعداد ١ و ٣ و ٩ و ٢٧ و ٨١ متوالية
هندسية أساسها ٣ وتوضع هكذا

١ : ٣ : ٩ : ٢٧ : ٨١ وينطبق بها هكذا

١ الى ٣ كنسبة ٣ الى ٩ كنسبة ٩ الى ٢٧ كنسبة ٢٧ الى ٨١
(٢٣٠) يؤخذ من تعريف المتوالية الهندسية أن الحد الثاني فيها
يساوى الحد الاول مضروباً في الأساس وأن الحد الثالث يساوى الحد الثاني
مضروباً في الأساس وهذا يؤل الى حاصل ضرب الحد الاول في الأساس
مأخوذاً عاملاً أعني يؤل الى حاصل ضرب الحد الاول في قوة الأساس
الثانية وبالمثل فكل عدد من اى منزلة كانت يساوى حاصل ضرب الحد الاول
في الأساس مرفوعاً الى قوة يرمز اليها بعدد الحدود المقدمة على ذلك الحد

(٢٣١) مسألة • المطلوب ادخال عدة واسط هندسية بين عددين مقروضين
وذلك عبارة عن تعيين اساس المتوالية المطلوبة فيلاحظ لأجل ذلك أنه حيث
كان عدد جميع حدود المتوالية مساوياً لعدد الاسط الهندسية زائداً ٢
فأكبر العددين المقروضين المأخوذ حد الأخير للمتوالية هو حاصل ضرب
اصغرها في الأساس مرفوعاً الى قوة يرمز اليها بعدد الاسط الهندسية زائداً
١ (كافي غرة ٢٣٠) فإذا قسم أكبر العددين المقروضين على
اصغرها كان خارج القسمة مساوياً للأساس مرفوعاً الى قوة يرمز اليها بعدد
الاسط الهندسية زائداً ١

وعليه فيمكن في تحصيل أساس المتوالية المطلوبة أن تحصل على خارج قسمة أكبر
العددين المقروضين على العدد الأصغر وتستخرج من هذا الخارج جذر
الدرجة المرموز اليها بعدد الاسط الهندسية زائداً ١

مثلا • المطلوب ادخال وسطين هندسيين بين ٢ و ٥٤ فتقسم ٥٤
على ٢ ثم تستخرج جذر مكعب الخارج وحيث ان النتيجة وهى ٣

تدل على أساس المتوالية فالمتوالية المذكورة هي $2 : 6 : 18 : 54$
فعلى ذلك يكون الوسطان الهندسيان المطلوبان هما ٦ و ١٨

(٢٣٢) ينتج من قاعدة عمدة ٢٣١ انه اذا أدخلنا بالتوالي عددا واحدا من
الواسط الهندسية بين الحد الاول والثاني وبين الثاني والثالث من المتوالية
الهندسية وهكذا تركب من مجموع هذه الحدود متوالية هندسية أخرى
مثلا • لتفرض متوالية $1 : 81 : 6561$

فاذا أدخلنا بالتوالي ثلاثة واسط هندسية بين ١ و ٨١ وبين ٨١ و ٦٥٦١
كانت المتوالية الجديدة هكذا

$1 : 3 : 9 : 27 : 81 : 243 : 729 : 2187 : 6561$

(٢٣٣) مسألة • المطلوب ادخال واسط هندسية بين عددين بشرط
أن لا يخرج الا جذرا مربعا فقط

ولتفرض عددي ٢ و ٣٢ فنبحث أولا عن وسط متناسب هندسي
بين هذين العددين فنجد الوسط المطلوب هو $\sqrt{64}$ او $\sqrt{32 \times 2}$ او $\sqrt{64}$
اي ٨ ويتركب من ذلك المتوالية الاولى وهي
 $2 : 8 : 32$

ثم ندخل وسطا هندسيا بين ٢ و ٨ ووسطا آخر بين ٨ و ٣٢
فيتركب من ذلك المتوالية الثانية وهي

$2 : 4 : 8 : 16 : 32$

فاذا أدخلنا ايضا وسطا هندسيا بين عددين متوالين من هذه المتوالية الاخيرة
فحصلت المتوالية الثالثة وهي

$2 : 4 : 8 : 16 : 32 : 64 : 128 : 256 : 512 : 1024$ وهكذا

تنبيه • حيث ان اعداد حدود تلك المتواليات المتتابعة هي ٢ و ٥ و ٩
أعني ٢ + ١ و ٢ + ١ و ٢ + ١ فاعداد هذه الحدود
هي القوى المتتابعة لعدد ٢ فاذا ١

وبالجملة فيمكن في البرهنة على هذه الخاصية أن تلاحظ أنه إذا كان عدد

حدود المتوالية $1 + 2 + \dots + n$ وأدخلنا بالتوالي وسطا بين الحد الأول والثاني وبين الثاني والثالث وبين الخدين الآخرين كان عدد جميع الاواسط

الداخلية مساويا لعدد $1 + 2 + \dots + n$ الذي هو عدد حدود المتوالية المطلوبة ناقصا. 1 بمعنى أنه يرمز إليها بعدد n فاذن المتوالية الجديدة

المركبة بهذه الطريقة تكون مركبة من $1 + 2 + \dots + n$ زائدا 1 وهو عدد الحدود وهذا يؤل إلى $1 + 2 + \dots + n$ أو إلى $1 + 2 + \dots + n$ فالقاعدة حيث تنمطرده

والما كانت المتوالية المرموز فيها بحرف m إلى قوة من القوى مركبة من $1 + 2 + \dots + n$ وهو عدد الحدود وكان عدد جميع الاواسط الداخلية بين

العددين المقروضين هو $1 + 2 + \dots + n$ أو $1 - 2 + 3 - 4 + \dots$ فحينئذ إذا كان عدد الاواسط الهندسية المطلوب ادخالها بين عددين هو قوة 2 ناقصة 1 فابجاء هذه الاواسط يكون باستخراج الوسط الهندسي بين كل عددين على التوالي

مثلا إذا كان المطلوب ادخال عدة واسط هندسية مرموزا إليها بعدد n 1 أي 3 بين عددي 1 و 10 فاستخرج أولا الوسط الهندسي الموجود بين 1 و 10 وهذا الوسط هو 10 أي 1682793 و 162277660

وهكذا من الاعداد الاعشارية فتعين بذلك هذه المتوالية وهي

$1 : 1682793 : 162277660$ وهكذا من الاعداد

الاعشارية 10

فإذا أدخلنا بالتوالي وسطا هندسيا بين الحد الأول والثاني وبين الثاني

والثالث تحصلت هذه المتوالية وهي

١ : ١٧٧٨٢٧ و هكذا من الاعداد الاعشارية : ١٦٢٢٧ و
وهكذا من الاعداد الاعشارية : ٦٢٣٤١ و ٥ و هكذا من الاعداد
الاعشارية : ١٠

فالاواسط الهندسية المطلوبة خبثت في ١٧٧٨٢٧ و هكذا
من الاعداد الاعشارية و ١٦٢٢٧ و هكذا من الاعداد
الاعشارية و ٦٢٣٤١ و هكذا من الاعداد الاعشارية

(٢٣٤) يكنى في تحصيل مجموع حدود المتوالية الهندسية التصاعدية
المعلوم فيها الحد الاول والاخير والاساس أن تضرب الحد الاخير في الاساس
وتطرح الحد الاول من الحاصل وتقسيم الباقي على الاساس ناقصا ١

ولتفرض متوالية ٢ : ٨ : ٣٢ : ١٢٨ : ٥١٢ : ٢٠٤٨
التي اساسها ٤ فاذا رمزنا بحرف س الى مجموع حدود هذه المتوالية
صارت هكذا

$$س = ٢ + ٨ + ٣٢ + ١٢٨ + ٥١٢ + ٢٠٤٨$$

فاذا ضربنا المجموع وهو س بجميع اجزائه في الاساس وهو ٤ فنحصل

$$س \times ٤ = ٢ \times ٤ + ٨ \times ٤ + ٣٢ \times ٤ + ١٢٨ \times ٤ + ٥١٢ \times ٤ + ٢٠٤٨ \times ٤$$

وهذه المتساوية الاخيرة تقول الى

$$س \times ٤ = ٨ + ٣٢ + ١٢٨ + ٥١٢ + ٢٠٤٨ + ٢٠٤٨ \times ٤$$

فاذا طرحنا حاصل ضرب ١ س من حاصل ضرب ٤ س

كان الباقي وهو (٤ - ١) في س مساويا ٢٠٤٨ س - ٤

وعليه فالمجموع المطلوب وهو س يساوي ٢٠٤٨ س - ٤

مقسوما على ٤ - ١ وبهذا يثبت المطلوب

واذا أجرينا العمل المتقدم وجدنا س = $\frac{٢ - ٤ \times ٢٠٤٨}{١ - ٤} = \frac{٢ - ٨١٩٢}{٣}$

$$= \frac{٨١٩٠}{٣} = ٢٧٣٠ \text{ فان مجموع اعداد } ٢ \text{ و } ٨ \text{ و } ٣٢ \text{ و } ١٢٨$$

و ٥١٢ و ٢٠٤٨ هو في الحقيقة ٢٧٣٠

تبيينه • اذا علم من المتوالية حدها الاول واسماها وعدد حدودها أم يمكن
ترجييع هذه الصورة الى السابقة لانها كان الحد الاخير مساويا للحاصل
ضرب الحد الاول في قوة الاساس المرموز اليها بعدد الحدود ناقصا ١
بحسب قاعدة نمرة ٢٣٠ سهل استخراج هذا الحد الاخير (ولتأمل
لذلك بأصله فنقول)

المثال الاول أن يكون المطلوب تحصيل مجموع حدود متوالية هندسية
حدها الاول ٢ وأساسها ٤ ومجموع حدودها ٦
فنقول حيث ان الحد السادس يساوي 2×4^5 كما تقدم في نمرة ٢٣٠
أي يساوي ٢٠٤٨ فالج مجموع المطلوب يساوي $\frac{2 \times 4^6 - 2}{4 - 2}$ أي يساوي
٢٧٣٠

المثال الثاني أن يكون المطلوب تحصيل مجموع حدود متوالية هندسية
حدها الاول ١٠ وأساسها ١٠ ومجموع حدودها ٥

فنقول حيث ان الحد الاخير يساوي 10×10^4 أي ١٠٠٠٠٠ فالج مجموع
المطلوب يساوي $\frac{10 \times 10^5 - 10}{10 - 1}$ أي يساوي ١١١١١٠
فان حدود المتوالية المقروضة لما كانت ١٠ و ١٠٠ و ١٠٠٠
و ١٠٠٠٠ و ١٠٠٠٠٠ كان مجموعها ١١١١١٠

المثال الثالث أن نفرض أن لاعبا خسر في اللعب تسع مرات متوالية ورجع
فرك فرك
في العاشرة وأن المبالغ التي عرضها لخطر اللعب على التوالي ٥ و ١٠
فرك

٢٠ وهكذا بالتضعيف فمقدار المبلغ السكلي الذي عرضه لخطر اللعب
وما مقدار الزرع أو الخسارة التي خرج بها

فنقول ان المبالغ المتوالية هي حدود متوالية الهندسية التي هي ٥ :
١٠ : ٢٠ : وعدة تلك الحدود ١٠ فاذن يكون الحد العاشر
هو $5 \times 9 = 450$ كما تقدم في نمرة ٢٣٠ ويكون مجموع

الحدود العشرة هو

$$\frac{2060 \times 2 - 5}{1 - 2} = 5110 \text{ فرنك}$$

وهو المجموع الكلي المعرض لخطر اللعب

فرنك
وحيث ان اللاعب المذكور يربح في المرة العاشرة مبلغ ٢٥٦٠ الذي

فرنك
وضعه فيما رآه عليه تطهيره فمجموع ما قبضه حينئذ ٥١٢٠ وحيث

فرنك
انه كان معرض لخطر اللعب ٥١١٥ فربحه الذي خرج به من اللعب ٥

• (الباب الثامن) •

• (في اللوغاريتم وفيه فصول) •

• (الفصل الاول) •

• (في بيان اللوغاريتم من حيث هو اى لا يقيد طريقة مخصوصة) •

(٢٣٥) متى قابلنا متواليتين غير محدودتين احدهما هندسية مبدوءة بالواحد والاخرى عددية مبدوءة بمصغر فكل حد من المتوالية الثانية يعنى لوغاريتم الحد المقابل له من المتوالية الاولى ومجموع حدود المتواليةين تتوكل منه اللوغاريتمات

ويؤخذ من هذا التعريف أن لوغاريتم الواحد يساوى دائما صفرا
(٢٣٦) وفي المتواليات التى بهذه المثابة يصحكون كل حد من المتوالية الهندسية مساويا للاساس من طرفه الى قوة من حوزها بها بعدد الحدود التى قبل ذلك الحد (كافية غرة ٢٣٠) ويكون كل حد من المتوالية العددية مساويا للاساس مكررا عدة مرات بقدر ما هو بعد من الحدود قبل ذلك الحد (كافية غرة ٢٢٥) وينتج من ذلك ثلاث صور

الاولى • الحدود المتتالية من المتوالية الهندسية عبارة عن القوى المتتالية لاساس هذه المتوالية • ومنزلة كل حد من هذه المتوالية فى هذا الحد زائدا ١

الثانية • الحدود المتتالية من المتوالية العددية عبارة عن الاضغاف المتتالية لاساس هذه المتوالية • ومنزلة كل حد من هذه المتوالية فى هذا الحد زائدا ١

الثالثة • اذا شغل حد من حدود المتوالية الهندسية منزلة حد من حدود المتوالية العددية ففى هذين الحدين تجد اُس الاساس فى حد المتوالية الهندسية مساويا لمضروب الاساس الموجود فى الحد المقابل له من المتوالية العددية وبالعكس اى كلما كان اُس الاساس فى حد من حدود المتوالية الهندسية مساويا لمضروب الاساس فى حد من حدود المتوالية العددية علم

أن هذين الحدين يشغلان مرة واحدة في المتواليتين وهذا ناتج عن الصورة الأولى والثانية بدون واسطة

(٢٣٧) إذا ضرب حد في آخر من المتوالية الهندسية وأضيف الحدان المقابلان لهما من المتوالية العددية إلى بعضهما كان الحاصل والمجموع حدين من حدود

هاتين المتواليتين ويكونان أيضا حدين متقابلين في المتواليتين المذكورتين فإذا اعتبرنا مثلا الحد الخامس والسابع علما يجب صورة ٢٣٦ أن

الحد الخامس في المتوالية الهندسية هو قوة الأساس الرابعة وأن الحد السابع هو قوة الأساس السادسة فاذن يكون حاصل ضرب هذين الحدين قوة للأساس

يرمز إليها بعدد ٤ + ٦ (كافي مرة ٢٤) وبعدد ١٠ فيكون هذا الحاصل حينئذ هو الحد الحادي عشر من المتوالية الهندسية وعلما أيضا

أن الحد الخامس في المتوالية العددية يساوي الأساس ٤ مرات وأن الحد السابع يساوي الأساس ٦ مرات فاذن يكون مجموع هذين الحدين مساويا

للأساس مكررا عدة مرات يرمز إليها بعدد ٤ + ٦ أي بعدد ١٠ فيكون هذا المجموع حينئذ هو الحد الحادي عشر من المتوالية العددية

فاذن يكون الحاصل والمجموع حدين متقابلين في المتواليتين وبهذا ثبت المطلوب

(٢٣٨) حيث أن البراهين يمكن تطبيقها على عدد الحدود المضروبة والمضافة في كل من المتواليتين أيما كان وأيما كانت منزلتها ينتج من ذلك أنه إذا ضربت

عدة حدود في بعضها من المتوالية الهندسية وأضيفت الحدود المقابلة لها من المتوالية العددية إلى بعضها يكون الحاصل والمجموع حدين متقابلين

في المتواليتين ومقتضى هذه الخاصية أنه يكفي في إيجاد حاصل ضرب عدة حدود من المتوالية الهندسية أن نجمع الحدود المقابلة لهما من المتوالية العددية

فيكون المجموع مقابلا للحاصل المطلوب ولنقرض متواليتين غير محدودتين كمتواليتين

١ : ٣ : ٩ : ٢٧ : ٨١ : ٢٤٣ : ٧٢٩ : ٢١٨٧ : ٦٥٦١ : الخ

٠ : ٢ : ٤ : ٦ : ٨ : ١٠ : ١٢ : ١٤ : ١٦ : الخ

فيكنى في استخراج حاصل ضرب حدود ٣ و ٧ و ٨١ من المتوالية الهندسية أن تجمع حدود ٢ و ٦ و ٨ المقابلة لها من المتوالية العددية فيكون المجموع وهو ١٦ حذا من حدود هذه المتوالية ويكون الحد المقابل له وهو ٦٥٦١ من المتوالية الهندسية هو حاصل الضرب المطلوب

(٢٣٩) حيث ان حدود المتوالية العددية هي لو غارتمت للحدود المقابلة لها من المتوالية الهندسية فلو غارتم حاصل ضرب عدة حدود من المتوالية الهندسية يساوى مجموع لو غارتمت تلك الحدود

وعليه فعدد ١٦ في المثال المتقدم الذى هو لو غارتم عدد ٦٥٦١ الناتج من ضرب حدود المتوالية الهندسية وهي ٣ و ٧ و ٨١ يساوى مجموع اعداد ٢ و ٦ و ٨ التى لو غارتمت تلك الحدود

(٢٤٠) هذه الخاصية التى بها يصير ضرب عدة اعداد جمعا مختصرا لا يظهر تطبيقها الا على ما كان من الاعداد جرا من المتوالية الهندسية • ونحن نبين انه يمكن توسيعها عن ذلك وتطبيقها على جميع الاعداد المحصورة بين حدود المتوالية الهندسية الاملية فنفرض لاجل تحقيق ذلك أن المتوالتين المقرضتين تصاعديتان وانه يمكن بسطهما الى غير نهاية فاذا أدخلنا بالتوالى وسطا هندسيا بين الحد الاول والثانى من المتوالية الهندسية وبين الثانى والثالث وهكذا وأدخلنا أيضا وسطا هندسيا بين الحدود المتتالية من المتوالية العددية فوصلنا بذلك الى متوالتين أخريين (كما فى عمرى ٢٢٧ و ٢٣٢) محتويتين على حدود كثيرة فاذا أجرينا العملية على هاتين المتوالتين كما أجريناها على السابقتين واستمرينا على هذا التسق تحصل بالتعاقب متوالات أخرى تجرى عليها أيضا الخاصية المذكورة • وباقي الطرح بين كل

حدين متتاليين من ايسغر بالتدريج على وجه بحيث يمكن بسط العمليات كل
البسط حتى يتوصل الى متواليتين يكون فيهما باقي الطرح بين كل حدين متتاليين
أيا ما كانا أصغر من كل كبة مفروضة ويعلم حينئذ أن جميع الاعداد التي
تكون أكبر من الواحد تنزل الى جزء من متواليته هندسية تصاعديّة مبدؤة
بالواحد يقايلها متواليّة أخرى عدديّة تصاعديّة مبدؤة بصفر وعليه فجميع
الاعداد التي تكون أكبر من الواحد يكون لها الوغارتمات
(٢٤١) ولما منع منئذ أن تؤسس القواعد الاسمية للاعداد التي تكون أكبر
من الواحد فنقول

القاعدة الاولى * لو غارتم حاصل ضرب عدة عوامل في بعضها يساوى مجموع
لو غارتمات هذه العوامل

مثلا * حيث ان عدد ٢١ هو حاصل ضرب ٣ في ٧ فالوغا ٢١ = لوغا ٣ + لوغا ٧

الثانية * لو غارتم خارج قسمة يساوى لو غارتم المقسوم ناقصا لو غارتم المقسوم
عليه وذلك لان المقسوم لما كان مساويا لحاصل ضرب المقسوم عليه
في خارج القسمة فيخرج من القاعدة الاولى أن لو غارتم المقسوم يساوى مجموع
لو غارتمى المقسوم عليه وخارج القسمة وعليه فيكون لوغا $\frac{21}{3}$ = لوغا ٢١ -
لوغا ٣ = ٧

الثالثة * لو غارتم قوة عدد يساوى حاصل ضرب لو غارتم هذا العدد في
درجة القوة وهذا ناتج من القاعدة الاولى بفرض أن جميع عوامل الحاصل
متساوية لان قوة العدد تدل على حاصل عدة عوامل متساوية لهذا العدد بقدر
ما في درجة القوة من الاحاد (كما في غمرة ٢٣)

مثلا لوغا ٢٧ = (لوغا ٣) \times ٣ لان لوغا $\frac{27}{3}$ = لوغا (٣ \times ٣ \times ٣)
= لوغا ٣ + لوغا ٣ + لوغا ٣ = ٣ \times لوغا ٣ = ٣ لوغا ٣
الرابعة * لو غارتم جذر درجة من أى عدد كان فنحصل بقسمة لو غارتم هذا
العدد على درجة الجذر المطلوب استخراجها وهذا ناتج من القاعدة الثالثة

ويمكن أيضا استنتاجه من القاعدة الاولى

مثلا حيث ان جذر مكعب ٦٤ هو الكمية التي اذا اخذت تاملا وتكررت ٣ مرات تحصل منها ٦٤ يكون

$$\sqrt[3]{64} \times \sqrt[3]{64} \times \sqrt[3]{64} = 64$$

$$\sqrt[3]{64} + \sqrt[3]{64} + \sqrt[3]{64} = 64$$

لوعارتم ٦٤ يساوي ٣ مرات لوعارتم $\sqrt[3]{64}$ ينتج من ذلك ان لوعا

$$\sqrt[3]{64} = \frac{64}{3}$$

وبمثل ذلك يكون لوعا $\sqrt[3]{\frac{1}{8}} = \frac{1}{2}$ لوعا $\frac{1}{2}$ وحيث ان لوعا $\frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

$$\frac{1}{4} = \frac{1}{8}$$

تنبيهان * الاول ينتج من القاعدة الثانية ان لوعارتم الكسر الاعتيادي يساوي لوعارتم بسطه ناقصا لوعارتم مقامه وذلك لان الكسر يعبر عنه كانه دال على

خارج قسمة بسطه على مقامه كما في تنبيه نمرة ٧١ فعلى هذا يكون لوعا $\frac{1}{17} =$

$$\frac{1}{17} = \frac{1}{17}$$

الثاني حيث ان الحد الرابع من التناسيب يساوي حاصل ضرب الوسطين مقسوما

على الحد الاول كما في نمرة ٢٠١ نتج من القاعدتين الاولى والثانية ان لوعارتم

الحد الرابع من التناسيب يساوي مجموع لوعارتي الوسطين ناقصا لوعارتم الحد

الاول

• (الفصل الثاني) •

(في بيان اللوغاريتمات على الطريقة التي يكون أساسها ١٠)

(٢٤٢) لم نعتبر في اللوغاريتم الا الطريقة التي جرت بها العادة في الحسابات

العددية وهي ناتجة من متواليتين غير محدودتين وهما

١ : ١٠ : ١٠٠ : ١٠٠٠ : ١٠٠٠٠ : ١٠٠٠٠٠ : ١٠٠٠٠٠٠ : الخ

١ : ١٠ : ١٠٠ : ١٠٠٠ : ١٠٠٠٠ : ١٠٠٠٠٠ : ١٠٠٠٠٠٠ : الخ

بأن تدخل بالنوازل الى اواسط هندسية وعددية بين حدودها متواليتين

(كافي غمرة ٢٤٠)

والعدد الذي لو غارتمه واحد في أى طريقة من طرق اللوغارتمة يسمى أساس
هذه الطريقة وعليه فعدد ١٠ هو أساس الطريقة التي نحن بصدد هار في هذه

الطريقة تدخل الامور الآتية

أولا • حيث ان لو غارتمات اعداد

١ و ١٠ و ١٠٠ و ١٠٠٠ الخ

هى ٠ و ١ و ٢ و ٣ الخ

ففي صورة ما اذا كان هنالك عدد واقع بين ١ و ١٠ وبين ١٠ و ١٠٠

وبين ١٠٠ و ١٠٠٠ وهكذا يكون لو غارتم هذا العدد بحسب

ذلك فيقع بين صفر و ١ وبين ١ و ٢ وبين ٢ و ٣ وهكذا

فعلى ذلك اذا حولنا اللوغارتمات الى كسور اعشارية فالجزء الصحيح من لو غارتم

العدد الصحيح أو الاعشارى الاكبر من الواحد يحتوى على عدة آحاد ناقصة ١

بقدر عدد الارقام التي توجد في الجزء الصحيح من العدد المبصوث عن لو غارتمه

وهذا الجزء الصحيح من اللوغارتم يسمى بالعدد التبيينى

ثانيا • اذا علمت لو غارتم العدد وأردت استخراج لو غارتم حاصل ضرب هذا

العدد في الواحد الذى يليه من الجهة اليمنى عدة أصفار أو لو غارتم خارج قسمة

العدد المذكور على الواحد المتبوع بتلك الاصفار يكنى في ذلك أن تزيد أو تنقص

اللو غارتم المقروض عدة آحاد بقدر ما يوجد من الاصفار وهذا ناتج عن

القاعدتين الاولى والثانية من غمرة ٢٤١ وعن القاعدة الاولى من غمرة ٢٤٢

فعلى هذا يكون

$$\text{لوغا } (١٠٠٠ \times ٤٧) = \text{لوغا } ٤٧ + \text{لوغا } ١٠٠٠ = \text{لوغا } ٤٧ + ٣$$

$$\text{ولوغا } \left(\frac{٢٣٤٧}{١٠٠٠}\right) = \text{لوغا } ٢٣٤٧ - \text{لوغا } ١٠٠٠ = \text{لوغا } ٢٣٤٧ - ٣$$

ثالثا • اذا اردت ان تنقص لو غارتم العدد عدة آحاد فالنتيجة هى لو غارتم

حاصل ضرب هذا العدد في قوة عدد ١٠ أو لو غارتم خارج قسمته على تلك

القوة المساوية لعدد الآحاد التي زدتها أو نقصتها وهذا ناتج عن الامر الثانى

وعليه فيكون

$$\text{لونا } ٤٧ + ٣ = \text{لونا } (١٠^٢ \times ٤٧) \text{ ولونا } ٢٣٤٧ - ٣ = \text{لونا } \left(\frac{٢٣٤٧}{١٠}\right)$$

(٢٤٣) طريقة اللوغاريتمات المعينة بالمتوالياتين الاصليتين وهما

$$\begin{array}{cccccccc} ١ & : & ١٠ & : & ١٠٠ & : & ١٠٠٠ & : & ١٠٠٠٠ & : & ١٠٠٠٠٠ & : & \dots \\ ١ & . & ٢ & . & ٣ & . & ٤ & . & ٥ & . & \dots & . & \dots \end{array}$$

لا يمكن أن يتوصل بها الى لوغارتمات الاعداد التي تكون أكبر من الواحد

واما اللوغاريتمات الاعداد التي تكون أصغر من الواحد فلا بد في تحصيلها من

أن تكون هذه الاعداد جزءاً من المتوالية الهندسية وحيث كان في هذه

المتوالية كل حد مقسوم على الاساس وهو ١٠ ينتج الحد الذي قبله

فلا مانع من تقديم حدود $\frac{1}{10}$ و $\frac{1}{100}$ و $\frac{1}{1000}$ و $\frac{1}{10000}$ الخ

على حد ١ بحيث تصير المتوالية الهندسية المبسوطة الى غير نهاية

في كتابه في حد ١ هكذا

$$\begin{array}{cccccccc} ١ & : & ١٠ & : & ١٠٠ & : & ١٠٠٠ & : & ١٠٠٠٠ & : & \dots \\ ١ & . & ٢ & . & ٣ & . & ٤ & . & ٥ & . & \dots \end{array}$$

ولاجل ايجاد لوغارتمات اعداد $\frac{1}{10}$ و $\frac{1}{100}$ و $\frac{1}{1000}$ الخ يلزم أن نصلح على

رموز بواسطتها تركيب الحدود التي تتقدم على الصفر في المتوالية العددية

الجديدة وحيث كان في المتوالية العددية كل حد ناقص الاساس وهو ١ ينتج

الحد الذي قبله فالحد الذي يتقدم على حد صفر يحصل حينئذ بطرح الواحد

من صفر ولما كان هذا الطرح المرموز اليه بهذا الرمز وهو ١ -

متعذراً اصطلاحاً على أن يرمز اليه هكذا ١ - بحيث يكون هذا الرمز

دالاً على عملية طرح باقية وبمثل هذه الطريقة يفصل الحد المتقدم على ١ -

بطرح الواحد من ١ - أو بطرح ٢ - أحاداً من صفر ويرمز الى الطرح

المذكور بهذا الرمز وهو ٢ - وإذا أردت الاختصار فإرمز اليه هكذا ٢ -

ويتطير ذلك يكون الحد المتقدم على ٢ - هو ٣ - أو ٣ - وهكذا

وبهذه الطريقة تحصل هذه المتوالية العددية غير المحدودة من الجهتين وهي

$$\begin{array}{cccccccc} ١ & - & ٢ & - & ٣ & - & ٤ & - & ٥ & - & \dots \\ ١ & . & ٢ & . & ٣ & . & ٤ & . & ٥ & . & \dots \end{array}$$

وتجدها تصفريقا بل حد ١ من المتوالية الهندسية * وفي طريقة
اللوغارتمات المعينة بمجموع هاتين المتوالتين الجديدتين ترى أن اعداد
 $\frac{1}{10000}$ و $\frac{1}{1000}$ و $\frac{1}{100}$ و $\frac{1}{10}$ و $\frac{1}{100000}$ الخ
تكون لوغارتماتها

٤ - و ٢ - و ١ - و ٠ و ١ و ٢ و ٣ و ٤ الخ
ومنى كان العدد مسبوقة بعلامة + معنى موجبا أو بعلامة - معنى
سالبا فان لم يسبق بعلامة منهما اعتبر مسبوقة بعلامة + فيكون
موجبا

(٢٤٤) اذا أريد تحصيل لوغارتمات الاعداد التي تكون أصغر من الواحد
بموجب طريقة عمرة ٢٤٠ لزم ادخال أواسط هندسية بين حدود ١
و $\frac{1}{10}$ و $\frac{1}{100}$ و $\frac{1}{1000}$ الخ من المتوالية الهندسية وادخال أواسط عددية
بين الحدود المقابلة لها من المتوالية العددية وهي ٠ و ١ و ٢ و ٣ الخ
وحيث كان البحث عن الاواسط الهندسية لاصعوبة فيه وكان تعيين الاواسط
العددية والعمليات اللوغارتمية يستدعي معرفة اجراء العمليات على الاعداد
السالبة لزم أن نبين كيفية اجراء عمليات الحساب الاربعة الاصلية على الاعداد
المسبوقة بعلامة + وعلامة -

(٢٤٥) قد عرفنا أن الاعداد السالبة يتوصل اليها بطرح عدد من مفرغ غير أن
القاعدة أن المطروح اذا كان أكبر من المطروح منه لم يأت الطرح الا في
بعض الاجزاء وما بقى من عمليات الطرح يرز الىه بوضع علامة - قبل الباقي
الذي يوجد بين العددين المفروضين فاذا أريد مثلا طرح ٩ من ٥ آت هذه
العملية الى أن نطرح من ٥ جزئى ٩ وهما ٥ و ٤ فيؤل ذلك الى
طرح ٥ من ٥ ثم الى طرح ٤ من الباقي وهو مفرغ وحيث كان هذا
الطرح الاخير متعذرا يرز الىه بوضع علامة - قبل عدد ٤ بحيث تؤل
هذه العملية الرموز اليها برمز ٥ - ٩ الى ٤ ولاجل ذلك يقال ان
الباقي هو - ٤

وبالجملة نقي كان المطروح أكبر من المطروح منه لزم طرح العدد الأصغر من
الأكبر ووضع علامة - قبل الباقي
ولا ينبغي التساهل في معرفة أن العدد السالب يدل على عملية طرح باقية

• (الفصل الثالث) •

(في بيان عمليات الحساب الأربعة الأصلية الخاصة بالأعداد الموجبة والسالبة)
(٢٤٦) إذا أريد جمع أعداد موجبة أو سالبة لزم أن نعلم في معنى الجمع الذي
استعملناه فيه إلى هنا الآن علامتي + و - الموضوعة في قبل الأعداد يدلان
في الحقيقة على مجموع وطرح جزئية فلاحظ الآن أن جمع عدة أعداد موجبة
وسالبة وهو عبارة عن جمع الفرض منه إيجاد عدد واحد موجب أو سالب يدل
على نتيجة الجمع والطروح الجزئية المرموز إليها بعلامتي + و - المتقدمتين
على الأعداد الجارية فيها العمل وهذه النتيجة هي عين مجموع الأعداد
المفروضة

ويؤخذ من هذا التعريف الجديد الذي لاحظناه هنا في معنى الجمع صور ثلاث
الأولى • إذا أريد تحصيل مجموع عدة أعداد سالبة فاجمع تلك الأعداد بقطع
النظر عن علامة - ثم ضع قبل المجموع علامة -
مثلاً • حيث أن عددي - ٣ و - ٥ بدلا على أنه يلزم طرح ٣ آحاد
و ٥ آحاد وهو يؤل إلى طرح ٣ + ٥ أي ٨ آحاد فمجموع هذين
العددين السالبين يدل على طرح ٨ وهو طرح ٨ آحاد ويرمز حينئذ إلى
هذا المجموع بهذا الرمز وهو - ٨

الثانية • إذا أريد تحصيل مجموع عددين مسبوقين بعلامتين متغايرتين فنؤخذ
بافي طرح هذين العددين بقطع النظر عن علامتي + و - ثم ضع قبل
الباقي علامة أكبر العددين

فإذا أريدت مثلاً جمع ٧ + و - ٤ فنعناه أنك تجمع ٧ وتطرح ٤
وهو يؤل إلى جمع عدد ٣ الذي هو باقي طرح عددي ٧ و ٤ بحيث يكون
مجموع عددي ٧ + و - ٤ هو ٣

وإذا أردت أيضا جمع عددي $4 +$ و $7 -$ فاجمع 4 أحاد واطرح 7 أحاد وهذا يؤل إلى طرح عدد 3 الذي هو باقي طرح عددي 4 و 7 فاذن يكون مجموع عددي $4 +$ و $7 -$ هو $3 -$ الثالثة * إذا أريد تحصيل ميل مجموع عدة أعداد موجبة وسالبة فنخذ مجموع الأعداد المسبوق بعلامة $+$ على حدتها ومجموع الأعداد المسبوق بعلامة $-$ على حدتها ثم اطرح أصغر المجموعين من الآخر فيكون الباقي المسبوق بعلامة الأعداد التي مجموعها أكبر من مجموع الأعداد الأخرى هو المجموع المطلوب

وذلك أنه إذا فرض جمع أعداد $4 +$ و $3 -$ و $7 +$ و $2 -$ فعناه أنه يلزم جمع 8 وطرح 3 وجمع 7 وطرح 2 وحيث أن كيفية إجراء عملية الطرح والمجموع الجزئية لا تتغير فهذه العمليات المتوالية تؤل إلى جمع $8 + 7$ أي 15 أحاد وإلى طرح $3 + 2$ أي 5 أحاد وهاتان العمليتان الأخيرتان تؤلان إلى جمع عدد 10 الذي هو باقي طرح عددي 15 و 5 بمعنى أنه يوضع قبل الباقي المذكور علامة $+$ الموضوعه قبل الأعداد التي مجموعها أكبر من مجموع الأعداد الأخرى فاذن يكون مجموع الأعداد المقروضة هو $10 +$

ويمكن في تحصيل هذا المجموع أن تحصل عدد 15 الذي هو مجموع عددي 8 و 7 المسبوقين بعلامة $+$ ثم عدد 5 الذي هو مجموع عددي 3 و 2 المسبوقين بعلامة $-$ ثم تطرح 5 من 15 وتضع قبل الباقي وهو 10 علامة $+$ الموضوعه قبل العددين اللذين مجموعهما هو الأكبر

وأيضا جمع أعداد $8 -$ و $3 +$ و $7 -$ و $2 +$ يؤل إلى طرح $8 + 7$ أي 15 أحاد وإلى جمع $3 + 2$ أي 5 أحاد وهذا يؤل إلى طرح عدد 10 الذي هو باقي طرح عددي 15 و 5 بمعنى أنه يوضع قبل هذا الباقي علامة $-$ الموضوعه قبل عددي 8 و 7 اللذين مجموعهما هو الأكبر

فمجموع الاعداد المقروضة حيث نذهب ١٠ -

ويكنى في تحصيل هذا المجموع أن نحصل عدد ١٥ الذي هو مجموع عددي ٨ و ٧ المسبوقين بعلامة - ثم عدد ٥ الذي هو مجموع عددي ٣ و ٢ المسبوقين بعلامة + ثم طرح ٥ من ١٥ و انضع قبل الباقي وهو ١٠ علامة - الموضوعة قبل العددين اللذين بمجموعهما هو الاكبر

(٢٤٧) اذا كان هناك صبغة مركبة من جملة اعداد مرتبطة ببعضها بواسطة علامتي + و - وأجريت العمليات المبنية بهاتين علامتين بأن انتقلت على التوالي من حد الى تاليه فانك تصل بذلك دائما الى نتيجة موجبة وسالبة أو صفرو هذه النتيجة تسمى بالصيغة المحولة الى الصورة الموجبة

ومن المعلوم انه يمكن تغيير وضع العمليات بدون أن تفسد النتيجة وانه على ذلك يمكن تطبيق القاعدة المقررة في غمرة ٢٤٦ على جمع عدة اعداد موجبة وسالبة

وانفرض مثلا صبغة ٨ - ٣ + ٧ - ٢ فاذا أردت أن تجري العمل على الوجه المقرر فاطرح أولا ٣ من ٨ وأضف عدد ٧ الى الباقي وهو ٥ فيحصل ١٢ ثم اطرح ٢ من ١٢ فيكون الباقي وهو ١٠ هو الصيغة الموجبة لعدد ٨ - ٣ + ٧ - ٢ وقد توصلوا الى هذه النتيجة بجمع اعداد ٨ و ٣ و ٧ و ٢ كافي الصورة الثالثة من غمرة ٢٤٦

(تنبيه) * لما كانت النتائج واحدة سواء توصل اليها بتحويل الصيغة المركبة من اعداد منفصلة عن بعضها بعلامتي + و - الى الصورة الموجبة أو بالبحث عن مجموع هذه الاعداد المختصة بالعلامات الموضوعة قبلها فانج من ذلك انه يكتفى في الاقتصار على بيان جمع عدة اعداد موجبة وسالبة أن نوضع هذه الاعداد عقب بعضها بعلاماتها المختصة بها

(٢٤٨) متى علم مجموع عددين وعلم أحدهما فالطرح حيث نذهب عبارة

عن معرفة العدد الآخر وهو الباقي كما في غمرة ١١ ويؤخذ من هذا التعريف أنه يكفي في تحصيل باقي الطرح أن تضع عقب المطروح منه المطروح مسبوقاً بعلامة غير علامته الأصلية فتكون النتيجة المحولة إلى الصيغة الموجزة هي الباقي المطلوب كما في غمرة ٢٤٧

وذلك أنه إذا فرضنا طرح - ٥ من - ٧ فموجب التعريف المذكور يلزم إيجاب صيغة إذا أضيف فيها المجموع إلى - ٥ آل أمره إلى - ٧ ومن المعلوم أنه يتوصل إلى ذلك بوضع + عقب - ٧ لان - ٧ + ٥ مضافاً إلى - ٥ يعطى المجموع وهو - ٧ حيث أن + ٥ يحو - ٥ فاذن يكون - ٧ + ٥ هو الباقي المطلوب

ويمكن التحقق من ذلك بملاحظة أنه حيث كان - ٧ يساوي - ٧ + ٥ - ٥ ينتج من هذا أنه يكفي في طرح - ٥ من - ٧ أن نطرح - ٥ من - ٧ + ٥ - ٥ وهو يقيد - ٧ + ٥ وهذا الباقي يؤل إلى - ٢ كما في غمرة ٢٤٧

(٢٤٩) الضرب عبارة عن تحصيل عدد يسمى حاصل المراتب من عدد آخر يسمى مضروباً كتأليف عدد ثالث يسمى مضروباً فيه من الأعداد كما في غمرة ٨٢ وحيث أن علامة الحاصل لا تتوقف على علامتي العوامل دون مقاديرها العددية يكفي تعيين علامة الحاصل في صورة ما إذا كان المضروب فيه عدداً صحيحاً وينتج من ذلك صورتان

الأولى * إذا كانت علامة المضروب فيه + فعلمة الحاصل هي عين علامة المضروب لان المضروب فيه ~~ما~~ كان مؤلفاً من جمع عدة أعداد لم أن يكون حاصل الضرب مؤلفاً من عدة أعداد مساوية للمضروب وقد سبق في غمرة ٢٤٦ أن مجموع الأعداد المتحدة العلامة لا بد أن يكون مسبوقاً بعلامة تلك الأعداد

فيقال مثلاً حاصل ضرب + ٣ في + ٢ هو + ٦ لانه

حيث كان المضروب فيه وهو $+$ ٢ يدل على جمع ٢ آحاد الخاصل ضرب $+$ ٣ في ٢ يحصل بتأليف مجموع عددين مساويين لعدد $+$ ٣ ويفيد $+$ ٣ $+$ ٣ أي ٦

ويقال أيضا حاصل ضرب $-$ ٣ في $+$ ٢ هو $-$ ٦ لأنه يلزم لتعويضه تأليف مجموع عددين مساويين لعدد $-$ ٣ وهو يفيد $-$ ٣ أي $-$ ٦ كافي الصورة الأولى من غرة ٢٤٦

الثانية * إذا كانت علامة المضروب فيه $-$ فعلامة الخاصل تخالف علامة المضروب لأنه حيث كان المضروب فيه المقروض سالبا معكاه ولقامن طرح عدة آحاد الخاصل يتألف بطرح المضروب عدتمرات وهذا يؤل كافي غرة ٢٤٨ إلى استخراج مجموع عدة أعداد مساوية للمضروب ومسبوبة بعلامة مخالفة لعلامة المضروب فاذن يكون هذا المجموع الدال على الخاصل المطلوب مسبوقا بعلامة مخالفة لعلامة المضروب

فيقال مثلا حاصل ضرب $+$ ٣ في $-$ ٢ هو $-$ ٦ لأنه حيث كان المضروب فيه وهو $-$ ٢ يدل على طرح ٢ آحاد الخاصل ضرب $+$ ٣ في $-$ ٢ يحصل بطرح المضروب وهو $+$ ٣ مرتين إلا أنه يكفي في طرح $+$ ٣ وضع $-$ ٣ فاذن يكون الخاصل المطلوب هو مجموع عددين مساويين لعدد $-$ ٣ أعني $-$ ٣ $-$ ٣ أي $-$ ٦

ويقال أيضا حاصل ضرب $-$ ٣ في $-$ ٢ هو $+$ ٦ لأنه حيث كان المضروب فيه يدل على طرح ٢ آحاد الخاصل ضرب $-$ ٣ في $-$ ٢ يحصل بطرح المضروب وهو $-$ ٣ مرتين وهو يفيد $+$ ٣ $+$ ٣ أي ٦ ويعرف بما تقدم أن حاصل ضرب العددين المسبوقين بعلامة واحدة تكون علامته $+$ وأن حاصل ضرب العددين المسبوقين بعلامتين مختلفتين تكون علامته $-$

(تنبيه) * لا صعوبة في أن يستنتج من هذه القاعدة الأخيرة أنه في صورة ما إذا كانت عوامل الخاصل سالبة تكون علامة هذا الخاصل $+$ أو $-$

على حسب ما إذا كان عدد العوامل زوجاً أو فرداً وعليه فحاصل ضرب هذه
العوامل الأربعة وهي $-$ و $-$ و $-$ و $-$ هو $+$
١٢٠ وحاصل ضرب هذه العوامل الثلاثة وهي $-$ و $-$ و $-$ هو $-$
٢٤

(٢٥٠) متى علم حاصل العددين المسمى مقسوماً وعلم أحد هذين العددين
المسمى مقسوماً عليه فالقسمة حينئذ عبارة عن معرفة العدد الآخر المسمى
خارج القسمة كما في غرة ٢٥ ويؤخذ من هذا التعريف ومن قاعدة
العلامات في الضرب أن خارج قسمة العددين المسبوقين بعلامة واحدة
تكون علامته $+$ وأن خارج قسمة العددين المسبوقين بعلامة مختلفة تكون
علامته $-$

فعلى هذا يكون $\frac{+}{+} = +$ و $\frac{+}{-} = -$ و $\frac{-}{+} = -$ و $\frac{-}{-} = +$
 $= -$ فإن كل قسمة من تلك القسم تجذفها المقسوم ناتجاً عن ضرب
المقسوم عليه في خارج القسمة

(الفصل الرابع)

(في بيان اللوغاريتمات السالبة)

(٢٥١) يسهل علينا الآن أن نبين أنه متى أجريت عملية الجمع والطرح بموجب
قواعد غرنى ٢٤٦ و ٢٤٨ فخواص غرة ٢٤١ تجري في اللوغاريتمات
الموجبة والسالبة المعينة بهاتين المتواليتين غير المحدودتين وهما

$\frac{1}{10000} : \frac{1}{1000} : \frac{1}{100} : \frac{1}{10} : 1 : \frac{1}{1} : \frac{1}{10} : \frac{1}{100} : \frac{1}{1000} : \frac{1}{10000} : \dots$

$0.0001 + 0.001 + 0.01 + 0.1 + 1 - 1 - 0.1 - 0.01 - 0.001 - 0.0001 - \dots$

وبيان ذلك أنه إذا ضربنا قاعدة حدود في بعضهما من المتواليات الهندسية وجعلنا

الحدود المتقابلة لها من المتواليات العددية كان الحاصل والمجموع حدين متقابلين

في هاتين المتواليتين وحيث أن أعداد ١٠٠ و ١٠٠٠ و ١٠٠٠٠ الخ

هي القوى المتتالية لعدد ١٠ فلا مانع من وضع المتواليتين على هذا المنوال

فهو واقع بين حدين متتاليين منها ولو غار بينهما واقع بين الحدين المقابلين لهما
من المتوالية العددية وحيث ان التفاضل بين هذين الحدين الاخيرين اصغر
من المقدار التقريبي المقر وض فكل منهما يدل على اللوغارتم المطلوب

(تنبيه) * يكفي في الاقتصار على استخراج لوغار يتم أى عدد صحيح مفروض
ومعرفة بدون واسطة أن تبحث بالتوالي عن الوسط الهندسي بين كل حدين
من متوالية هندسية جديدة تحتويين على العدد المجهول عن لوغار يتم
وتبحث أيضا عن الوسط العددي بين كل حدين مقابلين لهما من متوالية
عددية جديدة فكل وسط عددي يكون لوغارتم الوسط الهندسي المقابل له

مثلا * اذا كان المطلوب استخراج لوغارتم عدد ٣ بحيث يحتوى تقريبا
على جزء من الف من الواحد فابحث أولا عن الوسط الهندسي بين حدى ١

و ١٠ من المتوالية الهندسية المحتويين على عدد ٣ فجد $\sqrt[10]{3}$
او ٣^{١/١٠} وهكذا من الاعداد الاعشارية فيكون الوسط العددي

وهو ٥٠ بين حدى ٠ و ١ من المتوالية العددية المقابلين للعتين
السابقين هو لوغارتم ٣^{١/١٠} وهكذا من الاعداد الاعشارية وحيث ان

عدد ٣ واقع بين ١ و ٣^{١/١٠} وهكذا من الاعداد الاعشارية
فالوغارتم يكون واقعا بين عددي ٠ و ٥٠ الذين هما لوغارتم عدد ١

و ٣^{١/١٠} وهكذا من الاعداد الاعشارية ثم ابحت عن عدد ٧٧٨
وهكذا من الاعداد الاعشارية الذي هو الوسط الهندسي بين ١ و ٣^{١/١٠}

وهكذا من الاعداد الاعشارية وعن عدد ٢٥ الذي هو الوسط
العددي المقابل له بين ٠ و ٥٠ فهذا الوسط الاخير هو لوغارتم

٧٧٨ و ٣^{١/١٠} وهكذا من الاعداد الاعشارية واذا استمرت على هذا العمل
رايت بواسطة ابقاء ثلاثة ارقام اعشارية أن الاواسط الهندسية هي

٣^{١/١٠} و ٧٧٨ و ٣^{١/١٠} و ٧٣٨ و ٢٩٤٢ و ٣^{١/١٠} و ٣^{١/١٠}
و ٢٩٩٦ و ٣^{١/١٠} و ٣^{١/١٠} و ٣^{١/١٠} و ٣^{١/١٠} و ٣^{١/١٠}

وأن الاواسط العددية المقابلة لهما هي

وآخرها ١٠٠٠٠ وهي لو غارتمت لها من الارقام خمسة اعشارية
وهذه الاعداد العجيبة مرسومة في الاعداد المعلنون عنها بحرف ع
(الموضوع فوقها وهو من الاعداد العجيبة المذكورة) واجزاء لو غارتمت لها
الاعشارية مرسومة على يسارها في الاعداد المعلنون عنها بكلمة لو غا
(الموضوعة فوقها وهي مختصرة من لو غاريتم) ولم توضع الاعداد النيسية
في تلك الجداول نظرا الى انه لا صعوبة في أن يقوم مقامها استحضار أن العدد
التدويني للوغاريتم العدد الصحيح يحتوي على عدة احاد ناقصة واحدا بقدر ما في
هذا العدد من الارقام كما تقدم في الامر الاول من نمرة ٢٤٢
ولاجل أن يكون ما يحصل من الخطأ في هذه الصورة أم في صورة ما اذا لم يبق
من الارقام الا خمسة اعشارية بسيرا جدا استخراجا بطريقة نمرة ٢٥٣
الستة الاعشارية الاولى من اللوغارتمت ثم حذفوا الرقم الاعشاري
الاخير بموجب قاعدة نمرة ١٠٥ فصارت بذلك مقادير اللوغارتمت تقريبا
من نصف مائة الف من الواحد مثلا \bullet لمساكنات لو غارتمت اعداد
٣ و ٤ و ٥٣ هي ٤٧٧١٢١ ر ٠ وهكذا من الاعداد
الاعشارية و ٦٠٢٠٥٩ ر ٠ وهكذا من الاعداد الاعشارية
و ٧٢٤٢٧٥ ر ١ وهكذا من الاعداد الاعشارية كانت لو غارتمت هذه
الاعداد في الجدول هي

٤٧٧١٢ ر ٠ و ٦٠٢٠٦ ر ٠ و ٧٢٤٢٨ ر ١

ولاجل تحصيل الستة الاعشارية الاولى من اللوغارتمت تجري العمل
بموجب قاعدة نمرة ٢٥٣ وتقدر على ذلك حتى يصير التفاصل بين
كل حدين متتالين من المتواليات العددية اصغر من ٠٠٠٠٠٠٠ ر ٠
ولا يوجد في المتواليات الهندسية المتتالية عد من الاعداد العجيبة الواقعة
بين ١٠ و ١٠٠ و ١٠٠٠ و ١٠٠٠٠ لان الاواسط الهندسية
الداخلية بين الحدود \bullet كلها صماء غير أنه اذا وقع عد من الاعداد العجيبة بين
حدين متتالين من المتواليات الهندسية الاخيرة دل \bullet كل من الحدين

المقابلين لهما من التوالية العددية على أن مدة دارلوغاريتم هذا العدد الصحيح
تقريباً من ١٠٠٠٠٠٠٠ لان التقاضل بين هذين الحدين أقل من
١٠٠٠٠٠٠٠

والتفاضل بين لوغاريتمى كل عدد بين صحيحين متتاليين واقع بين ١٠٠٠
و ١٠٠٠٠ مرسوم في العمود الموضوع في الجهة اليسرى من عمود
اللوغاريتمات محاذياً للمسافة التي بين اللوغاريتمين وهو معنون عنه بحرف ف
(الموضوع فوقه) وأول رقم على يمين هذا التفاضل يدل على جزء من مائة ألف
من الواحد

وبهذه الكيفية ترى أن التفاضل بين لوغاريتمات عددي ٣٢٨٥ و ٣٢٨٤
هو ١٤ من مائة ألف من الواحد أى ١٤ ٠٠٠٠

وأما التفاضلات التي بين لوغاريتمات الأعداد الصحيحة التي تكون أصغر
من ١٠٠٠ فلا وجود لها في الجدول لعدم الحاجة إلى استعمالها كما
سأنى

(٢٥٦) يمكن في الاستعداد لإجراء العمليات بواسطة جدول اللوغاريتمات
معرفة حل هاتين المسألتين

المسألة الأولى • أن يـ = ون المطلوب إيجاد لوغاريتم عدد مقروض
(وفيها عدة صور)

الصورة الأولى • أن يكون لعدد المقروض صحفاً وأصغر من ١٠٠٠٠
ففي هذه الصورة يكون الجزء الأعشارى للوغاريتم موجوداً في الجدول
ويكون العدد التبينى مشتقاً على عدة آحاد ناقصة واحداً بقدر ما في العدد
المقروض من الأرقام كما في الأمر الثاني من فقرة ٢٤٢

فمثلاً ذلك ترى أن لوغا ٨٧٨٥ = ٣٠٩٤٣٧٤ و لوغا ٢١٥٩ = ٣٠٣٤٢٥
و لوغا ٩ = ٠٩٥٤٢٤

(الصورة الثانية) • أن يكون العدد المقروض صحفاً كبيراً من ١٠٠٠٠
فالعدد التبينى للوغاريتم هذا العدد المقروض هو في هذه الصورة معلوم

من قبل كما في الامر الاول من نمرة ٢٤٢ فيتم حجة ذلك على البحث عن
الجزء الاعشاري من هذا اللوغاريتم وحيث ان الامر الثاني من نمرة ٢٤٢
ينتج أن الجزء الاعشاري من لوغاريتم أى عدد ~~ممكن~~ كان لا يتغير بقسمة هذا
العدد على قوة ١٠ فلما منع من ترجيع المسئلة الى تعيين الجزء الاعشاري
من لوغاريتم أى عدد وقع بين ١٠٠٠ و ١٠٠٠٠ بأن توضع الشرطة
عقب الارقام الاربعة الاول الموجودة على عين العدد المبحوث عن لوغاريتمه
(ولنقل ذلك فنقول)

المثال الاول أن يكون المطلوب استخراج لوغاريتم ٢١٥٩٨ فنقول
ان عدد هذا اللوغاريتم التبيقي ٤ وجزءه الاعشاري هو عين جزء
لوغاريتم ٢١٥٩٨ لان لوغا ٢١٥٩٨ = لوغا (١٠ × ٢١٥٩٨) (10×21598)
= لوغا ٢١٥٩٨ + لوغا ١٠ = لوغا ٢١٥٩٨ + ١

فيكن حجة ذلك البحث عن الجزء الاعشاري من لوغا ٢١٥٩٨
وحيث ان لوغار ٢١٥٩ هو ٣٢٣٤٢٥ فلابد من تعيين ما يجب
اضافته الى هذا اللوغاريتم الاخير ليحصل لوغاريتم ٢١٥٩٨
ويبقى التنبيه قبل اجراء هذا العمل على انه يلزم ان يفرض أن التفاضلات التي
بين الاعداد والتفاضلات التي بين لوغارتمات هذه الاعداد بينهم ما تناسب
وما ينشأ عن هذا الفرض من الخطأ يكون صغيرا بقدر كبر الاعداد
المذكورة فلذا أردبنا المسئلة الى ايجاد لوغاريتم أى عدد يقع بين
١٠٠٠ و ١٠٠٠٠ وبذلك يحصل دائماً مقدار اللوغاريتم المطلوب
من المناسبة فيكون تقريبا جزءاً من مائة ألف من الواحد فإذا ن يلزم عند
استخراج الحد الرابع من المناسبة اجمال الاجزاء التي يكون أقل من
أجزاء من مائة ألف من الواحد

فعلى هذا يقال حيث ان التفاضل بين لوغارتمات عددي ٢١٥٩ و ٢١٦٠
هو ٢٠ من مائة ألف أى ٢٠٠٠٠٠ فاذا أضيف واحد من
الاحاد الى عدد ٢١٥٩ لزم أن يضاف ٢٠٠٠٠٠ الى عدد

٣٣٤٢٥ الذي هو لوغاريتم عدد ٢١٥٩ فمما قد ارمنا اضاف
من الاعداد الى عدد ٣٣٤٢٥ الذي هو لوغاريتم عدد ٢١٥٩
في صورة ما اذا اضيف ٨ الى عدد ٢١٥٩ فنقول اذا مضى الى
المجهول بحرف م تركب هذه المناسبة (المعنون عنها بالنسبة الاولى) وهي
١ : ٢٠٠٠٠ : ٨ : م وينتج من هذا أن
م = ١٦٠٠٠

واذا اضيف ١٦٠٠٠ الى ٣٣٤٢٥ كان المجموع وهو ٣٣٤٤١ هو
لوغاريتم ٢١٥٩٨ وحيث ان لوغا ٢١٥٩٨ = لوغا ٢١٥٩٨
+ ١ فلوغاريتم ٢١٥٩٨ هي ٣٣٤٤١
(تنبيه) يعرف بالنسبة الاولى كيفية تخصيص ما يلزم اضافة الى لوغاريتم
الجزء الصحيح من العدد المقروض بأن يضرب الجزء العشري من هذا العدد
المقروض في القاضل المبين في الجدول بين لوغاريتمى العددين الصحيحين
المتاليين المتويين على العدد المقروض

المثال الثاني أن يكون المطلوب استخراج لوغاريتم ٢١٥٩٨٠٠٠ فيكون
٢١٥٩٨٠٠ = ٢١٥٩٨ × ١٠٠٠ فاذن يكون لوغا
٢١٥٩٨٠٠٠ = لوغا ٢١٥٩٨ + لوغا ١٠٠٠ = ٣
٣٣٤٤١ + ٣ = ٣٣٤٤٤

وبالجملة فيمكن في استخراج لوغاريتم العدد الصحيح المنتهى باصفار أن تستخرج
لوغاريتم هذا العدد بقطع النظر عن تلك الاصفار المنتهى به ذلك العدد ثم تزيد
على العدد النسيبي لهذا اللوغاريتم الاخير عدة آحاد بقدر عدد الاصفار كما في
الامر الثاني من فقرة ٢٤٣

المادة الثالثة أن يكون المطلوب استخراج لوغاريتم كسر من الكسور
فتم طرح لوغاريتم المقام من لوغاريتم البسط فيكون الباقي هو اللوغاريتم المطلوب
كما في فقرة ٢٤١

وعليه فاللوغاريتم يكون موجبا او سالبا على حسب كسر الكسر او صغره

عن الواحد (ولتمثل ذلك فنقول)

المثال الاول • ان يكون المطلوب تعيين لوغاريتم $\frac{3478}{9}$ فابحث عن
لوغاريتم 3478 و 9 فجددهما 3054133 و 0.95424
ثم اطرح اللوغاريتم الثاني من الاول فيكون الباقي وهو 208709
هو اللوغاريتم المطلوب

المثال الثاني • ان يكون المطلوب استخراج لوغاريتم $\frac{9}{3478}$ فيكون
لوغا $\frac{9}{3478} = \text{لوغا } 9 - \text{لوغا } 3478 = 0.95424 - 3054133 = 208709$

(تنبيه) • قد استبان أن طريقة العمل في استخراج لوغاريتم الكسر الذي
يكون اصغر من الواحد تدول الى طرح لوغاريتم البسط من لوغاريتم المقام
ووضع علامة - قبل الباقي

الصورة الرابعة • ان يكون المطلوب استخراج لوغاريتم عدد اعشاري
وحيث كان العدد الاعشاري يساوي الكسر الاعتيادي الذي بسطه
العدد الاعشاري بقطع النظر عن الشرطة ومقامه الواحد الذي يابسه من
الجهة اليمنى اصفار بقدر الارقام التي هي بين الشرطة كما في غمرة (93)
فلوغاريتم العدد الاعشاري يستخرج بالبحث أولاً عن لوغاريتم العدد
الصحيح الناتج بعد حذف الشرطة من العدد المقروض وبان بطرح من هذا
اللوغاريتم آحاد بقدر ما في العدد المقروض من الاقام الاعشارية لان
لوغاريتم الواحد المتبوع بعدة اصفار عبارة عن عدد مركب من عدة
آحاد بقدر عدد تلك الاصفار كما في الامر الاول من غمرة 242 (ولتمثل ذلك
فنقول)

المثال الاول • ان يكون المطلوب استخراج لوغاريتم 21098
فيكون لوغا 21098 = لوغا $\frac{21098}{1000}$ = لوغا 21098 - 3
فاذن يكنى البحث عن لوغاريتم 21098 ثم طرح ثلاثة احداته من حيث ان

لونا ٢١٥٩٨ = ٤١٣٣٤٤١ (كافي المثال الاول من الصورة الثانية)

فانذرتونا $21,098 = 1,33441$

(تنبیه) العدد التیبنی للورغاریتم العدد الاعشاری الذی یکون اکبر من الواحد یمحتوی علی آحاد ناقصة واحدا بقدر ما فی الجزء الصحیح من هذا العدد من الارقام والجزء الاعشاری من لوغاریتم أى عدد لا یتغیر بتقدیم الشرطۃ عن موضعها الی عدة خانات فی الجهة الیمنی او اليسری من هذا العدد كما فی الامر الثاني من غمره ۲۴۲

وعليه ففى صورة ما اذا كان المطلوب البحث عن لوغاريتم عدد اعشارى
ا كبر من الواحد يمكن دافقاته جميع المسئلة الى تعيين الجزء الاعشارى من
لوغاريتم العدد الاعشارى الواقع بين ١٠٠٠ و ١٠٠٠٠ بتاخير
الشرطة عقب الارقام الاربعة الاول من الجهة اليسرى من العدد الاعشارى
المبحث عن لوغاريتمه

وحيث قد لاجل ايجاد لوغاريتم ٢١٥٩٨ يلاحظ ان العدد التبييني
لهذا اللوغاريت هو ١ وان الجزء الاعشاري منه هو عين الجزء الاعشاري
من لوغاريت ٢١٥٩٨ ويبحث حيث قد عن الجزء الاعشاري من لوغا
٢١٥٩٨ فيرى بموجب ما سبق في المثال الاول من الصورة الثانية
ان هذا الجزء الاعشاري هو ٣٣٤٤١ وحيث تميز ان العدد التبييني
للوغا ٢١٥٩٨ هو ١ فلوغا ٢١٥٩٨ = ٣٣٤٤١
وبهذه الطريقة تجد لوغاريتات اعداد ٢١٥٩٨ و ٢١٥٩٨
و ٨٧٨٥ و ٨٧٨٥ هي ٣٣٤٤١ و ٣٣٤٤١
و ٩٤٣٧٤ و ٩٤٣٧٤

المثال الثاني • أن يكون المطلوب استخراج لوغاريم ٠.٠٠٢١٥٩٨
 فيكون لوغا ٠.٠٠٢١٥٩٨ = لوغا $\frac{٢١٥٩٨}{١٠٠٠٠٠٠}$ = لوغا ٢١٥٩٨ - لوغا ١٠٠٠٠٠٠
 = ٢١٥٩٨ - ٦ = ١٥٩٨.٤٣٣٤٤١ = لوغا ٠.٠٠٢١٥٩٨

$$٢٤١٣٣٤٤١ - ٧ = - ٢٦٦٥٥٩ \text{ كافي غرة } ٢٤٥$$

(تنبيه) * لما أن تضع لوغاريتم ٠.٠٠٢١٥٩٨ على وجه آخر بان
تلاحظ ان $٢٤١٣٣٤٤١ - ٧ = - ٢٦٦٥٥٩ + ٧ = ٢٤١٣٣٤٤١ =$
 $- ٣ + ٢٤١٣٣٤٤١ = ٢٤١٣٣٤٤١$ واذا وضعت علامة -
فوق عدد ٣ التبييني دلت على ان هذا العدد دون غيره سالب
بحيث يلزم ان الجزء الاعشاري وهو ٠.٢٤١٣٣٤٤١ يضاف الى
٣ -

فموجب هذا التنبيه يكون لوغا $٠.٠٠٢١٥٩٨ = - ٢٦٦٥٥٩$
 $= ٢٤١٣٣٤٤١$ ويظهر ان لوغاريت العدد الاعشاري الذي هو اصغر من
الواحد يوضع على وجهين مختلفين

الاول اذا اريد ان اللوغاريتم يكون كلا سالباً بطريقة العمل تؤل
الى البحث عن الجزء الاعشاري من لوغاريتم العدد الصحيح الناتج بعد حذف
الشرطة من العدد المفروض وطرح هذا الجزء الاعشاري من ١٠٠٠٠٠
(وهو يؤل الى ان يطرح من ١٠ اول رقم من هذا الجزء الاعشاري من
الجهة اليمنى ومن ٩ جميع الارقام الاعشارية الباقية) فيكون الباقي
هو الجزء الاعشاري من اللوغاريتم المطلوب ويكون العدد التبييني لهذه
اللوغاريتم محتوي على عدة احاد بقدر ما يوجد من الاصغار بين الشرطة وأول
رقم اعشاري معنوي من العدد المفروض

مثلاً * اذا كان المطلوب تعيين لوغاريتات اعداد ٠.٢١٥٩٨
و ٠.٢١٥٩٨ و ٠.٠٠٠٠٢١٥٩٨ فابحث عن عدد ٢٤١٣٣٤٤١
الذي هو الجزء الاعشاري من لوغاريتم ٢١٥٩٨ واطرح ٢٤١٣٣٤٤١
من ١٠٠٠٠٠ فيكون الباقي وهو ٦٦٥٥٩ هو الجزء الاعشاري
من اللوغاريتات المطلوبة وسيتان ٠ و ١ و ٣ هي اعدادها
التبيينية فاللوغاريتات هي $- ٢٦٦٥٥٩$ و $- ٢٦٦٥٥٩$
و $- ٢٦٦٥٥٩$

الوجه الثاني اذا أريد ان العدد التيني وحده هو الذي يكون سالبا بطريقة العمل تول الى البحث عن الجزء الاعشاري من لوغار يتم العدد الصحيح الناتج بعد حذف الشرطة من العدد الاعشاري المفروض ويجعل له هذا الجزء الاعشاري عدد تيني سالب يحتوي على عدة احاد زائدة واحدة بقدر ما يوجد من الاصغار بين الشرطة واول رقم اعشاري معنوي من العدد المفروض

مثلا * اذا كان المطلوب استخراج لوغار يتمات اعداد ٢١٥٩٨ و ٠.٢١٥٩٨ و ٠.٠٠٠٢١٥٩٨ فابحث عن عدد ٣٣٤٤١ الذي هو الجزء الاعشاري من لوغار يتم ٢١٥٩٨ فبعد اللوغاريتمات المطلوبة هي

٣٣٤٤١ ر آ و ٣٣٤٤١ ر ٢ و ٣٣٤٤١ ر ٤

(تنبيه) * اللوغاريتمات التي اعدادها التينية دون غيرها سالبة في استعمالها خاصة هي انه مهما كانت قوى عدد ١٠ التي يضرب فيها عدداً ويقسم عليها فالاعداد التي تكون اكبر واصغر من الواحد الناتجة من ذلك يكون لها لوغار يتمات بوجهها الاعشاري لا يتغير دائما ولا يتأني ذلك في الاعداد التي تكون اصغر من الواحد في صورة ما اذا كانت اللوغاريتمات المستعملة كلها سالبة

ومقتضى هذا التنبيه انه اذا لم تختلف الاعداد العجيبة الا في الاصغار الموضوعة على عينيها ولم تختلف الاعداد الاعشارية الا في وضع الشرطة تكون لوغار يتمات هذه الاعداد متحدة الجزء الاعشاري

وعليه فيقال حيث ان لوغار يتم ٢١٥٩ هي ٣٣٤٢٥ ر ٣ فلوغار يتمات اعداد ٢١٥٩٠٠٠٠ و ٢١٥٩ و ٠.٢١٥٩ و ٠.٠٠٠٢١٥٩ هي ٣٣٤٢٥ ر ٧ و ٣٣٤٢٥ ر ٣ و ٣٣٤٢٥ ر ٦ و ٣٣٤٢٥ ر ٣

(٢٥٧) المسئلة الثانية أن يكون المطلوب ايجاد العدد الذي ينسب اليه

لونغارية مفروض (وفيها عدة صور)

• (الصورة الاولى) • اذا كان اللونغارية المقروض موجباً فانه ينسب الى عدد اكبر من الواحد ويوجب ما سبق في الصورة الاولى من عشرة ٢٤٢ ترى ان العدد التبييني اذا اضيف اليه واحد يدل على عدد الارقام الموجودة في الجزء الصحيح من العدد الذي ينسب اليه اللونغارية المقروض (وفي ذلك صورتان)

• (احدهما) • ان يكون العدد التبييني للونغارية المقروض ٣ فيكون العدد الذي ينسب اليه اللونغارية المقروض واقعاً بين ١٠٠٠ و ١٠٠٠٠ فلاجل ايجاد هذا العدد يبحث عن الجزء الاشاري من اللونغارية المقروض في الامة المبنية بكلمة لونغاريين الاجزاء الاشارية من لونغاريات الاعداد المصنوعة من الارقام الاربعة

ففي وجد في الجدول الجزء الاشاري من اللونغارية المقروض رأيت العدد المطلوب موضوعاً على عين هذا الجزء الاشاري في العمود المعلن بحرف ع

فهذه الطريقة تجد هذه اللونغاريات وهي ٣٠٠٠٤٣ و ٣٠٩٤٣٧٤ و ٣٠٣٣٤٢٥ و ٣٠٩٩٩٣٩ مثلاً تنسب الى اعداد ١٠٠٠ و ٨٧٨٥ و ٢١٥٩ و ٩٩٨٦

واذا لم تجد في الجدول الجزء الاشاري من اللونغارية المقروض فهو بالضرورة واقع بين الجزئين الاشاريين من لونغاريين عددين صحيحين متواليين من الاعداد ذات الارقام الاربعة لان هذين الجزئين الاشاريين يتزايدان من صفر الى ٩٩٩٩٩ وأصغر هذين العددين الصحيحين المتوالين يدل على الجزء الصحيح من العدد الاشاري الذي ينسب اليه اللونغارية المقروض

فاذا أردت تحصيل الجزء الاشاري من العدد المطلوب فأجر العملية على الوجه السابق في النمرة المتقدمة بان تفرض دائماً أن تفاضلات الاعداد بينها

وبين تفاضلات لوغارتماتها تناسب (بمعنى أن النسبة بين تفاضلات الأعداد
كانسبة بين تفاضلات اللوغارتمات) والخطا التلثي عن هذا القرض انما هو
لزوم الاقتصار عند استخراج الجد الرابع من التناسب على البحث عن رقم
الاعشار وربما كان هذا الرقم غير صحيح

(مثلا) • اذا كان المطلوب معرفة العدد الذي ينسب اليه لوغار يتم
٣٣٤٤١ و ٣ الجزء الاعشاري وهو ٣٣٤٤١ لا وجود له في الاعداد
المعنونة بكلمة لوغا بين الاجزاء الاعشارية من لوغارتمات الاعداد العنونة
ذات الارقام الاربعة وانما يوجد بين جزئي ٣٣٤٢٥ و ٣٣٤٤٥
الاعشاريين من لوغارتمتي عددي ٢١٥٩ و ٢١٦٠ فاذن يكون
لوغار يتم ٣٣٤٤١ منسوب الى عدد ٢١٥٩ مضافا اليه كمية
بجهولة اصغر من الواحد يرمز اليها بحرف س

ولاجل معرفة س يؤخذ من العمود المعنون بحرف و تفاضل ٢٠
من مائة الف اي ٠٠٠٢٠ الذي هو التفاضل بين لوغا ٢١٥٩
ولوغا ٢١٦٠ ويبحث عن تفاضل ٠٠٠١٦ الواقع بين اللوغارتم
المفروض واللوغار يتم الجسدي الذي هو اصغر منها ثم يقال اذا كان
في صورة ما اذا اضيف ٠٠٠٢٠ الى لوغار يتم ٢١٥٩ يلزم
اضافة ١ الى ٢١٥٩ فاما دارما يلزم اضافته الى ٢١٥٩ في صورة
ما اذا اضيف ٠٠٠١٦ الى اللوغارتم العدد المذكور اعني ٢١٥٩
فتقول حينئذ التناسبات المعنونة عنها بالتناسبات الثانية وهي
١ : ٠٠٠١٦ :: س : الى هذه التناسبات وهي

$$٢٠ : ١ :: ١٦ : س$$

وينتج من هذا أن س = ٠٠٨

فاذن يكون لوغار يتم ٣٣٤٤١ منسوب الى عدد ٢١٥٩ و ٨
(تبيينه) • التناسبات الثانية تدل على أن الجزء الاعشاري من العدد المطلوب
يتحصل بأخذ التفاضل بين اللوغارتم المفروض واصغر اللوغارتمات الجدولية

المحتوية عليه وبقيتها هذا التفاضل على التفاضل الجدولي الواقع بين
 اللوغاريتمين المحتويين على اللوغاريتم المفروض
 (ثانيه- ما) أن لا يكون العدد التبييني للوغاريتم المفروض ٣ وهذه
 الصورة ترجع الى المقدمة بأن تزيد على العدد التبييني ما يحتاج اليه من
 الاحاد وتنقص منه ذلك حتى يساوي ٣ لكي يوجد بواسطة الجدول
 ما يمكن وجوده من ارقام العدد المطلوب ثم تبحث عن العدد الذي ينسب اليه
 اللوغاريتم الجديد ويثبت ان هذا العدد يساوي العدد المفروض مضروباً
 او مقسوماً على قوة ١٠ الرموز اليها بعد الاحاد التي زدتها على العدد
 التبييني اوتقصته ثم امنه كما في الاخر الثالث من عمدة ٢٤٢ يسهل على جيتخذ
 استخراج العدد الذي يتسبب اليه اللوغاريتم المفروض بأن تقسم العدد
 المحصل على قوة ١٠ او تضربه فيها وذلك بنقل الشرطة عن مقامات الى
 الجهة اليسرى او اليمى بقدر الاحاد التي زدتها على العدد التبييني اوتقصتها
 منه (ولنمثل لذلك فنقول)

المثال الاول أن يكون المطلوب ايجاد العدد الذي ينسب اليه لوغاريتم
 ١٣٣٤٢٥ فردائين من الاحاد على العدد التبييني وهو ١ فنجد
 لوغاريتم ١٣٣٤٢٥ الناتج من ذلك ينسب الى عدد ٢١٥٩
 ثم انقسم هذا العدد الاخير على ١٠٠ اي على ١٠٠ بسبب الاثنين اللذين
 زدتهما على العدد التبييني وهو ١ للوغاريتم المفروض فنخرج القسمة
 وهو ٢١٥٩ هو العدد الذي يتسبب اليه لوغاريتم ١٣٣٤٢٥
 لانك اذا مضرت الى العدد المطلوب بحرف سه وجدت

$$١٣٣٤٢٥ = ٢ = ١٠٠ \times ١٠٠ = ١٠٠ \times ١٠٠ = ١٠٠ \times ١٠٠$$

(تنبيه) اذا فرضنا أن العدد التبييني ٣ فالجزء الاعشاري وهو ٣٣٤٢٥
 من اللوغاريتم المفروض يوجد في الاجزاء الاعشارية من لوغاريتمات الاعداد
 الصحيحة ذات الارقام الاربعة واما اذا ابقينا العدد التبييني على اصله وهو ١
 فان هذا الجزء الاعشاري لا يوجد في الاجزاء الاعشارية من لوغاريتمات

الاعداد المصنوعة ذات الرقمين

• المثال الثاني • ان يكون المطلوب ايجاد العدد الذي ينسب اليه لوغاريتم ٧٣٣٤٤١ فانقص ٤ احاد من العدد التبييني وهو ٧ فتجد لوغاريتم ٣٣٣٤٤١ الناتج عن ذلك ينسب الى عدد ٢١٥٩٨ كما في الصورة الاولى السابقة (وهي صورة ما اذا كان العدد التبييني ٣) ثم اضرب هذا العدد الاخيري ٣٣٣٤٤١ في ١٠٠٠٠ بسبب الاحاد الاربعة التي نقصتها من العدد التبييني وهو ٧ فاصل الضرب وهو ٢١٥٩٨٠٠٠ هو العدد الذي ينسب اليه اللوغاريتم المقروض وهو ٧٣٣٤٤١ لانك اذا حضرت الى العدد المطلوب بحرف ٣ وجدت

$$٣٣٣٤٤١ = \text{لوغاسه} - ٤ = \text{لوغاسه} - \text{لوغا} = \left(\frac{\text{لوغا}}{١٠٠٠٠} \right)$$

• المثال الثالث • ان يكون المطلوب ايجاد الاعداد التي تنسب اليها اللوغاريتمات ٥٣٣٤٢٥ و ٢٣٣٤٢٥ و ٤٣٣٤٢٥ و ٥٣٣٤٢٥ فابحث عن عدد ٢١٥٩ المقابل للوغاريتم ٣٣٣٤٢٥ فينتج عن ذلك ان الاعداد المطلوبة هي

٢١٥٩ و ٢١٥٩٠ و ٢١٥٩٠٠ و ٢١٥٩٠٠٠

• المثال الرابع • ان يكون المطلوب ايجاد الاعداد التي تنسب اليها اللوغاريتمات ٧٣٣٤٤١ و ١٣٣٤٤١ و ٢٣٣٤٤١ و ٤٣٣٤٤١ و ٧٣٣٤٤١ فابحث عن عدد ٢١٥٩٨ المقابل للوغاريتم ٣٣٣٤٤١ فينتج عن ذلك ان الاعداد المطلوبة هي

٢١٥٩٨ و ٢١٥٩٨٠ و ٢١٥٩٨٠٠ و ٢١٥٩٨٠٠٠ و ٢١٥٩٨٠٠٠٠ (تنبيه) • العمليات المتقدمة تؤول الى فرض ان العدد التبييني للوغاريتم المقروض ٣ والى البحث عن العدد الذي ينسب اليه هذا اللوغاريتم الجديد ثم تفصل بالشرطة مبتدئا من جهة هذا العدد اليسرى عدة ارقام زائدة واحدة بقدر الاحاد الموجودة في العدد التبييني للوغاريتم المقروض فاذا لم يكن في عدد الارقام اللازمة لوضع الشرطة كفاية عوضت ذلك بوضع

الاصفار وتقطع النظر عن الشرطة في صورة ما اذا لم تكن متبوعة بأرقام اعشارية

(الصورة الثانية) * اذا كان اللوغاريتم المقروض كله سالبا فزد عليه من الآحاد ما يحتاج اليه حتى يكون الناتج كله موجبا ويكون عدده التبييني ٣ (يعني أنك تزيد على ما في العدد التبييني اربعة آحاد) ثم ابحث عن العدد الذي ينسب اليه هذا اللوغاريتم الجديد واقسمه على قوة ١٠ المرموز اليها بعدد الآحاد المزيده على اللوغاريتم المقروض (يعني أنك تنقل الشرطة الى جهة هذا العدد اليسرى عدة خانات بقدر ما زدت من الآحاد على اللوغاريتم المقروض) فتكون النتيجة دالة على العدد الذي ينسب اليها اللوغاريتم المقروض لانه يقتضي الامر الثالث من غرة ٢٤٢ اذا زيدت آحاد على العدد التبييني للوغاريتم المقروض تحصل لوغاريتم جديد ينسب الى العدد المطلوب مضروبا في قوة ١٠ المرموز اليها بعدد الآحاد المزيده على العدد التبييني

مثلا * اذا كان المطلوب تعيين العدد الذي ينسب اليه لوغاريتم ٢٦٦٥٥٩ ر الذي هو سالب هو سالبه كله فزد ٢٤٢ اي ٦ آحاد على ٢٦٦٥٥٩ ر فتجد اللوغاريتم الناتج وهو ٣٣٤٤١ ر ٣ ينسب الى عدد ٢١٥٩٨ ر وهذا العدد الاخير يساوي حاصل ضرب العدد المطلوب في ٦ كما في الامر الثالث من غرة ٢٤٢ فاذن تحصل العدد الذي ينسب اليه اللوغاريتم المقروض بقسمة ٢١٥٩٨ ر على ٦ يعني أنك تنقل الشرطة ست خانات الى جهة ٢١٥٩٨ ر اليسرى بحيث يكون لوغاريتم ٢٦٦٥٥٩ ر منسوب الى عدد ٢١٥٩٨ ر

(تنبية) * طريقة العمل السابقة مضمرة في طرح الجزء الاعشاري للوغاريتم المقروض من ١٠٠٠٠٠ (بأن تطرح من ١٠ اقل رقم من جهة هذا الجزء الاعشاري الباقي ومن ٩ جميع الارقام الاعشارية الباقية) وفي كون الباقي يعتبر بجزء اعشاري من لوغاريتم عدده التبييني ٣

وفي البحث عن العدد الاعشارى الذى ينسب اليه هذا اللوغاريتم الجديد
وفي نقل الشرطة عدة خانات الى جهة هذا العدد الاعشارى اليسرى ليكون
الناجى مشقلا على عدة اصغار بين الشرطة واقل رقم اعشارى معنى بقدر
ما فى العدد التبيينى للوغاريتم المفروض من الآحاد

وعليه فلاجل ايجاد الاعداد التى تنسب اليها اللوغاريتمات — ٦٦٥٥٩ ر٠
و — ٦٦٥٥٩ ر١ و — ٦٦٥٥٩ ر٢ تطرح ٦٦٥٥٩ من ١٠٠٠٠٠
فيكون ٣٣٤٤١ هو الباقي وحيث ان ٣ ر٣٣٤٤١ هو لوغاريتم
٢١٥٩٨ ر٨ فالاعداد المطلوبة هي ٢١٥٩٨ ر٠ و ٢١٥٩٨ ر٠٠٠٠٢١٥٩٨ ر٠

(الصورة الثالثة) • اذا كان العدد التبيينى هو السالب فقط فزد عليه عدة
احاد حتى يصير موجبا ومساويا ٣ (بمعنى انك تفرض ان الجزء الاعشارى
من اللوغاريتم المفروض مسبقا بعدد تبيينى موجب يساوى ٣)
ثم ابحث عن العدد الذى ينسب اليه اللوغاريتم الجديد واقسم هذا العدد
على قوة ١٠ المرموز اليها بعدد الآحاد المضافة على العدد التبيينى (بمعنى انك
تنقل الشرطة الاعشارية الى الجهة اليسرى عدة خانات بقدر ما زيد من الآحاد
على العدد التبيينى) فتدل النتيجة على العدد الذى ينسب اليه اللوغاريتم
المفروض لانك اذا زدت عدة آحاد على العدد التبيينى من اللوغاريتم المفروض
تحصل لوغاريتم جديد ينسب الى العدد المطلوب مضروبا فى قوة ١٠
المرموز اليها بعدد الآحاد المضافة على العدد التبيينى السالب من اللوغاريتم
المفروض كما فى الامر الثالث من غمرة ٢٤٢

مثلا المطلوب ايجاد العدد الذى ينسب اليه لوغاريتم ٣ ر٣٣٤٤١
بمقتضى ما تقر فى التنبيه التالى للمثال الثانى فى الصورة الرابعة من غمرة ٢٥٦

$$\text{يكون } ٣ ر٣٣٤٤١ = - ٣ + ٣ ر٣٣٤٤١$$

فاذا زيد حيث نذ ٦ على ٣ ر٣٣٤٤١ صارت النتيجة

$$٦ - ٣ + ٣ ر٣٣٤٤١ \text{ او } ٣ ر٣٣٤٤١ + ٣ - ١ \text{ ر٣٣٤٤١}$$

واللوغاريتم الجديد هو 33441 ونسب الى العدد المطلوب مضروباً في 3 فيبحث حيث نضع عدد 21098 الذي يقابل لوغاريتم 33441 ثم نقسم 21098 على 3 فتكون النتيجة وهي 7032698 هي العدد الذي ينسب اليه اللوغاريتم المقروض وهو 33441

• (تنبيه) طريقة العمل السابقة تؤل الى فرض أن الجزء الاعشاري من اللوغاريتم المقروض مـ بوق بعد تعيين مقداره 3 والى البحث عن العدد الذي ينسب اليه اللوغاريتم الجديد والى نقل الشرطة عدة خانات الى جهة هذا العدد اليسرى حتى تحتوى النتيجة فيما بين الشرطة وأول رقم اعشاري معنوى على هداه فارتفع من واحد عن عدداً لا تحاد الموجودة في العدد التبيني السالب من اللوغاريتم المقروض

فعلى هذا اذا أردت ايجاد الاعداد التي تنسب اليه اللوغاريتمات 33441 و 33441 و 33441 و 33441 و 33441 فابحث عن عدد 21098 الذي يقابل لوغاريتم 33441 فينتج من ذلك أن الاعداد المذكورة هي 7032698 و 7032698 و 7032698 و 7032698

(٢٥٨) ما ذكرناه من الامثلة يكفي في كون الطالب يصير فيه اهلية وصلاحة لاستخراج لوغاريتم اي عدد مقروض ولايجاد العدد الذي ينسب اليه اي لوغاريتم مقروض وانما أوردنا المسئلة فيما سبق الى ابراء العملية على لوغاريتمات الاعداد المحصورة بين 1000 و 10000 لان هذه الطريقة لها خاصية بيان ما عليه جدول اللوغاريتمات الذي وضعناه في آخر الكتاب من درجة الصحة وكال الضبط والدقة وحيث جرت بنا في العمل على هذه الطريقة فيقال

(اولاً) • اذا أردت ايجاد لوغاريتم عدد مقروض فالتناسب المعنون عنه بالتناسبة الاولى كما في السورة الثانية من عمدة 256 لا ينتج الا جزأ من مائة

الف من احدى الوعاريتم المقروض بمعنى ان الوعاريتم المطلوب يحصل بحيث
يبلغ تقريبا جزءا من مائة الف من الواحد

(ثانيا) حيث ان الوعاريتمات الجدولية ليس لها من الارقام الاعشارية
سوى خمسة تقاديرها لا تعرف الا بقدر تقريبي من نصف جزء من مائة ألف
من الواحد كما في غرة ٢٥٥ والخطا الناتج من الارقام الاعشارية المتروكة
هو عبارة عن أنه في صورة ما اذا أريد إيجاد العدد الذي ينسب اليه الوعاريتم
مقروض عدده التبييني ٣ قد لا ينتج من الجدول الأربعة ارقام اعشارية
على عين العدد المطلوب بمعنى انه في بعض الاحيان لا تدل المناسبة المعنونة عنها
بالنسبة الثانية كما في الصورة الاولى من غرة ٢٥٧ على رقم اعشاري من
ارقام العدد الذي ينسب اليه الوعاريتم المقروض

وذلك لانه حيث كان التقاضل الاصغرين كل لوغاريتمين جدولين متتاليين
يساوي ٠.٠٠٠٠٤ فقدر ٠.٠٠٠٠٤ المذكور الذي هو
خطا الوعاريتم من الوعاريتمات يحدث في العدد المقابل لهذا الوعاريتم خطأ
يكون جزء من مائة الف من الواحد

فاذن عدد ٠.٠٠٠٠١ الذي هو خطأ اي لوغاريتم كان يمكن
أن يحدث في العدد المقابل لهذا الوعاريتم خطأ قدره تقريبا $\frac{1}{10}$ اي ٠.٢٥
وعليه نخطأ الوعاريتم اذا كان نصف جزء من مائة الف من الواحد يمكن
ان يحدث في العدد المقابل لهذا الوعاريتم خطأ يساوي نصف ٠.٢٥ اي
يساوي ٠.١٢٥

فاذن الخطأ الحادث في العدد الذي ينسب اليه المقدار التقريبي للوعاريتم
المقروض يمكن أن يبلغ ٠.١٢٥ تقريبا وحسبته بدقة يدعى عرض الخطأ
لاعشار احدى العدد المطلوب

فاذا أردت إيجاد العدد الذي ينسب اليه لوغاريتم ليس عدده التبييني ٣
فردا وانقص من هذا الوعاريتم عدة آحاد بحيث يكون الوعاريتم الجديد
موجبا ويكون عدده التبييني ٣ ثم ابحث عن العدد الذي ينسب اليه

هذا اللوغاريتم الجديد (وقد سبق انه لا يمكن التعويل الاعلى صحة الارقام
الاربعة الاول من يسار العدد المحصل) واقسم هذا العدد الاخيراً وانسره
في قوة ١٠ المرموز اليها بعدد الاحاد التي زدتها ونقصتها من اللوغاريتم
المفروض والنتيجة هي المقدار التقريبي للعدد الذي ينسب اليه اللوغاريتم
المفروض والمقدار التقريبي هو ما لا يلزم فيه التعويل في سائر الاحوال الاعلى
صحة الارقام الاربعة الاول المبدوءة باول رقم معنوي من جهة النتيجة
اليسرى وان شئت قلت وهو الا ليق بكمال الضبط انه عبارة عن كون الخطا
دائماً اقل من واحد من آحاد المنزلة المرموز اليها بالرقم الاخير من هذه الارقام
الاربعة

فاذا لم تكف هذه الدرجة للمقدار التقريبي وجب العدول عن استعمال
جدولنا اللوغاريتمية

(٢٥٩) اذا أردت تحصيل لوغاريتم كسر من الكسور وأخذت التفاضل
بين لوغاريتمى البسط والمقام الجدولين فالخطا الحاصل في لوغاريتم الكسر
لا يمكن أن يزيد على جزء من مائة ألف من الواحد وهذه الخاطئية ناتجة عن كون
جدولنا ذات الارقام الخمسة الاعشارية يرى فيها أن اعظم خطا يمكن حدوثه
في كل لوغاريتم جدولى يساوى نصف واحد من آحاد المنزلة الخامسة
الاعشارية أى يساوى ٠.٠٠٠٠٠٥ (كافى غرة ٢٥٥) وهاتين
ندقق النظر على التوالى فى الصورتين اللتين يكون فيهما الخطا الكلى كبيراً جداً
فنقول متى كان لوغاريتم البسط كبيراً بقدر ٠.٠٠٠٠٠٥ كان
لوغاريتم المقام صغيراً بقدر ٠.٠٠٠٠٠٥ وينتج من قاعدة غرة ١٤
أن التفاضل بين اللوغاريتمين يكون كبيراً بقدر ٠.٠٠٠٠٠٥ مرتين
أى بقدر جزء من مائة ألف ولا يمكن أن يكون الخطا الكلى الذى يحصل
فى لوغاريتم الكسر أكبر من ذلك أصلاً

ومتى كان لوغاريتم البسط صغيراً بقدر ٠.٠٠٠٠٠٥ كان لوغاريتم
المقام كبيراً بقدر ٠.٠٠٠٠٠٥ فيكون التفاضل بين هذين اللوغاريتمين

صغيراً بقدر ٥٠٠٠٠٠٠٠ مرتين أى بقدر جزء من مائة ألف وحيث
 أن خطأ لوغاريتم الكسر في الصورتين المذكورتين كبير جداً فاللوغاريتم
 المتحصل لا كسر لا يمكن أن يكون أكبر أو أصغر من جزء من مائة ألف
 وبالجملة ففى قابات بين لوغاريتمين جسدولين على طريقة الجمع والطرح فإن
 الخطأ الكلى لا يزيد على حاصل ضرب جزء من مائة ألف من الواحد فى عدد
 ما استعملته من اللوغاريتمات

ومنى وجدت فى الجداول المستعملة لوغاريتمات محتوية على عدة أرقام
 اعشارية فإن الخطأ لا يمكن أن يكون أكبر من حاصل ضرب واحد اعشارى
 من أحاد المنزلة الأخيرة الباقية فى العدد الكلى لللوغاريتمات المستعملة
 فى المجموع والمطروح

(٢٦٠) واندكر هنا عدة أمثلة مع الاهتمام فيها بتحصيل الرقم الخامس المعنوى
 من العدد المطلوب بواسطة التناسب الثانى المتقدم فى الصورة الاولى من غرة
 ٢٥٧ لنبين أن هذا الرقم غالباً غير صحيح ولا بجل الاختصار نرسم بحرف سـ الى
 العدد المطلوب تحصيل مقداره التقريبي فنقول

* (المثال الاول) * المطلوب تحصيل حاصل ضرب ٣٤٥٦٧٨٩٢ فى
 ١٠٢٣٤٥٦٧٨٩

فنقول ان لوغاريتمى العاملين هما ٥٣٨٦٧ و ٠٩١٥٢ ومجموعهما
 ٦٣٠١٩ و عدد ٢٦٧٧ الذى ينسب اليه لوغاريتم ٦٣٠١٩ هو
 المقدار التقريبي له سـ

وحيث ان ٤٨٨١٨٧٨٨ ٠٩٤٨٨١٨٧٨٨ ٢٦٧٦٤ هو المقدار الحقيقى لعدد سـ
 فاستعمال اللوغاريتمات لا يعطى الا الارقام الاربعة الاولى التى تلي بسمار
 احاصل المطلوب

ومروية العمل توضع هكذا

$$\text{لونا} \quad ٣٤٥٦٧٨٩٢ = ١٠٥٣٨٦٧$$

$$\text{لونا} \quad ١٠٢٣٤٥٦٧٨٩ = ٠٩١٥٢$$

$$\text{مجموع} \quad ٠٦٣٠١٩ = \text{لونا} \quad ٢٦٧٧$$

وهكذا من الأعداد العشرية

• (المثال الثاني) • المطلوب تعيين خارج قسمة ٤٢٦٧٦٤٠٩٤٨٨١٨٧٨٨

على ٣٤٥٦٧٨٩٢ فنقول اما لو غارتم المقسوم فهو ٦٣٠١٨ ر. واما

لو غارتم المقسوم عليه فهو ٥٣٨٦٧ ر. فاذا طرحنا اللوغارتم الثاني من

الاول كان الباقي وهو ٩١٥١ ر. دالا على لو غارتم عدد م. وعدد

٢٣٤٥ الذي يتسب اليه لو غارتم ٩١٥١ ر. يعطى المقدار التقريبي

لعدد م. وخارج القسمة الحقيقي هو ١٢٣٤٥٦٧٨٩

• (المثال الثالث) • المطلوب ايجاد خارج قسمة ١٣٢٦٧٨ ر. على ٥٦٧٠ ر.

فنقول اما لو غارتم المقسوم فهو ٨٧٧٢١ ر. واما لو غارتم المقسوم عليه

فهو ٢٢٤٦٤٢ ر. فنطرح اللوغارتم الثاني من اللوغارتم الاول فيكون

الباقي هو ٨٧٧٢١ ر. + ٢٢٤٦٤٢ ر. كافي مرة ٢٤٨ او ٣٦٩٢١ ر.

وعدد ٢٣٤٠ الذي يتسب اليه هذا اللوغارتم الاخير هو المقدار التقريبي

لخارج القسمة المطلوب وهو عدد م.

• (تقييه) • لا مانع من عدم استعمال اللوغارتمات السالبة لانه حيث كان

خارج القسمة المطلوب هو خارج قسمة ١٣٢٦٧٨ ر. على ٥٦٧٠ ر. فيمكن

أن نطرح لو غارتم ٥٦٧٠ ر. من لو غارتم ١٣٢٦٧٨ ر. فيكون الباقي وهو

١٣٦٩٢٢ ر. هو لو غارتم خارج القسمة المطلوب وينتج من ذلك أن هذا الخارج

يكون ٢٣٤٠

• (المثال الرابع) • المطلوب تحصيل خارج قسمة

$$\frac{9724}{5676} \text{ على } \frac{998}{3849}$$

فتبحث عن لو غارتم كسري $\frac{9724}{5676}$ و $\frac{998}{3849}$ وحيث ان هذين

اللوغارتين هما ٢٣٣٨٠ ر. و ٥٨٦٢٢ ر. فا طرح اللوغارتم

الثاني من الاول فيكون الباقي

٢٣٣٨٠ ر. + ٥٨٦٢٢ ر. او ٨٢٠٠٢ ر. وعدد ٦٠٧١ ر.

وهكذا من الأعداد العشرية الذي يتسب اليه لو غارتم ٨٢٠٠٢ ر.

هو المقدار التقريبي لخارج القسمة المطلوب

* (تنبيه) * لا مانع من عدم استعمال اللوغاريتمات السالبة لانه حيث كان

خارج القسمة المطلوب وهو $\approx \frac{3849 \times 9724}{998 \times 5676}$ فيكني تعيين خارج

قسمة 9724×3849 على 5676×998 ولهذا تؤخذ

لوغاريتمات اعداد 9724 و 3849 و 5676 و 998

ثم يطرح من مجموع اللوغاريتمات الاولين مجموع اللوغاريتمات الاخيرين فيكون

الباقى وهو 82002 دالا على لوغا \approx وعدد 66072 وهكذا من

الاعداد الاعشارية الذى ينسب اليه لوغارتم 82002 هو المقدار

التقريبي لعدد \approx

وحيث ان المقدار الحقيقى لعدد \approx هو 660723 وهكذا من الاعداد

الاعشارية فاستعمال اللوغاريتمات يعطى الارقام الاربعة الاعشارية الاولى

من خارج القسمة

* (المثال الخامس) * المطلوب تحصيل القوة الرابعة لكسر $\frac{1}{2}$

فتبحث عن لوغارتم $\frac{1}{2}$ وهو 0.30103 ثم تضربها فى 4 فيكون

حاصل الضرب وهو 1.20412 دالا على لوغارتم عدد \approx المطلوب

وعدد 1980 الذى ينسب اليه لوغارتم 1.20412 هو المقدار

التقريبي لعدد \approx ومتى استخرجت من اول وهله مقدار عدد \approx

الحقيقى وجدته 19799 وهكذا من الاعداد الاعشارية بحيث لا تعطى

اللوغاريتمات الاخرين الاولين من يسار العدد المطلوب فيكون العدد المتحصل

وهو 1980 كبيرا جدا الا ان الخطا يكون أصغر من واحد من احدى المنزلة

المرموز اليها بالرقم الرابع من عدد 1980 أى من 001 لان مقدار ما يلزم

زيادته على 19799 وهكذا من الاعداد الاعشارية لاجل ايجاد 1980

أصغر من 001

* (المثال السادس) * المطلوب تحصيل القوة الرابعة لكسر $\frac{1}{5}$

نقد لوغارتم 19791 للكسر المذكور وضعفها أربع مرات

* (المثال السابع) * المطلوب تحصيل مكعب ٦٩٤ و.

* (المثال الثامن) * المطلوب تحصيل جذر مكعب $\frac{2}{7899}$ فاطرح لوغا ٢ من لوغا ٧٨٩٩ فالباقي وهو ٣٥٩٦٥٤ المـ بـوقـبـهـ لـامـة — هو لوغارتم $\frac{2}{7899}$ ثم اقسام — ٣٥٩٦٥٤ على ٣ فخارج القسمة وهو — ١١٩٨٨٤ بدل على لوغارتم عدد سـ وعدد ٠٦٣٢٦ وهكذا من الاعداد الاشارية الذي يقب اليه لوغارتم — ١١٩٨٨٤ هو مقدار عدد سـ التقريبي

*(المثال اعاشر) * المطلوب تحصيل جذر مكعب القوة الرابعة لكسر $\frac{2}{35}$
فنقول حيث ان لو غارتم $(\frac{2}{35})^4$ يساوى — ٣٨٧٦٤ ر ٤ كافي
المثال السادس فثلث هذا اللوغارتم وهو — ٤٦٢٥٤ ر ١ بدل على
لوغا مـ وعدد ٠٣٤٤٧ وهو كذا من الاعداد الاعشارية
الذى ينسب اليه لو غارتم — ٤٦٢٥٤ ر ١ هو مقدار مـ التقريبي

من جزء من مائة ألف من الواحد

* (المثال الحادي عشر) * المطلوب تحصيل الجذر الثامن لعدد ١٠
فنقول حيث ان لو غارتم ١٠ يساوي ١ فلو غارتم الجذر المطلوب هو $\frac{1}{8}$
اي ١٢٥ ر. وعدد ١٣٣٣٥ ر. وهكذا من الاعداد الاعشارية الذي

ينسب اليه لو غارتم ١٢٥ ر. هو المقدار التقريبي للجذر المطلوب لان $\frac{1}{10} \approx \frac{1}{8}$
= ١٣٣٣٥٢١٤٣ ر. وهكذا من الاعداد الاعشارية كما في المثال الرابع من
مرة ١٨٦

* (المثال الثاني عشر) * المطلوب تحصيل الجذر الثامن عشر لعدد ٣٤
فانقسم لو غارتم ٣٤ على ١٨ فيكون خارج القسمة وهو ٠.٨٥٠٨ ر.
هو لو غارتم الجذر المطلوب وعدد ٢١٦٤ ر. وهكذا من الاعداد
الاعشارية الذي ينسب اليه لو غارتم ٠.٨٥٠٨ ر. هو المقدار التقريبي للجذر
المطلوب

* (الفصل السادس) *

* (في المتمات الحسابية) *

(٢٦١) المتم الحسابي للوغارتم هو الباقي بعد طرح هذا اللوغارتم من عدد
١٠ وعليه فيقال حيث ان لو غارتم ٢ هو ٣٠١٠٣ ر. فتمه الحسابي هو
١٠ - ٣٠١٠٣ ر. اي ٩٦٩٨٩٧ ر.

وقد استبان انه يكفي في تحصيل المتم الحسابي لاي لو غارتم كان أن تطرح من
١٠ أول رقم معنوي. ووضوح على عين اللوغارتم المقروض وتطرح من ٩ ما بقي
من الارقام

ويكفي في الدلالة على المتم الحسابي لاي لو غارتم كان أن نضع قبل هذا
اللوغارتم هذا الرمز وهو تم وعليه فاذا رمزت برمز تم لو غا ٢ دل ذلك
على المتم الحسابي للوغارتم ٢ وحيث ان لو غا ٢ = ٣٠١٠٣ ر.
فاذن تم لو غا ٢ = ١٠ - ٣٠١٠٣ ر. = ٩٦٩٨٩٧ ر.
(٢٦٢) اذا أردت أن تطرح لو غارتم من عدد مقروض واستبدلت عملية

هذا المرح بزيادة المقيم الحسابي للوغارتم المقروض عن العدد المذكور
وجدت المجموع مساويا للباقي المطلوب زائدا ١٠ آحاد لان هذا المجموع
كبير جدا وليس ~~ب~~ كبير بقدر مجزئ اللوغارتم اللازم طرحه بل بقدر المقيم
الحسابي المزيدي أيضا * ومقتضى تعريف المقيم الحسابي أن مجموع هذين
العددين الأخيرين يساوي ١٠

فإذا أردت أن تطرح مثلا ٠٩٥٤٢٤ من ٣٥٤١٣٣ فعوضا
عن اجراء عمدة هذا الطرح تزيد على ٣٥٤١٣٣ مقيم ٠٩٥٤٢٤ وهو
٩٠٤٥٧٦ فتكون النتيجة وهي ١٢٥٨٧٠٩ كبيرة جدا بقدر ١٠ آحاد
ويكفي حينئذ في تحصيل الباقي المطلوب أن تنقص ١٠ آحاد من ١٢٥٨٧٠٩
وذلك لان $٣٥٤١٣٣ - ٠٩٥٤٢٤ = ٣٥٤١٣٣ + ١٠ -$
 $٠٩٥٤٢٤ - ١٠$

وبحيث ان $١٠ - ٠٩٥٤٢٤$ هو المقيم الحسابي وهو ٩٠٤٥٧٦ للوغارتم
 ٠٩٥٤٢٤ فاذن يكون $٣٥٤١٣٣ - ٠٩٥٤٢٤ = ٣٥٤١٣٣ +$
تم $٠٩٥٤٢٤ - ١٠$

(٢٦٣) يتوصل بالقاعدة السابقة في غرة ٢٦٢ الى الخواص الآتية وهي
أولا اذا زدت على لوغارتم ~~ط~~ الكسر المقيم الحسابي للوغارتم المقام
وجدت المجموع د لا على لوغارتم هذا الكسر زائدا ١٠ آحاد (وليمثل لذلك
فتقول)

* (المثال الاول) * أن تقرض كسر $\frac{٣٤٧٨}{٩}$

فإذا زدت على لوغا ٣٤٧٨ المقيم الحسابي للوغا ٩ وجدت المجموع
وهو ١٢٥٨٧٠٩ هو لوغارتم هذا الكسر زائدا ١٠ وذلك
لانه يكون لوغا $\frac{٣٤٧٨}{٩} = \text{لوغا } ٣٤٧٨ - \text{لوغا } ٩ = \text{لوغا}$
 $٣٤٧٨ + ١٠ - \text{لوغا } ٩ = ١٠ = \text{لوغا } ٣٤٧٨ + \text{تم لوغا } ٩ -$
١٠

* (المثال الثاني) * أن تقرض كسر $\frac{٩}{٣٤٧٨}$

فاذا اردت على لوغا ٩ مقم لوغا ٣٤٧٨ كان المجموع وهو ٧٨٤١٢٩١ هو
لوغارتم هذا الكسر زائدا ١٠

* ثانيا لوغارتم الحد الرابع من أى متناسبة كانت يحصل بزيادة المقيم الحسابي
للوغارتم الحد الاول على مجموع لوغارتمى الوسطين وينقص ١٠ آحاد من
النتيجة لان الحد الرابع من أى متناسبة كانت يساوى حاصل ضرب الوسطين
مقسوما على الحد الاول كما فى غمرة ٢٠١

فاذا اردت أن تستخرج مثلا الحد الرابع من متناسبة ٩٥٠٠٠٠٠ : ٣٢٣
:: ٣٠٤ : س فزد على مجموع لوغارتمى الوسطين وهو ٩٩٢٠٧ ر ٤ المقيم
الحسابي للوغا ٩٥٠٠٠٠٠ وهو ٣٠٢٢٢٨ ر ٣ فتجد النتيجة وهى ٨٠١٤٣٥
دالة على لوغارتم س زائدا ١٠ أى على لوغا (س ١٠) فاذا قسمت
على ١٠ العدد الذى ينسب اليه لوغارتم ٨٠١٤٣٥ كان خارج القسمة
وهو ٠٠١٠٣٣٥ وهكذا من الاعداد الاعشارية هومة مقدار س
التقريبي

(تنبيه) * يمكن اختصار هذا العمل لانه حيث كان ٨٠١٤٣٥ مساويا
للوغا س زائدا ١٠ فبنقص ٥ من العدد التبييني تكون النتيجة
وهى ٣٠١٤٣٥ هى لوغارتم س زائدا ٥ وحيث كان لوغارتم
٣٠١٤٣٥ منسوبا الى ١٠٣٣٥ وهكذا من الاعداد الاعشارية فمقدار
س التقريبي يحصل بقسمة الشرطه خمس خانات الى الجهة اليسرى من
١٠٣٣٥ وهكذا من الاعداد الاعشارية فيكون هكذا ٠٠١٠٣٣٥ وهكذا
من الاعداد الاعشارية

* ثالثا * اذا وصل بك العمل الى المقابلة بين عدة لوغارتمات موجبة بطريقة
الجمع والطرح فاختصر العمل بأن تزيد على الاوغارتمات التى يلزم جمعها للمتمات
الحسابية للوغارتمات التى يلزم طرحها وحيث كان المجموع المتحصل يزيد عن أصله
من العشرات بقدر ما أخذ من المتمات كما فى غمرة ٢٦٢ فيكفى فى تصيل
النتيجة أن تنقص من هذا المجموع عدة عشرات تساوى عدد المتمات المزيدة

(ولتأمل ذلك فنقول)

* (المثال الاول) * أن يكون المطلوب استخراج عدد من الذى هو خارج

قسمة $\frac{9724}{5676}$ على $\frac{998}{3849}$ بواسطة اللوغاريتمات

فلن أنستخرج لوغاريتم من بطرح لوغاريتم كسر المقسوم عليه

من لوغاريتم كسر المقسوم وحيث ان لوغاريتم كسر المقسوم عليه سالبة

فيقول الامر الى طرح عدد سالب لكن يجتنب استعمال اللوغاريتمات السالبة

بملاحظة أن خارج القسمة وهو من لما كان معرأ عنه بكسر $\frac{3849 \times 9724}{998 \times 5676}$

كان لوغاريتمه مساويا لمجموع لوغاريتمى عدد 9724 وعدد 3849

ناقصا لمجموع لوغاريتمى عدد 5676 وعدد 998 وعليه فيمكن

في الحصول لوغاريتم من أن تزيد على لوغاريتم عدد 9724 وعدد

3849 المتمات الحسابية للوغاريتمى عدد 5676 وعدد 998

وتطرح 10 + 10 اى 20 من المجموع وهو 20 ر 82002 فيصير هكذا 20 ر 82002

وعدد 6 ر 6072 الذى ينسب اليه لوغاريتم 20 ر 82002 هو المقدار التقريبي

لخارج القسمة المطلوب وهذا مطابق للنتيجة المتصلة في المثال الرابع من مرة

٢٦٠

* (المثال الثانى) * أن يكون المطلوب تحصيل من الذى هو خارج قسمة

$\frac{9724}{3849}$ على $\frac{5676}{9980000}$

نزد على مجموع لوغاريتمى عدد 9724 وعدد 3849 المتمات

الحسابية للوغاريتمى عدد 567600 وعدد 9980000 فتجد

المجموع وهو 14 ر 82002 دال على لوغاريتم من زائدا 20

فيحصل اذن لوغاريتم من بطرح 20 من 14 ر 82002

وحيث ان الباقي بعد الطرح يتوصل الى لوغاريتم سالب فالاولى تحويل

العدد التبيينى وهو 14 الى 3 بان تطرح 11 آحاد من لوغاريتم

14 ر 82002 فيكون الباقي وهو 3 ر 82002 هو لوغاريتم

خارج القسمة وهو من زائدا 9 آحاد لانك قد نقصت 11 آحاد

من لو غارتم كان كبيرا بقدر ٢٠ آحادا وعدد ٦٦٠٧٢٢ وهكذا
من الاعداد الاعشارية الذي ينسب اليه لو غارتم ٣ر٨٢٠٠٢ يدل حيث
على حاصل ضرب س في ٩ بحيث اذا قسم ٦٦٠٧٢٢ وهكذا
من الاعداد الاعشارية على ٩ كانت النتيجة وهي ٦٦٠٧٢٢٠٠٠٠٠٠
وهكذا من الاعداد الاعشارية هي خارج القسمة المطلوب

• (المثال الثالث) أن يكون المطلوب تحصيل القوة الرابعة لكسر $\frac{2}{5}$
فلاجل تحصيل عدد س المطلوب تزيد على لوغا ٢ متم لوغا ٢٥
فمجموع المجموع وهو ٨٩٠٣٠٩ هو لو غارتم $\frac{2}{5}$ زائدا ١٠ فاذن يكون
أربعة أضعاف ٨٩٠٣٠٩ أعني ٣٥٦١٢٣٦ هو لو غارتم س
زائدا ٤٠ فاذا قسمت العدد المقابل للو غارتم ٣٥٦١٢٣٦ على ١٠
وجدت خارج القسمة ٣٥٦١٢٣٦ ولكن الاخصر أن تنقص ٣٢ آحادا
من العدد التيسيني وهو ٣٥ فيتحول الى ٣ ويدل الباقي وهو ٣٦١٢٣٦
على لوغا س زائدا ٨ أى على لو غارتم س $\times \frac{1}{8}$ وحيث ان
لو غارتم ٣٦١٢٣٦ يقابل عدد ٤٠٩٦ فاقسم ٤٠٩٦ على $\frac{1}{8}$
فيكون خارج القسمة وهو ٤٠٩٦٠٠٠٠ هو مقدار س الحقيقي
• (المثال الرابع) أن يكون المطلوب تعيين مقدار س الذي هو مقدار
مكعب ٦٤٩

$$\text{فيكون س} = ٦٤٩ = (٦٤٩)^{\frac{1}{3}}$$

ولاجل اجتناب اللوغاريتمات السالبة تزيد على لوغا ٦٤٩ متم لوغا ١٠٠٠
وهو ٧ فيكون المجموع وهو ٩٨١٢٢٤ هو لو غارتم $\frac{٦٤٩}{١٠٠٠}$ زائدا ١٠
فاذن يكون عدد ٢٩٤٣٦٧٢ الذي هو ثلاثة أضعاف ٩٨١٢٢٤
هو لو غارتم س زائدا ٣٠ وتنقص لو غارتم ٢٩٤٣٦٧٢ بقدر
٢٦ آحادا يتحول العدد التيسيني الى ٣ ويكون الباقي وهو
٣٤٣٦٧٢ هو لو غارتم س زائدا ٣٠ — ٢٦ أى أربعة

بحيث اذا قسم عدد ٢٧٣٣٥٠ المقابل للوغارتم ٢٤٣٦٧٢ على

١٠ فكان خارج القسمة وهو ٢٧٣٣٥٠ هو مقدار من التقريبي

وعدد ٢٧٣٣٥٩٤٤٩ هو مقدار من الحقيقي

• (المثال الخامس) • أن يكون المطلوب تحصيل من الذي هو جذر مكعب

كسر $\frac{2}{7899}$

فزد على لوغا ٢ متم لوغا ٧٨٩٩ فيكون المجموع وهو ٦٤٠٣٤٦

هو لوغارتم $\frac{2}{7899}$ فاذ قسمت ٦٤٠٣٤٦ على ٣

كان خارج القسمة وهو ٢١٣٤٤٨ مساويا للوغا من فاذنا $\frac{1}{3}$

أي مساويا للوغارتم من $\sqrt[3]{10}$ وذلك لانه ينتج من خواص

غرة ٢٤١ أن لوغا (من $\sqrt[3]{10}$) = لوغا من + لوغا $\sqrt[3]{10}$

= لوغا من + $\frac{1}{3}$ لوغا ١٠ = لوغا من + $\frac{1}{3}$ لوغا من + $\frac{1}{3}$

ويمكن تحصيل لوغا من بطرح خارج القسمة وهو ٢١٣٤٤٨ من

كسر $\frac{1}{3}$ الهول الى كسر اعشاري الآن هذا العمل يطول ويؤدي

الى نتيجة سالبة وهو خطأ عظيم لان الغرض من التمامات الحساية انما هو

اجتناب مثل ذلك

ويتحصل أيضا مقدار من بقية العدد الذي يقسب اليه لوغارتم ٢١٣٤٤٨

على $\sqrt[3]{10}$ غير أن هذه العملية عامة صعبة فيجب اجتنابها بملاحظة انه

اذا كان اللوغارتم الذي يلزم قسمته على ٣ بدلا عن كونه كبيرا بقدر ١٠

أكبر من $\sqrt[3]{10}$ عدد ٣ الذي هو علامة الجذر المطلوب بقدر ٦

مثلا يكون ثلث هذا اللوغارتم الذي يكبر بقدر ٢ منسوب الى من $\times 100$

كافي الامر الثالث من غرة ٢٤٢ بحيث اذا قسم العدد المقابل لهذا

اللوغارتم الجديد على ١٠٠ دل خارج القسمة على من

ولا جيل ابراء العملية على هذا المتوال تلاحظ أنه حيث كان لوغارتمها ٦٤٠٣٤٦

كبير بقدر ١٠ آحاد فاذا صغرته بقدر ٤ آحاد كان الباقي وهو
 ٢٤٠٣٤٦ مساويا لونا $\frac{2}{7899}$ زائدا ٦ آحاد وعدده ٨٠١١٥٠
 الذي هو ثلث ٢٤٠٣٤٦ يساوي لونا ٢ زائدا ٢ وحيث ان
 لونا رتم ٨٠١١٥٠ ينسب الى عدد ٦٣٢٦٢ وهكذا من الاعداد
 الاعشارية بمقدار ٢ التقريبي يحصل بقسمة ٦٣٢٦٢ وهكذا من الاعداد
 الاعشارية على ١٠٠ فيكون ٢٣٢٦٢ = ٠.٢٣٢٦٢ وهكذا من الاعداد
 الاعشارية

(المثال السادس) * أن يكون المطلوب تحصيل جذر مكعب $(\frac{2}{30})^3$
 فلاجل تعيين العدد المجهول وهو ٢ تزيد على لونا ٢ مقيم لونا ٢٥
 وحيث كل المجموع هو لونا رتم $\frac{2}{30}$ زائدا ١٠ فعدد ٣٥٦١٢٣٦
 الذي هو اربعة اضعاف ذلك المجموع يدل على لونا رتم $(\frac{2}{30})^3$ زائدا ٤٠
 ثم تنقص ٣٤ آحادا من ٣٥٦١٢٣٦

وحيث ان الباقي وهو ١٦١٢٣٦ هو لونا رتم $(\frac{2}{30})^3$ زائدا ٦
 فعدد ٥٣٧٤٥ الذي هو ثلث هذا الباقي هو لونا رتم ٢ زائدا ٢
 ولما كان لونا رتم ٥٣٧٤٥ ينسب الى عدد ٤٤٧٠٠ وهكذا
 من الاعداد الاعشارية تبين أن ٢٣٤٤٧٠ = ٠.٢٣٤٤٧٠ وهكذا من الاعداد
 الاعشارية

(٢٦٤) وبالجمله ففى استعمات المثلثات الحسابية فى استخراج جذور درجة
 قوة أى كسر كان فاللونا رتم الذى يلزم قسمته على علامة الجذر يكون كبيرا
 بقدر ١٠ عدة مرات وقبل أن تقسم هذا اللونا رتم على علامة الجذر المطلوب
 استخراجها زد على عدده التبيينى أو انقص منه هذه آحاد حتى يصير العدد
 التبيينى الجديدا كبيرا بقدر مكرر تلك العلامة واذا قسمت به هذه الطريقة
 اللونا رتم الجديدا على العلامة المذكورة تحصل لونا رتم يكون عدده
 التبيينى كبيرا بقدر عدد حقيقى من الآحاد مساويا لخارج قسمة مكرر هذه

العلامة عليها ثم اجث عن العدد المقابل لهذا اللوغارتم الجديد وانقل الشرطة الى جهة هذا العدد اليسرى عدة خانات بقدر ما يزيد من الاحاد في العدد التبديني اللوغارتم الاخير فتكون النتيجة هي المقدار التقريبي للجذر المطلوب

(الفصل السابع)

(في استعمال اللوغاريتمات لاجل اختصار العمليات المتعلقة بالارباح المركبة)

(٢٦٥) لنفرض في المسائل الآتية أن ١٠٠ ريال في السنة ٥ في المائة وأن ارباح الارباح تعتبر سنة فسنة كما سبقت الاشارة الى ذلك في غمرة ١٤٠

(المسئلة الاولى) المطلوب ايجاد ما تعادله ٤٨٠٠٠٠ فرنك نقدا في آخر ثلاث سنوات (راجع المسئلة الخامسة والعشرين من غمرة ١٤٠) فاذا رمزنا بحرف س الى عدد فرنكات المبلغ المطلوب ولا حظنا أن الفرنك فرنك

الواحد الحال يعادل في آخر كل سنة $\frac{1}{100}$ (كافي غمرة ١٤٠) أي يعادل ١٠٠ كان س = $480000 \times (1.05)^3$ كافي غمرة ١٤١ وينتج من ذلك أن لوغا س = لوغا ٤٨٠٠٠٠ + ٣ لوغا ١٠٥ = $5.681148 = 5.681148$ وأن س = ٥٥٥٦٦٢

وحيث ان مقدار س الحقيقي هو ٥٥٥٦٦٠ (كافي غمرة ١٤٠) فالحظا الناشئ عن استعمال اللوغاريتمات هو فرنكان

(المسئلة الثانية) المطلوب معرفة مقدار ما يعادله مبلغ ٤٨٠٠٠٠ فرنك المؤجل بثلاث سنوات وأربعة أشهر (راجع المسئلة السادسة والعشرين في غمرة ١٤٢)

فيقال قد تقدم في غمرة ١٤٢ أن ٤٨٠٠٠٠ فرنك تعادل في آخر ثلاث سنوات وأربعة أشهر $480000 \times 1.05 \times \frac{1}{100}$ فاذن يكون س =

$480000 \times 1.05 \times \frac{1}{100}$

وينتج من هذا أن لوغا س = لوغا ٤٨٠٠٠٠ + ٣ لوغا ١٠٥

+ لوغا $(\frac{21}{7}) = ٥٧٥١٩٩$ وأن $٥٦٤٩٢٥ =$
 وحيث ان مقدار ٥٦٤٩٢١ هو الحقيقي هو ٥٦٤٩٢١ كافي مرة ١٤٢ فأنلطا
 الناشئ عن استعمال اللوغاريتمات هو ٤ فرنكات
 * (المسئلة الثالثة) * المطلوب معرفة عدد السنين التي اذا استغرقها مبلغ
 ٤٨٠٠٠٠ فرنك يعادل ٥٥٥٦٦٠

فاذا عرفنا بحرف $س$ الى عدد السنين المطلوب فبلغ ٤٨٠٠٠٠ فرنك
 فرنك

يعادل بعد مضي $س$ من السنين ٤٨٠٠٠٠×١٠٠٠ كافي مرة ١٤١
 وحيث ان هذا المبلغ الاخير يلزم أن يعادل ٥٥٥٦٦٠ فرنك فاذن يكون
 $٤٨٠٠٠٠ \times ١٠٠٠ = ٥٥٥٦٦٠$ وينتج من ذلك أن

$١٠٠٠ = \frac{٥٥٥٦٦}{٤٨٠٠٠٠}$ وأن $س$ لوغا $١٠٠٠ =$ لوغا $٥٥٥٦٦ -$ لوغا ٤٨٠٠٠٠
 $= ٠.٦٣٥٧$

وحيث ان لوغا $١٠٠٠ = ٠.٢١١٩$ فاذا قسمنا ٠.٦٣٥٧ على
 ٠.٢١١٩ دل خارج القسمة وهو ٣ على $س$

* (المسئلة الرابعة) * المطلوب معرفة عدد السنين التي اذا استغرقها رأس مال
 ٤٨٠٠٠٠ فرنك يعادل ٥٦٤٩٢١ فرنكا

فاذا عرفنا بحرف $س$ الى عدد السنين المطلوب يكون ٤٨٠٠٠٠
 $\times ١٠٠٠ = ٥٦٤٩٢١$ وينتج من هذا أن $١٠٠٠ = \frac{٥٦٤٩٢١}{٤٨٠٠٠٠}$

وان $س$ لوغا $١٠٠٠ =$ لوغا $٥٦٤٩٢١ -$ لوغا ٤٨٠٠٠٠
 $= ٠.٧٠٧٥$ وان $س = \frac{٠.٧٠٧٥}{٠.٢١١٩} = \frac{٠.٧٠٧٥}{٠.٢١١٩} = ٣.٣$

فرنك
 وهكذا من الاعداد الاعشارية فعلى ذلك يلزم ان رأس مال ٤٨٠٠٠٠
 يوضع للاسترباح مدة ٣ سنوات بحيث يكون ربحه مركبا ثم يوضع أيضا
 للاسترباح مدة بعض أشهر بحيث يكون ربحه بسيطاً ويرمز لعدد الأشهر

بحرف ز

فرنك

وحيث ان ٤٨٠٠٠٠ اذا وضعت لان تربح وبعدها ما يكافئ في آخر ٣ سنوات ٥٥٥٦٦٠ فرنكا كما في المسئلة الاولى من هذا القسم. لفيانم حيث قد البحث عن عدد الاشهر التي يلزم أن يوضع فيها رأس مال ٥٥٥٦٦٠ ليربح فرنك

ربحاً بسيطاً حتى يصير ٥٦٤٩٢١ فرنكاً أعني ليكون ربحه البسيط ٥٦٤٩٢١ - ٥٥٥٦٦٠ أي ٩٢٦١ فرنكاً

ولكن حيث ان الربح البسيط للفرنك الواحد في الشهر الواحد هو $\frac{1}{24}$ كما سبق في المسائل المتعلقة بالقوائد البسيطة فالربح البسيط للفرنك الواحد في مدة فرنك

ز من الاشهر هو $\frac{1}{24} \times ز$ وربح ٥٥٥٦٦٠ البسيط في ز من فرنك
الاشهر هو $\frac{1}{24} \times ز \times ٥٥٥٦٦٠$ فاذن يكون $ز \times \frac{٥٥٥٦٦٠}{24} = ٩٢٦١$

وينتج من ذلك أن $ز = \frac{٢٤ \times ٩٢٦١}{٥٥٥٦٦٠} = \frac{٢٤ \times ٩٢٦١}{٥٥٥٦٦٠}$ ولو غا ز =
لو غا ٩٢٦١ + لو غا ٢٤ - لو غا ٥٥٥٦٦ = ٠.٦٠٢٠٦ و ز = ٤
فاذن يكون الزمن المطلوب ٣ سنوات و ٤ أشهر

(المسئلة الخامسة) المطلوب تعيين الزمن الذي يلزم أن يوضع فيه للاسترباح رأس مال يؤخذ منه في السنة خمسة فرنكات على كل مائة ليربح ضعفه مقدار الحال

وهذا يؤول الى البحث عن معرفة مقدار الزمن الذي يعادل فيه الفرنك الواحد ٢ فاذا رمزنا بحرف س الى عدد السنين المطلوب يكون (١٠٠٠)
= ٢ كما في غرة ١٤١ وينتج من هذا أن س \times لو غا (١٠٠٠)

= لو غا ٢ وأن س = $\frac{٠.٢٣٠١٠٣}{٠.٢٠٢١١٩} = \frac{١٠٣}{١٠٥}$ لو غا ١٤٢

وهكذا من الأعداد العشرية فاذن يكون الزمن المطلوب من ١٤ سنة
وبعض أشهر (أقل من ١٢) برز إليها بحرف ز

فرتك
وحيث ان القرنك المال يعادل في ظرف ١٤ سنة ١ \times ١٠٥
فيلزم حينئذ البحث عن عدد الأشهر التي يوضع فيها هذا المبلغ الأخير ليربح ربحها
بسيطا حتى يصير قرنك

وحيث ان ربح القرنك الواحد في مدة ز من الأشهر هو $\frac{ز}{٢٤٠}$ من القرنكات
كفا في المسئلة الرابعة من هذا الفصل فالقرنك الواحد يعادل في آخر ز من

الاشهر $(١ + \frac{ز}{٢٤٠})$ من القرنكات فاذن ١٠٥ \times ١٤ $\frac{فرتك}{٢٤٠}$ يعادل بعد مضي

ز من الاثهر $(١ + \frac{ز}{٢٤٠}) \times ١٠٥$ $\frac{فرتك}{٢٤٠}$
وحيث ان هذا المبلغ الأخير يلزم أن يساوى ٢ من القرنكات لزم أن

$(١ + \frac{ز}{٢٤٠}) \times ١٠٥ = ٢$ وينتج من هذا ان لوغا $(١ + \frac{ز}{٢٤٠})$

$+ \text{لوغا } (١٠٥) = \text{لوغا } ٢$ وان لوغا $(١ + \frac{ز}{٢٤٠}) = \text{لوغا } ٢ - \text{لوغا } ١٠٥$

(١٠٥) من القرنكات = لوغا ٢ - لوغا ١٠٥ $= ٠.٠٠٤٣٧$

وحيث ان لوغارتم ٠.٠٠٤٣٧ ينسب الى عدد ١٠١٠ فيكون

$١ + \frac{ز}{٢٤٠} = ١٠١٠$ وينتج من ذلك أن $\frac{ز}{٢٤٠} = ١٠١٠$

وان $ز = ٢٤٠ \times ٠.٠١٠ = ٢٤$

شهر

فاذن يربح رأس المال ضعف مقداره في نهاية ١٤ سنة و ٢٤

وهكذا من الأعداد العشرية أعني بعد مضي ١٤ سنة وشهرين و ١٢

يوما تقريبا

* (المسئلة السادسة) اذا كان رأس المال ١٠٠. فرنك فاعقدار

شهر

ما يرجع بعد مضي ١٤ سنة و ٢٤

فيقال ان رأس المال المذكور وهو ١٠٠ فرنك يعادل بعد مضي ١٤

فرنك ١٤

سنة ١٠٠ × ١٠٥ كما في عمدة ١٤١

فرنك

وحيث ان ربح القرض الواحد في الشهر الواحد هو $\frac{1}{40}$ كما سبق في المسائل

شهر فرنك

المتعلقة بالفوائد البسيطة فربح القرض الواحد في مدة ٢٤ هو $\frac{1}{40}$

فرنك

× ٢٤ اي $\frac{1}{100}$

شهر فرنك فرنك فرنك

وعليه فالقرض الحال يعادل بعد مضي ٢٤ ١ + $\frac{1}{100}$ اي ١

× $\frac{1}{100}$

فرنك ١٤

فان رأس المال وهو ١٠٠ فرنك الذي كان يعادل ١٠٠ × ١٠٥

شهر فرنك

بعد مضي ١٤ سنة يعادل بعد مضي ١٤ سنة و ٢٤ ١٠٠

فرنك

١٤

١٤

× ١٠٥ × $\frac{1}{100}$ اي ١٠٥ × ١٠١ فان يكون سه =

١٤

١٠١ × ١٠٥

وينتج من هذا ان لوغا سه = ١٤ لوغا ١٠٥ + لوغا ١٠١

= ٢٣٠٠٩٨ وأن سه = ١٩٩٠٩٧ وهكذا من الاعداد

فرنك

الاعشارية فان يكون المبلغ المطلوب هو ١٩٩٠٩٧ وهكذا من الاعداد

الاعشارية اي ٢٠٠ فرنك تنقص ٣ ستيمات

شهر

فأذن رأس المال يتضاعف تقريبا بعد مضي ١٤ سنة و ٢٤
 • (المسئلة السابعة) • اذا كان رأس المال ١٠٠ فرنك فكم مقدار ما يعادله
 بعد انقضاء قرن تام

فأذا رمزنا بحرف x الى فرنكات المبلغ المطلوب كان $x = 100$
 $x \times 100 = 100 + 100$ لوغا $100 = 100$
 $= 119.4$ و $= 131.02$

فرنك

فأذن رأس المال الذي هو ١٠٠ فرنك يعادل بعد مضي قرن بتمامه ١٣١.٠٢
 • (المسئلة الثامنة) • اذا كان رأس المال ١٠٠ فرنك فكم مقدار ما يعادله
 بعد مضي ٥٠ سنة

فأذا رمزنا الى فرنكات المبلغ المطلوب بحرف x كان $x = 100 \times 100$
 وينتج من هذا أن لوغا $x = 100 + 100$ لوغا $100 = 100$
 $= 112.68$ وأن $x = 112.68$

فأذن رأس المال الذي هو ١٠٠ فرنك يعادل بعد مضي ٥٠ سنة
 فرنك

١١٤.٦٨

• (المسئلة التاسعة) • اذا كان رأس المال الذي هو ٤٨٠٠٠٠ فرنك
 يعادل بعد مضي ٣ سنوات ٥٥٥٦٦٠ فرنك فكم مقدار سعر
 المال

فأذا رمزنا بحرف x الدال على عدد افرنكات الى قيمة الفرنك الواحد
 في آخر السنة الاولى كان مبلغ ٤٨٠٠٠٠ فرنك يعادل في آخر السنة
 الثالثة $48000 \times x$ من الفرنكات فأذن يتحصل 48000

$x = 555660$ وينتج من هذا أن لوغا $x = 119.4$
 وأن $x = 100$

فرنك

وبناء على ذلك يقال حيث ان الفرنك الواحد يعادل بعد مضي سنة ١٠٥

فرنك

فيبلغ ١٠٠ فرنك يعادل في آخر السنة الاولى ١٠٥ فيكون ربح
المائة فرنك في السنة الواحدة ٥ فرنكات فاذن يكون سعر المال ٥ على
المائة في كل سنة

• (تنبيه) اذا علم رأس المال وعلمت قيمته بعد مضي عدد معلوم من السنين
والاشهر باخذ لارباح كما سبق في غمرة ١٤٠ فالعمليات الحسابية لانك في
في معرفة سعر المال وانما المرجع في ذلك الى علم الجبراذية تحل المعادلة ذات
الجهول الواحد المنسوب الى الدرجة المرموز اليها بعدد السنين واذا واحدا

(الباب التاسع)

(في دكر مسائل يترن بم الطالب)

(القاعدة الثلاثية البسيطة)

(المسئلة الاولى) اذا كان معنقطعة من الجوخ العال قدرها ثلاثون مترا وعرضها $\frac{9}{11}$ وثنها ٧٢٠ فرنكا فثمن خمسين مترا من الجوخ الوسط الذي عرضه $\frac{8}{11}$

فاذا فرضنا أن العرض واحد كان ثمن المتر من الجوخ الوسط هو $\frac{10}{11}$ من ثمن المتر من الجوخ العال

وحيث ان ثمن الثلاثين مترا من الجوخ العال الذي عرضه $\frac{9}{11}$ هو ٧٢٠ فرنكا فثمن المتر الواحد من الجوخ المذكور الذي عرضه $\frac{9}{11}$ هو $\frac{720}{30}$ فرنك

من ٣٠ من ٧٢٠ اى ٢٤

وثن المتر من الجوخ العال الذي عرضه $\frac{1}{11}$ هو الجزء التاسع من ٢٤ فرنك فرنك

او $\frac{24}{9}$ اى $\frac{8}{3}$ وثن المتر من الجوخ العال الذى عرضه $\frac{8}{11}$ هو ٨ فرنك فرنك
فى $\frac{8}{3}$ اى $\frac{74}{3}$

وثن المتر من الجوخ الوسط الذي عرضه $\frac{8}{11}$ هو $\frac{10}{11}$ من $\frac{74}{3}$ اى ٢٠ فرنكا فاذا ثمن الخمسين مترا من الجوخ الوسط الذي عرضه $\frac{8}{11}$ هو فرنك

٥٠ فى ٢٠ اى ١٠٠٠ فرنك

(المسئلة الثانية) اذا كان هنالك عمالان متقاوتان فى الصعوبة فرنك

بان كانت النسبة بينهما كنسبة ٣ الى ٤ ودفع مبلغ ٧٢٣٦ فى نظير عمل ١٢ مترا من أحدهما فمقدار ما يلزم دفعه من الفرنكات

في اجرة عمل ١٠ أمتار من العمل الثاني

فرنك

فيقال حيث ان اجرة الاثني عشر مترا من العمل الاول هي ٧٢٣٦ فاجرة

فرنك

عمل المتر الواحد هي $\frac{٧٢٣٦}{١٢}$ ولكن اذا لم نرخص الى صعوبة هذا العمل بعدد ٣ بأن رخصنا اليها الواحد بمعنى اننا صغرناها عن اصلها ثلاث مرات فان اجرة المتر

فرنك

الواحد من ذلك العمل لا تزيد على $\frac{٧٢٣٦}{٣ \times ١٢}$ وحيث ان صعوبة العمل الثاني

فرنك

يرخص اليها بعدد ٤ فاجرة المتر الواحد منه هي $\frac{٤ \times ٧٢٣٦}{٣ \times ١٢}$ واجرة عشرة

فرنك

الامتار هي $\frac{١٠ \times ٤ \times ٧٢٣٦}{٣ \times ١٢}$ فاذا لوحظ ان عدد ٤ عامل لعدد ١٢

وان ٧٢٣٦ يقبل القسمة على ٩ كما في عمدة ٤٣ آت هذه الكمية

فرنك

فرنك

الى $٨٠٤ = ١٠ \times ٨٠٤$

(المسئلة الثالثة) اذا كان العملان متفاوتين في الصعوبة بان كانت النسبة

فرنك

بينهما كنسبة ٣ الى ٤ ودفع مبلغ ٧٢٣٦ في نظير عمل ١٢ مترا

فرنك

من أحدهما ومبلغ ٨٠٤٠ في نظير عمل عدة أمتار من العمل الثاني

فما يكون عدد هذه الامتار

فيقال قد سبق في المسئلة التي قبلها أن اجرة متر الواحد من العمل الثاني هي

فرنك

فرنك

فرنك

$\frac{٤ \times ٧٢٣٦}{٣ \times ١٢} = ٨٠٤$ فاذا قسمنا حيث ان الاجرة بتمامها هي ٨٠٤٠

متر

فرنك

على عدد ٨٠٤ الذي هو اجرة المتر الواحد نحصل عددا لامتار وهو ١٠

(حصص تناسبية)

• (المسئلة الرابعة) • اذا اشترك ثلاثة تجار ومكثوا في الشركة ٣ سنوات وكان أحدهم قد وضع أولا ١٢٠٠٠ فرنك وبعد مضي ١٥ شهرا وضع ٤٥٠٠ فرنك والثاني وضع أولا ١٨٠٠٠ فرنك وبعد مضي سبعة أشهر أخذ ٧٦٠٠ فرنك والثالث وضع ٩٦٥٠ فرنكا مكثت المدة المذكورة وهي ثلاث سنوات وبلغ الربح الكلي ٢٩٠٤٥ فرنك فاحصة كل واحد منهم من هذا الربح

أما التاجر الأول فإنه وضع أولا ١٢٠٠٠ فرنك مكثت في الشركة ستة ٣ سنوات أو ٣٦ شهرا ثم وضع ٤٥٠٠ فرنك لم تكث في الشركة المدة ٣٦ — ١٥ أي ٢١ شهرا وهذا المبلغان يربحان بقدر

فرنك فرنك فرنك
ما يربح ٣٦ في ١٢٠٠٠ فرنك أي ٤٣٢٠٠٠ و ٢١ في ٤٥٠٠ أي ٩٤٥٠٠٠
في مدة شهر واحد بحيث تكون حصة التاجر الأول من الربح هي عين ما يربحه

فرنك فرنك فرنك
لو وضع ٤٣٢٠٠٠ + ٩٤٥٠٠ أي ٥٢٦٥٠٠ في مدة شهر واحد

فرنك
وأما التاجر الثاني فإنه وضع ١٨٠٠٠ مكثت في الشركة سبعة أشهر
فرنك فرنك فرنك
ثم أخذ منها ٧٦٠٠ فلم يكت الباقى وهو ١٨٠٠٠ — ٧٦٠٠ أي ١٠٤٠٠
في الشركة المدة ٣٦ — ٧ أي ٢٩ شهرا فيلزم أن يربح هذان المبلغان

فرنك فرنك فرنك
بقدر ما يربحه ١٨٠٠٠ × ٧ + ١٠٤٠٠ × ٢٩ أي ٤٢٧٦٠٠
في مدة شهر واحد

فرنك
وأما التاجر الثالث فإنه وضع ٩٦٥٠ مكثت في الشركة ٣٦ شهرا فيكون

فرنك فرنك
ربحها بقدر ما يربحه ٩٦٥٠ × ٣٦ أي ٣٤٧٤٠٠ في مدة شهر واحد
فحينئذ تكون الحصص المطالبة من الربح هي عين خارج قسمة الربح الذي

هو ٣٩٠٤٥ فرنكا على ثلاثة شركاء رؤس أموالهم الموضوعة هي

فرنك فرنك فرنك
٥٢٦٥٠٠ و ٤٢٧٦٠٠ و ٣٤٧٤٠٠

وحيث ان مجموع المبالغ الثلاثة هو ٣٠١٥٠٠ فرنك فربح هذا المجموع

فرنك
يبلغ ٣٩٠٤٥

وعليه فربح الفرنك الواحد $\frac{٣٩٠٤٥}{٣٠١٥٠٠}$ أي ٠.١٢٦٤٥ فرنك فاذن تكون

حصص الشركاء الثلاثة من الربح هي ٠.١٢٦٤٥ × ٥٢٦٥٠٠ و ٠.١٢٦٤٥ × ٤٢٧٦٠٠ و ٠.١٢٦٤٥ × ٣٤٧٤٠٠

ولا شك ان مجموع هذه الحصص الثلاثة يساوي الربح وهو ٣٩٠٤٥ فرنكا
فرنك

• (المسئلة الخامسة) • اذا قوم وسق سفينة مثلاً بمبلغ ٨٠٠٠٠٠ وضمن هذا الوسق من التلف بأن اشترط انه عند حصول التلف يدفع الضامن

فرنك في مقابلة كل فرنك من قيمة التلف ١٧.٠٠٠ وعرض للسفينة في سيرها ما اتلف من وسقها ما قيمته ٧٠٠٠٠ فرنك فمامة دار ما يلزم الضامن دفعه

فرنك لتاجر له في هذا الوسق التلف بضاعة قيمتها ٦٠٠٠٠

فرنك فيقال حيث ان البضائع التي قيمتها ٨٠٠٠٠٠ تلف منها ما قيمته ٧٠٠٠٠

فرنك فرنك فافرنك الواحد من هذه القيمة يخصه من التلف $\frac{٧٠٠٠٠}{٨٠٠٠٠٠}$ أي $\frac{٧}{٨٠}$

فرنك و يبلغ ٦٠٠٠٠ من القيمة المذكورة يخصه من التلف ٦٠٠٠٠ في $\frac{٧}{٨٠}$ أي ٥٢٥٠ فرنك

وحيث ان التاجر المذکور تلقى من بضائع ما قيمته ٥٢٥٠ فرنك فيلزم

فرنك فرنك

الضامن أن يدفع له ٥٢٥٠ في ١٧ ايار ١٩٢٥

• (المسئلة السادسة) • المطلوب تقسيم ٢٢٩٠ الى أربع حصص مستوفية للشروط الآتية وهي أن تكون

الحصة الاولى : الثانية :: ٣ : ٢

والاولى : الثالثة :: ٥ : ٧

والثانية : الرابعة :: ٨ : ٩

فينتج من التناسبتين الاوليين انه اذا كانت الحصة الاولى ١ كانت الثانية $\frac{2}{3}$ والثالثة $\frac{5}{3}$ واذا أردت معرفة الحصة الرابعة فربك هذه التناسبة وهي ٨ : ٩ :: $\frac{2}{3}$: الحصة الرابعة فينتج من ذلك أن الحصة الرابعة

$$\frac{3}{4} = \frac{18}{24} =$$

فأذن يلزم أن الحصة المطلوبة تكون متناسبة مع اعداد ١ و $\frac{2}{3}$ و $\frac{5}{3}$ و $\frac{3}{4}$ فاذا ضربت هذه الاعداد في ٣ × ٥ × ٤ وذلك لا يغير مقدار

نسبها وجدت الحصة المطلوبة متناسبة مع اعداد ٦٠ و ٤٠ و ٨٤ و ٤٥ وحيث ان مجموع هذه الاعداد الاربعة الاخيرة هو ٢٢٩ فالحصة المطلوبة

تحصل بواسطة هذه التناسبات وهي

٢٢٩ : ٢٢٩٠ :: ٦٠ : الحصة الاولى

٢٢٩ : ٢٢٩٠ :: ٤٠ : الحصة الثانية

٢٢٩ : ٢٢٩٠ :: ٨٤ : الحصة الثالثة

٢٢٩ : ٢٢٩٠ :: ٤٥ : الحصة الرابعة

واذا قسمت حذى النسبة الاولى من كل متناسبة من هذه التناسبات ات تلك

التناسبات الى التناسبات الآتية وهي

١ : ١٠ :: ٦٠ : الحصة الاولى

١ : ١٠ :: ٤٠ : الحصة الثانية

و ١ : ١٠ :: ٤٨ : الحصة الثالثة
و ١ : ١٠ :: ٤٥ : الحصة الرابعة
وينتج من هذه التناسبات الأخيرة أن الحصص المطلوبة هي ٦٠٠ و ٤٠٠ و ٨٤٠ و ٤٥٠

ومن المعلوم أن الأعداد المذكورة أعني ٦٠٠ و ٤٠٠ و ٨٤٠ و ٤٥٠ مستوفية لشروط المسئلة لأن مجموعها يساوي عدد ٢٢٩٠ المطلوب تقسيمه إلى الحصص المذكورة ويكون

٦٠٠ : ٤٠٠ :: ٣ : ٢ و ٦٠٠ : ٨٤٠ :: ٥ : ٧ و ٤٠٠ : ٤٥٠ :: ٨ : ٩

(المسئلة السابعة) هلك هالك عن زوجة حامل وترك من الأموال فرنك

٧٨٠٠ وأوصى قبل وفاته أن إذا وضعت ذكرا أخذت ٣١٢٠ فرنكا وأخذ الغلام الباقي وهو ٤٦٨٠ وإذا وضعت أنثى أخذت ٣٢٥٠ فرنكا وأخذت البنت الباقي وهو ٤٥٥٠ فوضعت ذكرا وأنثى فما كيفية تقسيم المال على وفق غرض الموصي

فالجواب أن يقال إن هذه المسئلة تؤل إلى تقسيم التركة وهي ٧٨٠٠ فرنك إلى ثلاث حصص تكون النسب بينها على وفق منطوق الوصية

فعلى هذا إذا اعتبرنا أن حصص الأم والغلام والبنت كالحصة الأولى والثانية والثالثة تحصل معناهاتان التناسبتان وهما

الحصة الأولى : الثانية :: ٣١٢٠ : ٤٦٨٠
والحصة الأولى : الثالثة :: ٣٢٥٠ : ٤٥٥٠

فإذا قسمنا كل من ٣١٢٠ و ٤٦٨٠ على قاسمهما المشترك الأعظم وهو ١٥٦٠ ثم قسمنا كل من ٣٢٥٠ و ٤٥٥٠ على قاسمهما المشترك الأعظم وهو ٦٥٠ تحصل من التناسبتان ~~م~~ كافتتان التناسبتين السابقتين وهما

الحصة الاولى : الثانية :: ٢ : ٣ .

الحصة الاولى : الثالثة :: ٥ : ٧

والفرض حينئذ تقسيم ٧٨٠٠ فرقك الى ثلاث حصص تكون نسبة الاولى منها الى الثانية كنسبة ٢ الى ٣ ونسبة الاولى الى الثالثة كنسبة ٥ الى ٧

ولاجل ذلك نبحث عن الحاصل في صورة ما اذا كانت الاولى منها واحدا فيجد هاتين المتناسبتين وهما

٢ : ٣ :: ١ الى الحصة الثانية و ٥ : ٧ :: ١ : الحصة الثالثة

وحيث ان الحد الرابع من هاتين المتناسبتين هو $\frac{3}{5}$ و $\frac{7}{5}$ في الصورة المذكورة اعني صورة ما اذا كانت الحصة الاولى ١ تكون الثانية $\frac{3}{5}$ والثالثة $\frac{7}{5}$ فيلزم حينئذ ان تكون الحاصل المطلوبه متناسبة مع اعداد ١ و $\frac{3}{5}$ و $\frac{7}{5}$ فاذا ضربنا هذه الاعداد الثلاثة في ٥ \times ٥ (وذلك لا يغير تناسباتها) كانت

الحواصل المطلوبة هي ١٠ و ١٥ و ١٤

فكانت المسئلة حينئذ الى تقسيم ٧٨٠٠ فرقك الى ثلاث حصص متناسبة

مع اعداد ١٠ و ١٥ و ١٤ فعلى هذا اذا كان العدد

المفروض ١٠ $+$ ١٥ $+$ ١٤ اي ٣٩ تكون الحاصل ١٠

و ١٥ و ١٤ وحيث ان العدد المطلوب قسمته كبر عدة مرات فالحاصل

يلزم ان تكبر ايضا بقدر كبر العدد المذكور حتى تبقى على نسبتها وحينئذ فالحاصل

المجهولة هي الحدود الاربعة من هذه المتناسبات وهي

٣٩ : ٧٨٠٠ :: ١٠ : سـ و ٣٩ : ٧٨٠٠ :: ١٥ : سـ

و ٣٩ : ٧٨٠٠ :: ١٤ : سـ

ولاجل اختصار العمل تقسم حدى النسبة الاولى من كل متناسبة على ٣٩

فتحصل هذه المتناسبات وهي

١ : ٢٠٠ :: ١٠ : سـ و ١ : ٢٠٠ :: ١٥ : سـ و ١ : ٢٠٠ :: ١٤ : سـ

٢٠٠ : ١٤ :: ١ : سـ

وحيث ان الحدود الاربعة من هذه التناسبات هي ٢٠٠٠ و ٢٠٠٠ و ٢٠٠٠ و ٢٠٠٠
فرنك فرنك فرنك

و ٢٨٠٠ فالخصص المطلوب هي ٢٠٠٠ و ٢٠٠٠ و ٢٨٠٠
وهي انصباء الام (أعني زوجة الميت) والغلام والبنت وهذا التقسيم مستوف
اشروط المسئلة لان مجموع الخصص المذكورة هو ما تركه الاب المتوفى أعني
٧٨٠٠ فرنك وهي متناسبة على هذا الوجه

٢٠٠٠ : ٣ : ٢ : ٣ و ٢٠٠٠ : ٢٨٠٠ : ٢٠ : ٢٨ : ٥ : ٧

(الارباح البسيطة)

(المسئلة الثامنة) اذا كان رأس المال ٤٨٠٠٠٠ فرنك وعادل
بعده مضي ٤٠ شهرا ٥٦٠٠٠٠ فرنك فما مقدار ما يعادله مبلغ
٨٦٤٨١ فرنك اوضع للاسترباح بسعر المبلغ الاول ومكث ٨٠ شهرا
فالجواب أن يقال قد سبق في المسئلة الحادية والعشرين (في المسائل المتعلقة
بالفوائد البسيطة) أن سعر المال في السنة الواحدة ٥ في المائة ويؤخذ من

فرنك فرنك

ذلك ان ربح القرنك في مدة ٨٠ شهرا هو ١/٢ وعليه فربح ٨٦٤٨١

فرنك فرنك فرنك

هو ٨٦٤٨١ في ١/٢ اي ٢٨٨٢٧ فاذن يكون مبلغ ٨٦٤٨١

فرنك فرنك

نقدا يعادل بعد مضي ٨٠ شهرا ٨٦٤٨١ + ٢٨٨٢٧ اي
١١٥٣٠٨ من القرنكات

(المسئلة التاسعة) اذا أضيف الى رأس المال ارباحة حتى عادل بعد
مضي خمسة اشهر ١٢٣٥ فرنكا وعادل بعد مضي ١٦ شهرا ١٣١٢
فرنكا فما مقدار رأس المال وسعر المال

فالجواب أن يقال حيث ان التفاضل بين ١٢٣٥ و ١٣١٢ هو ٧٧ والتفاضل
بين ٥ و ١٦ هو ١١ فحينئذ رأس المال المطلوب يزيد في ١١ شهرا

فرنك

فرنك

٧٧ فرنكا وفي الشهر الواحد $\frac{77}{11}$ اي ٧ وفي خمسة اشهر ٥ في ٧
اي ٣٥ فرنكا

وحيث ان رأس المال الأصلي بعد مضي ٥ اشهر يعادل ١٢٣٥
فرنك فرنك

فرنكا رأس المال المطلوب هو حيث ١٢٣٥ - ٣٥ اي ١٢٠٠ فرنك
فرنك

وحيث ان ربح ١٢٠٠ في مدة خمسة أشهر هو ٣٥ فرنكا فربح
فرنك

١٢٠٠ فرنك في الشهر الواحد هو $\frac{35}{5}$ اي ٧ فرنكات وربح ١٢٠٠
فرنك

فرنك في ١٢ شهرا هو ٧ في ١٢ وربح ١٠٠ فرنك في ١٢ شهرا
فرنك

هو $\frac{12 \times 7}{12}$ اي ٧ فرنكات وعليه فسر المال في السنة الواحدة
هو ٧ في المائة فاذا كان المال الموضوع للاسترباح بهذا السعروج
مبلغ ١٢٠٠ فرنك نقدا يعادل بعد مضي خمسة اشهر ١٢٣٥ فرنكا

وبعد مضي ١٦ شهرا ١٣١٢ فرنكا

(الارباح المركبة)

(المسئلة العاشرة) اذا كان على شخص دين قدره ٤٨٠٠٠٠ فرنك
مؤجل بستين و ١١ شهرا فانا راد قضاءه بوليصة اي ورقة حوالة مؤجلة
بست سنوات وثلاثة اشهر فقيمة هذه البوليصة

فالجواب ان يقال حيث ان التفاضل بين ٦ سنوات وثلاثة اشهر وستين و ١١
شهرا هو ٣ سنوات واربعة اشهر فالمسئلة حينئذ تنزل الى تعيين ما يعادله
مبلغ ٤٨٠٠٠٠ فرنك المؤجل بأجل معلوم بعد مضي ٣ سنوات
واربعة اشهر فنقول قد سبق في المسئلة السادسة والعشرين (في المسائل
المتعلقة بالارباح المركبة) ان مبلغ ٤٨٠٠٠٠ فرنك يعادل بعد مضي

ثلاث سنوات وأربعة أشهر ٥٦٤٩٢١ فرنكا
وعليه فتكون قيمة البوليصة ٥٦٤٩٢١ فرنكا

(المسئلة الحادية عشرة) إذا كان هنالك مبلغ رأس مال قدره ٥٦٤٩٢١ فرنكا
كاموا جلاب ثلاث سنوات وأربعة أشهر فقامت اذما يعادله نقدا من
الفرنكات

فالجواب أن يقال يؤخذ من المسئلة السادسة والعشرين (في المسائل المتعلقة
بالأرباح المركبة) أن الفرنك الحال يعادل بعد مضي ٣ سنوات وأربعة

فرنك فرنك
أشهر ٥٦٤٩٢١ فاذا قسمنا حينئذ ٥٦٤٩٢١ على $\frac{٥٦٤٩٢١}{٤٨٠٠٠٠}$ كان
خارج القسمة وهو ٤٨٠٠٠٠ هو عدد فرنكات رأس المال المطلوب كما
في غرة ١٣٧

(المسئلة الثانية عشرة) ما مقدار الزمن الذي فيه مبلغ ٤٨٠٠٠٠ فرنك
يعادل ٥٦٤٩٢١ فرنكا بأخذ الأرباح المركبة سنة فسنة

فالجواب أن يقال إذا أضيف ربح كل سنة على التوالي إلى رأس المال فإن مبلغ
٤٨٠٠٠٠ فرنك نقدا يعادل بعد مضي سنة ٥٠٤٠٠٠ فرنك وبعد

مضي سنتين ٥٢٩٢٠٠ فرنك وبعد ثلاث سنوات ٥٥٥٦٦٠ فرنكا
وبعد أربع سنوات ٥٨٣٤٤٣ فرنكا وحيث أن العدد المقروض وهو

٥٦٤٩٢١ محصور بين ٥٥٥٦٦٠ و ٥٨٣٤٤٣ فالزمن المطلوب
هو بالضرورة محصور بين ٣ و ٤ من السنين

وحيث كان رأس مال ٤٨٠٠٠٠ فرنك يعادل بعد مضي ٣ سنوات
٥٥٥٦٦٠ فرنكا فيكنى البحث عن عدد الأشهر التي إذا وضع فيها مبلغ

٥٥٥٦٦٠ فرنكا ليربح ربحا بسيطاً مقدار ٥٦٤٩٢١ فرنكا
فيلزم أن يكون ربح ٥٥٥٦٦٠ فرنكا في مدة الأشهر المطلوبة هو

فرنك فرنك

٥٦٤٩٢١ — ٥٥٥٦٦٠ أي ٩٢٦١ فرنكا

فرنك

وحيث ان ربح ٥٥٥٦٦٠ في مدة اثني عشر شهرا هو جزء من عشر بن من
٥٥٥٦٦٠ اى ٢٧٧٨٣ فيقال حينئذ

حيث ان رأس المال هو ٥٥٥٦٦٠ فرنكا فالربح الذى مقداره
٢٧٧٨٣ فرنكا يكون مقدار زمنه اثني عشر شهرا والربح الذى مقداره

فرنك واحد يكون مقدار زمنه $\frac{١٢}{٢٧٧٨٣}$ شهرا والربح الذى مقداره ٩٢٦١

فرنكا يكون مقدار زمنه $\frac{١٢}{٢٧٧٨٣} \times ٩٢٦١$ اى اربعة اشهر

وحيث مقدار الزمن المطلوب هو ثلاث سنين واربعة اشهر

(المسئلة الثالثة عشرة) اذا كان على مدين مبلغ ١١٠٠٠ فرنك

يدفع ربحها فى كل سنة ٢٢٠٠ فرنك فاراد ان يؤدى ما عليه من ربح

ورأس مال فى طرف سنتين بان يدفع ذلك على مرتين متساويتين فى نهاية كل

سنة من السنتين فامقدار المدفوع فى كل مرة مع مراعاة الارباح المركبة

سنة فسنه

فالاجواب ان يقال حيث ان ربح ١١٠٠٠ فرنك فى كل سنة هو ٢٢٠٠ فرنك

فرنك فرنك

فربح الفرق الواحد فى كل سنة هو $\frac{٢٢}{١١}$ اى $\frac{١}{٥}$ بحيث يكون الفرق

فرنك فرنك فرنك

الواحدة تقدا يعادل فى رأس كل سنة ١ + $\frac{١}{٥}$ اى $\frac{٦}{٥}$ وعليه فبلغ

فرنك

١١٠٠٠ فرنك تقدا يساوى فى آخر السنة الثانية $١١٠٠٠ \times (\frac{٦}{٥})^٢$

(كافى غرة ١٤١) اى يساوى ١٥٨٤٠ فرنكا فيعادل حينئذ مجموع

الدفعتين المقومتين فى هذه المدة الاخيرة ١٥٨٤٠ فرنكا لمكن الدفعة

الاولى التى حصلت فى آخر السنة الاولى تعادل فى آخر الثانية $\frac{٦}{٥}$ قيمتها

والدفعة الثانية تعادل فى آخر السنة الثانية $\frac{٦}{٥}$ قيمتها فيعادل حينئذ مجموع

الدفعتين

الدفعتين المقومتين في آخر السنة الثانية $\frac{1}{11}$ زائدة $\frac{1}{11}$ اي $\frac{1}{11}$ من
الدفعة الاولى

فعلى هذا حيث ان $\frac{1}{11}$ من الدفعة الاولى تعادل ١٥٨٤٠ فرنكا
فرنك

نخمس الدفعة الاولى يعادل $\frac{15840}{11}$ اي ١٤٤٠ فرنكا فالدفعة

الاولى حيث تعادل ٥ في ١٤٤٠ فرنكا اي ٧٢٠٠ فرنك

فان يدفع المدين في آخر السنة الاولى ٧٢٠٠ فرنك فيبقى عليه ربح

١١٠٠٠ فرنك وهو ٢٢٠٠ فرنك وحيث لا يلزمه الادفع ٥٠٠٠ فرنك

على رأس المال وهو ١١٠٠٠ فرنك الذي صار قدره ٦٠٠٠ فرنك

فلا يراى حينئذ في السنة الثانية الا مبلغ ١٢٠٠ فرنك الذي هو ربح

٦٠٠٠ فرنك الباقية على المدين واذا أضيف هذا الربح الى ٦٠٠٠ فرنك

كان المجموع ٧٢٠٠ فرنك وهذا القدر هو الباقي الذي يلزم دفعه في آخر

السنة الثانية وبهذه الدفعة الثانية التي قدرها ٧٢٠٠ فرنك الحاصل

دفعها في السنة المذكورة يتم قضاء ما بقى من الدين * والمسائل التي من هذا

القبيل تسمى مسائل دفع رأس المال مع الفائدة

* (المسئلة الرابعة عشرة) * عرض على احد التجار ٣٠ مترا من الجوخ

العال الذي عرضه $\frac{9}{11}$ على أن الثمن ٧٢٠ فرنكا فذا عرض عليه

ايضا ٥٠ مترا من الجوخ الوسط الذي عرضه $\frac{8}{11}$ على أن الثمن ١٢٠٠

فرنك مؤجلة بستين فلوفرضنا أن العرض في الجنتين واحد لكان ثمن المتر

الواحد من الجوخ الوسط $\frac{10}{11}$ من ثمن المتر الواحد من الجوخ العال والموضوع

هنا أن سعر المال في كل سنة ١٠ في المائة وأن ارباح الارباح تعتبر سنة

فسنة والمطلوب أن التاجر يعرف اي الاخرين أتفع له

فهو يجب الشروط المذكورة في الصورة الاولى وهي ثلاثون مترا من الجوخ

فرنك

العال الذي عرضه $\frac{9}{11}$ عنها ٧٢٠ نقدا يكون ثمن المتر الواحد من هذا

فرنك

الجوخ الذي عرضه $\frac{9}{11}$ جزأ من ثلاثين من ٧٢٠ اى ٢٤ وعن المتر الواحد من الجوخ العال الذي عرضه $\frac{1}{11}$ هو جزء من تسعة من

فرنك فرنك فرنك

٢٤ اى $\frac{24}{9}$ اى $\frac{8}{3}$ وعن المتر الواحد من الجوخ العال الذي عرضه $\frac{8}{11}$

فرنك فرنك

هو ٨ فى $\frac{8}{11}$ اى $\frac{72}{11}$

فرنك

وعن المتر الواحد من الجوخ الوسط الذي عرضه $\frac{8}{11}$ هو $\frac{10}{11}$ من $\frac{72}{11}$

اى ٢٠ فرنك

ويستدفع من ٥٠ مترا من الجوخ الوسط الذي عرضه $\frac{8}{11}$ هو ٥٠

فرنك فرنك

فى ٢٠ اى ١٠٠٠ نقدا

فاذا أخذت أرباح الأرباح على حساب ١٠ على ١٠٠ فى كل سنة

فرنك

فرنك

ظهر أن ١٠٠٠ نقدا تعادل ١٢١٠ فى سنتين

ومن ذلك يعلم أن الخمسين مترا من الجوخ الوسط الذي عرضه $\frac{8}{11}$ المؤجل

فرنك

ثمانين سنتين يكون ثمنها على التاجر ١٢١٠ بموجب شروط الصورة الاولى

فرنك

و ١٢٠٠ بموجب شروط الثانية وحيث قد فالصورة الثانية هي الانفع للتاجر

• (مخرج الموائع) •

• (المسئلة الخامسة عشرة) • ما مقدار ما يلزم اضافته من الماء الى اثني عشر

ليتر من الشراب الذي ثمن الليتر منه ١٥ صوليات حتى يصير ثمن الليتر منه

بعد المزج ٩ صوليات والقرض أن الماء لا قيمة له

• (الحل الاول) • حيث ان ثمن الليتر من المزج المطلوب وهو ٩ صوليات

اذا ضرب فى عدد ليترات هذا المزج يلزم أن يساوى ثمن المزج بتمامه

وهو ١٢ في ١٥ اى ١٨٠ صوليا بعدد الليترات يحصل بقسمة
١٨٠ صوليا على ٩ صوليات فيكون الخارج ٢٠
وحيتذ بعدد لترات الماء المطلوبة ٢٠ — ١٢ اى ٨

• (الحل الثانى) • أن يقال ان الليتر الذى منه ١٥ صوليا ويباع بتسعة

صوليات بخسرت ١٥ — ٩ اى ٦ والليتر من الماء الذى يضاف الى

الشراب ويباع بتسعة صوليات يربح ٩ فعلى هذا يجبر الربح الخسارة

فى صورة ما اذا خرجت تسعة لترات من الشراب الذى عن الليتر منه ١٥
بسته لترات من الماء لانه اذا بيع الليتر من المزج بتسعة صوليات فصككت

الخسارة ٩ فى ٦ اى ٥٤ وكان الربح ٦ فى ٩ اى ٥٤
وحيت ان ٦ هى $\frac{7}{9}$ او $\frac{2}{3}$ التسعة تقدر ما يلزم اضافته من الماء الى اثنى

عشر لترات من الشراب الذى عن الليتر منه ١٥ لاجل تركيب المزج
المطلوب هو $\frac{2}{3}$ اثنى عشر لترات اى ٨ لترات

• (المسئلة السادسة عشرة) • اذا كان هناك عدة انواع من الشراب عن الليتر

من احدها • ومن الثانى ١٠ ومن الثالث ١٤ ومن الرابع ٢٤
وأردنا أن نركب منها مزجا باخذ مقدارين متساوية منها بحيث يصير عن الليتر من

المزج ١٢ فما تكون هذه المقادير

فالجواب أن يقال اذا استعنا من هذه الانواع مزجين بان ركبنا أحدهما

مما عن الليتر منه دون ١٢ وركبنا الاخر مما عن الليتر منه اكثر من

١٢ وجدنا عن الليتر من المزج الاقل اقل من ١٢ ^{صل} وعن الليتر من المزج

الثاني اقل من ١٢ ^{صل} قصير المسئلة حيث يخذ هكذا اما المقدار الذي يلزم اخذه من كل من هذين المزجين لتركيب مزج ثالث يكون عن الليتر منه

١٢ ^{صل} فالجواب أن يقال اذا كان المأخوذ مثلا من نوع الشراب الذي عن الليتر منه

٥ اربعة لترات وعما عن الليتر منه ١٠ ^{صل} ستة لترات كان عن الليتر من هذا

المزج الاقل ٨ ^{صل} كافي غمرة ١٤٣ ويكون محتويا على $\frac{1}{3}$ من الليتر

الذي عنه ٥ ^{صل} وعلى $\frac{1}{3}$ من الليتر الذي عنه ١٠ ^{صل}

وكذلك اذا كان المأخوذ من نوع الشراب الذي عن الليتر منه ١٤ ^{صل} سبعة

لترات وعما عن الليتر منه ٢٤ ^{صل} ثلاثة لترات كان عن الليتر من هذا المزج الثاني

١٧ ^{صل} ويكون محتويا على $\frac{1}{3}$ من الليتر الذي عنه ١٤ ^{صل} وعلى $\frac{1}{3}$

من الليتر الذي عنه ٢٤ ^{صل}

فحينئذ يكون المطلوب ايجاد المقادير المناسبة التي يلزم اخذها من نوع الشراب

الذي عن الليتر منه ٨ ^{صل} ومن نوع الشراب الذي عن الليتر منه ١٧ ^{صل} لتركيب

من مزجها ببعضها مزج ثالث يكون عن الليتر منه ١٢ ^{صل} وحيث ان كل ليتر

صل
ثمنه ٨ وبيع باثنى عشر صولدا يربح ٤ كما أن كل لبترة منه ١٧ صل

ويع باثنى عشر صولدا يخسر ٥ فبناء على ذلك إذا أردنا أن الربح يجبر

المسألة يمكن أن نأخذ ٥ لترات من النوع الذى عن البتر منه ٨ صل

و ٤ لترات من النوع الذى عن البتر منه ١٧ فيكون عن البتر من

صل

هذا المزج ١٢

ولاصعوبة في معرفة ما احتوى عليه هذا المزج الاخير من لترات كل نوع من انواع الشراب المقروضة وذلك أن اللتر الواحد من المزج الاول الذى عن

البترة منه ٨ يحتوى على $\frac{1}{3}$ من اللتر الذى ثمنه ٥ وعلى $\frac{2}{3}$ من

صل

البترة الذى ثمنه ١٠. وحيث أن اللترات الخمسة من المزج الاول تحتوى على

صل

صل

$\frac{2}{3}$ من اللتر الذى ثمنه ٥ وعلى $\frac{1}{3}$ من اللتر الذى ثمنه ١٠

صل

واللتر الواحد من المزج الثانى الذى عن البتر منه ١٧ يحتوى على $\frac{1}{3}$

صل

صل

من اللتر الذى ثمنه ١٤ وعلى $\frac{2}{3}$ من اللتر الذى ثمنه ٢٤ وحيث أن

فالبترات الاربع من المزج الثانى تحتوى على $\frac{2}{3}$ من اللتر الذى ثمنه

صل

صل

١٤ وعلى $\frac{1}{3}$ من اللتر الذى ثمنه ٢٤

صل

وحيث ان البترات التسعة من المزج الثالث الذى عن البتر منه ١٢

صل
مركبة من ٥ لترات من النوع الذي ثمن الليتر منه ٨ ومن ٤ لترات

صل
من النوع الذي ثمن الليتر منه ١٧ فهي حينئذ تحتوي على $\frac{2}{3}$ من الليتر

صل
الذي ثمنه ٥ وعلى $\frac{3}{4}$ من الليتر الذي ثمنه ١٠ وعلى $\frac{1}{8}$ من الليتر

صل
الذي ثمنه ١٤ وعلى $\frac{1}{4}$ من الليتر الذي ثمنه ٢٤

صل
فاذا ضربت ذلك في ١٠٠ وجدت التسعين ليتر من المزج المطلوب

صل
تحتوي على ٢٠ ليتر من النوع الذي ثمن الليتر منه ٥ وعلى ٣٠ ليتر

صل
من النوع الذي ثمن الليتر منه ١٠ وعلى ٢٨ ليتر من النوع الذي

صل
ثمن الليتر منه ١٤ وعلى ١٢ ليتر من النوع الذي ثمن الليتر منه ٢٤

صل
حينئذ كل ليتر من هذا المزج يحتوي على $\frac{2}{3}$ من الليتر الذي ثمنه ٥

صل
وعلى $\frac{3}{4}$ من الليتر الذي ثمنه ١٠ وعلى $\frac{1}{8}$ من الليتر الذي ثمنه ١٤

صل
وعلى $\frac{1}{4}$ من الليتر الذي ثمنه ٢٤

صل
وبهذه الطريقة يمكن تركيب عدد معلوم من اللترات التي ثمن كل ليتر منها ١٢

صل
بان نأخذ من أنواع الشراب بمقادير تناسبية حسب ما ذكرناه عدة لترات منها

صل
٥ ومنها ما ثمنه ١٠ ومنها ما ثمنه ١٤ ومنها ما ثمنه ٢٤

صل
وحل مثل هذه المسائل يكون بطرق مختلفة فلذا قيل انها مسائل مطابقة

(بمعنى ان حلها غير مقيد بطريقة مخصوصة)

(المسئلة السابعة عشرة) • المطلوب تركيب مزيج يبلغ مقداره ٣٦٠

صل

صل

ليتر من أربعة انواع من الشراب ثمن الليتر من احدها ٥ ومن الثاني ١٠

صل

صل

صل

ومن الثالث ١٤ ومن الرابع ٢٤ بحيث يصير ثمن الليتر منه بعد الخلط ١٢
فيقال قد سبق في المسئلة المتقدمة انه يمكن تركيب الليتر من المزج المطلوب

صل

صل

ياخذ $\frac{٢}{٩}$ من الليتر الذي ثمنه ٥ و $\frac{٣}{٩}$ من الليتر الذي ثمنه ١٠

صل

صل

و $\frac{٢٨}{٩}$ من الليتر الذي ثمنه ١٤ و $\frac{١٢}{٩}$ من الليتر الذي ثمنه ٢٤

فاذا ضربت ذلك في ٣٦٠ رأيت انه يمكن تركيب ٣٦٠ ليتر من

صل

المزج المطلوب ياخذ ٨٠ ليتر مما ثمن الليتر منه ٥ و ١٢٠ ليتر

صل

صل

مما ثمن الليتر منه ١٠ و ١١٢ ليتر مما ثمن الليتر منه ١٤ و ٤٨

صل

ليتر مما ثمن الليتر منه ٢٤ وينظر البراهين المتقدمة تحصل النتائج

الآتية (في المسائل التي سذكرها)

• (المسئلة الثامنة عشرة) • اذا كان مع تاجر نوعان من الشراب ثمن الليتر

فرنك

فرنك

من احدهما ٩ ر • ومن الثاني ٨ ر • فما المقادير التي يلزمه اخذها

من كل نوع منهما لاجل الخلط حتى يصير مقداره المزج ١٠٠ ليتر ثمن كل ليتر

فرنك

منها ٨٧ ر •

فالجواب أن يقال المزج المطلوب يكون مركباً من ٧٠ ليتر مما ثمن الليتر منه

فرنك

فرنك

٩ ر . ومن ٣٠ ليترهما من اليترمه ٨ ر .

• (المسئلة التاسعة عشرة) • اذا كان هناك نوعان من الشراب عن اليترم

فرنك

فرنك

احدهما ٩ ر . ومن الثاني ٨ ر . وأردنا أن نركب منهما مزجا باخذ

فرنك

مقادير تناسبية منهما بحيث يصير عن اليترم هذا المزج ٨٧ ر . فها تكون
هذه المقادير

فرنك

فالجواب أن يقال ان كمية الشراب الذي عن اليترمه ٩ ر . يلزم أن تكون
٧ من المزج الكلى

• (المسئلة العشرون) • اذا كان مع أحد البحار ٧٠ ليتر من الشراب

فرنك

الذي عن اليترمه ٩ ر . فها مقدار ما يلزم اضافته من الشراب الذي عن

فرنك

فرنك

اليترمه ٨ ر . حتى يصير عن اليترم المزج ٨٧ ر .

فالجواب أن يقال ان عدد البترات المطلوبة هو $\frac{3}{7}$ من ٧٠ أي ٣٠

• (المسئلة الحادية والعشرون) • ما مقدار ما يلزم اضافته من الماء الى ١٠٨

فرنك

فرنك

ليترات من الشراب الذي عن اليترمه $\frac{11}{12}$ حتى يصير عن اليترم المزج $\frac{9}{11}$

فالجواب أن يقال ان المزج يلزم أن يكون مركبا من ١١٠ ليترات بحيث

يلزم أن يكون مقدارا المضاف الى ١٠٨ ليترات من الشراب ليترين من الماء

• (المسئلة الثانية والعشرون) • اذا كان هناك أربعة انواع من الشراب

فرنك

فرنك

فرنك

عن اليترم احدها ٥٠ ر . ومن الثاني ١٠ ر . ومن الثالث ١٤ ر .

فرنك

ومن الرابع ٢٤ ر . وأردنا أن نركب منها مزجا باخذ مقادير تناسبية منها

فرنك

بحيث يصير عن البتر من المزج ١٢ ر • فمما تكون هذه المقادير
فالجواب أن يقال حيث أن ثمان كل لتر من أنواع الشراب قبل التركيب
وبعد هي ٥ و ١٠ و ١٤ و ٢٤ و ١٢ سقيمًا بالمقادير
التناسبية المطلوبة هي عين ما تقدم في المسئلة السابعة عشرة فحينئذ كل لتر من

فرنك

المزج المطلوب يخصه $\frac{٢}{٩}$ مما عن البتر منه ١٠٥ ر • و $\frac{٢}{٩}$ مما عن

فرنك

فرنك

البتر منه ١٠ ر • و $\frac{٢٨}{٩}$ مما عن البتر منه ١٤ ر • و $\frac{١٢}{٩}$ مما عن

فرنك

البتر منه ٢٤ ر •

• (المسئلة الثالثة والعشرون) • المطلوب تركيب مزج قدره ٣٦٠ ليتر
بأخذ مقادير تناسبية من أربعة أنواع من الشراب عن البتر من أحدها

فرنك

فرنك

فرنك

٥ ر • ومن الثاني ١٠ ر • ومن الثالث ١٤ ر • ومن الرابع

فرنك

فرنك

٢٤ ر • بحيث يكون عن البتر من المزج ١٢ ر •

فالجواب أن يقال حيث أن المقادير التناسبية هنا هي عين ما تقدم في المسئلة
السابقة فإذا ضربنا في ٣٦٠ كميات الشراب التي يتركب منها كل لتر من
المزج المطلوب ظهر أنه يمكن تركيب مزج قدره ٣٦٠ ليتر من ٨٠ ليتر

فرنك

فرنك

مما عن البتر منه ١٠٥ ر • ومن ١٢٠ ليتر مما عن البتر منه ١٠١ ر • ومن

فرنك

فرنك

١١٢ ليتر مما عن البتر منه ١٤ ر • ومن ٨٠ ليتر مما عن البتر منه ٢٤ ر •

• (خلط المعادن) •

• (المسئلة الرابعة والعشرون) • إذا كان مع صانع سبيكان من الذهب عيار

احدهما ٩٠ ر. والثانية ٨٠ ر. فاما قدر ما يلزم اخذ من الغرامات
من كل سبيكة لاجل تركيب مخلوط منها قدره ١٠٠ غرام وعياره ٨٧ ر.
• (الحل الاول) • حيث ان المائة غرام التي هي قدر المخلوط المطلوب يلزم
ان تحتوى من الذهب على ٨٧ غراما فان اخذت هذه المائة من السبيكة
الاولى كانت محتوية من الذهب على ٩٠ غراما عوضا عن ٨٧ غراما
بمعنى ان عيارها يزيد عن العيار الاول ٣ غرامات فيستعوض حينئذ عدد
من غرامات الذهب الذي عياره ٩٠ ر. من الخالص بمثل من غرامات
الذهب الذي عياره ٨٠ ر. بحيث لا تحتوى المائة غرام التي هي المخلوط
الاعلى ٨٧ غراما من الذهب الخالص

ولكن اذا استعوضنا الواحد الذي عياره ٩٠ ر. من الخالص بمثل
من الذهب الذي عياره ٨٠ ر. وجدنا كمية الذهب الموجودة في المائة غرام
غرام

التي هي المخلوط تنقص في كل غرام بقدر ١ ر. وعليه فيلزم ان نأخذ من
الذهب الذي عياره ٨٠ ر. من الخالص عدة غرامات بقدر مرات دخول
غرام غرام

١ ر. في ٣ فاذا قسمنا ٣ غرامات على ١ ر. دل خارج القسمة
وهو ٣٠ على انه يلزم ان نستعوض ثلاثين غراما من المائة غرام التي
عيارها ٩٠ ر. من الخالص بثلاثين غراما من الذي عياره ٨٠ ر.
فاذن المائة غرام التي هي المخلوط المطلوب تكون مركبة من ١٠٠ — ٣٠
اي ٧٠ غراما من السبيكة الاولى التي عيارها ٩٠ ر. من
الخالص ومن ٣٠ غراما من السبيكة الثانية التي عيارها ٨٠ ر. من
الخالص

• (الحل الثاني) • ان تجري العملية كما لو كانت كمية المخلوط مجهولة ثم تبحت
عن المقادير التناسبية التي بحسبها يكون خلط نوعي الذهب فتجد كل غرام
غرام غرام

من هذا المخلوط يحتوى على ٧ ر. من السبيكة الاولى وعلى ٣ ر. من

السبيكة الثانية كما في المسئلة الرابعة والثلاثين من فقرة ١٤٤
وعليه فالمائة غرام التي هي المخلوط المطلوب تتركب بسبك ١٠٠
غرام
في ٧ ر. أي ٧٠ غراما من السبيكة الاولى مع ١٠٠ في ٣ ر.
أي ٣٠ غراما من السبيكة الثانية

المسئلة الخامسة والعشرون * اذا كان مع صانغ سبيكتان احدهما
مركبة من ٢٧٠ غراما من الذهب و ٢٠ غراما من النحاس
والثانية مركبة من ٤٠ غراما من الذهب و ١٠ من النحاس
فالمقدار ما يلزم اخذ من كل سبيكة لاجل تركيب سبيكة ثالثة زنتها ٦٠
غرام غرام

غراما وتحتوي من الذهب على ٥٢ ر. ومن النحاس ٧ ر. ٨
فالجواب ان يقال يؤخذ من المساعدة التي استعملناها في بحث خلط المعادن
(فقرة ١٤٤) ان عبارات السبائك الثلاثة بالنظر للذهب هي ٩٠ ر.
و ٨٠ ر. و ٨٧ ر. فتصير المسئلة حيث نذكرها كذا المقادير التناسبية
التي بحسبها يخلط نوع الذهب الذي عبارته ٩٠ ر. ونوع الذهب الذي
عباره ٨٠ ر. من الخالص لاجل تركيب ٦٠ غراما من نوع الذهب
الذي عبارته ٨٧ ر.

فالجواب ان يقال انه تقدم في المسئلة الرابعة والعشرين السابقة ان كل غرام

غرام
من المخلوط المطلوب يكون مركبا من ٧ ر. من السبيكة الاولى
غرام

ومن ٣ ر. من السبيكة الثانية فاذن تكون الستون غراما التي هي المخلوط

غرام غرام
المطلوب مركبة من ٦٠ في ٧ ر. أي ٤٢ من السبيكة الاولى
غرام غرام

ومن ٦٠ في ٣ ر. أي ١٨ من السبيكة الثانية

• (المسئلة السادسة والعشرون) • اذا كان مع صائغ ٧٠ غراما من الذهب الذي عياره ٩٠ ر. من الخالص فما المقدار الذي يلزم اضافته اليه من الذهب الذي عياره ٨٠ ر. من الخالص حتى يتقص عيار الخليط المركب منهما بحيث يصير ٨٧ ر.

فالجواب أن يقال انه يصح أولا عن المقادير التناسبية التي بحسبها يدخل هذان النوعان في الخليط الذي عياره ٨٧ ر. من الخالص وقد سبق في المسئلة غرام .

الرابعة والعشرين أن الغرام من الخليط المطلوب يحتوي على ٧ ر. من غرام

الذهب الذي عياره ٩٠ ر. وعلى ٣ ر. من الذهب الذي عياره ٨٠ ر. غرام غرام

ولكن حيث أن ٣ ر. هي $\frac{3}{4}$ من ٧ ر. فكمية الذهب الذي عياره ٨٠ ر. من الخالص يلزم أن تكون $\frac{3}{4}$ من كمية الذهب الذي عياره ٩٠ ر. فاذن يتركب الخليط المطلوب بخلط ٧٠ غراما من الذهب الذي عياره ٩٠ ر. من الخالص مع $\frac{3}{4}$ من ٧٠ غراما أي ٣٠ غراما من الذهب الذي عياره ٨٠ ر. من الخالص

• (المسئلة السابعة والعشرون) • ما المقدار الذي يلزم اضافته من الذهب الخالص الى ٣٣ غراما من الذهب الذي عياره $\frac{5}{11}$ من الخالص حتى يزيد عياره عن ذلك ويصير $\frac{4}{7}$

فالجواب أن يقال حيث أن $\frac{5}{11}$ من الخليط المقروض ذهب خالص فالجواب أن من هذا الخليط وهو $\frac{7}{11}$ يكون مركبا من مادة أخرى كالنحاس فتكون الثلاثة والثلاثون غراما من الخليط المذكور محتوية من النحاس على $\frac{7}{11}$ من ٣٣ غراما أي ١٨ غراما

ومنى أضفت من الذهب كمية مناسبة وجدت الخليط الجديد الناتج عن هذه الاضافة يحتوي من الذهب الخالص على أربعة اسباع زنته ومن

النحاس على ثلاثة اسباعها فتجد حينئذ الثمانية عشر غراما من النحاس الموجودة في الخليط المطلوب هي ثلاثة اسباع زنة هذا الخليط بتمامه
غرام

فاذن تحصل زنته بقسمة ١٨ على $\frac{3}{7}$ فيكون الخارج ٤٢ غراما
وحينئذ يكون المقدار الذي يلزم اضافته من الذهب النخالص الى ٣٣ غراما هو ٤٢ - ٣٣ أي ٩ غرامات

وذلك انه حيث كانت ٣٣ غراما من الخليط المفروض محتوية على ١٨ غراما من النحاس وعلى ١٥ غراما من الذهب النخالص فيسببها مع ٩ غرامات من الذهب النخالص يحصل ٤٢ غراما من الخليط محتوية على ١٨ غراما من النحاس وعلى ٢٤ من الذهب فاذن كل غرام
غرام غرام

من هذا الخليط يحتوي على $\frac{24}{42}$ أي $\frac{4}{7}$ من الذهب النخالص
فاذن يكون عيار الخليط بالنظر للذهب $\frac{4}{7}$

• (المسئلة الثامنة والعشرون) • ما المقدار الذي يلزم اضافته من النحاس الى ١٠٨ غرامات من الذهب الذي عياره $\frac{11}{13}$ حتى ينقص عيارها عن ذلك ويصير $\frac{9}{11}$

فالجواب أن يقال ان المائة والثمانية غرامات من الذهب الذي عياره $\frac{11}{13}$
غرام

من النخالص تحتوي على ١٠٨ $\times \frac{11}{13}$ أي ٩٩ غراما من الذهب النخالص فاذا أضفنا اليها كمية النحاس اللازمة وجدنا في الخليط الناتج عن الاضافة ٩٩ غراما من الذهب النخالص وحيث كان المطلوب أن عيار هذا الخليط يكون $\frac{9}{11}$ فيضرب زنته بتمامه بعد الخلط في $\frac{9}{11}$ يحصل ٩٩ غراما من الذهب المشتمل عليه ذلك الخليط فاذا قسمنا حينئذ ٩٩ غراما على $\frac{9}{11}$ فخرج القسمة وهو ١١٠ غرامات هو زنة الخليط المطلوب بتمامه فيلزم حينئذ أن نضيف الى ١٠٨ غرامات من الذهب الذي عياره

$\frac{11}{13}$ مقدار من النحاس يطلع ١١٠ - ١٠٨ أى غرامين

غرام

وذلك انه حيث كانت ١١٠ من المخلوط المركب بهذه الكيفية هي

غرام

دائما محتوية على ٩٩ من الذهب فكل غرام من هذا المخلوط يحتوى

غرام غرام

على $\frac{99}{100}$ أى $\frac{9}{10}$ من الذهب الخالص فيكون عيانه هذا المخلوط

بالنظر الى الذهب $\frac{9}{10}$

• (تعبیه) • لما كانت كمية النحاس التى يلزم اضافتها الى ١٠٨ غرامات

من الذهب الذى عيانه $\frac{11}{13}$ حتى يتحصن ذلك العيار ويصير $\frac{9}{10}$ مساوية

غرام

لغرامين أى $\frac{2}{1.8}$ من ١٠٨ أى $\frac{1}{0.8}$ من ١٠٨ كانت كمية

النحاس التى يلزم اضافتها الى سبيكة من الذهب الذى عيانه $\frac{11}{13}$ حتى يتحصن

ذلك العيار ويصير $\frac{9}{10}$ تساوى $\frac{1}{0.8}$ من زنة هذه السبيكة بتمامها

• (المسئلة التاسعة والعشرون) • اذا صنع سائك سبيكة زنتها ١٠٨

غرامات بسببها نقود اقدية بعضها ذهب وبعضها فضة فما المقدار الذى يلزم

اضافته من النحاس الى هذه السبيكة لاجل تركيب مخلوط يناسب النقود

الجديدة

فالجواب أن يقال حيث كان عيار النقود القديمة $\frac{11}{13}$ وعيار الجديدة $\frac{9}{10}$

فالمخلوط المطلوب يتركب حيث تذهب سببك غرامين من النحاس مع ١٠٨

غرامات من السبيكة المقروضة كما فى المسئلة الثامنة والعشرين

• (المسئلة الثلاثون) • اذا كان مع صانع أربع سبائك من الذهب عيار

احدها ٥٥ ر. والثانية ١٠ ر. والثالثة ١٤ ر. والرابعة ٢٤ ر.

فما المقدار الذى يلزم اخذه من كل منها لاجل تركيب مخلوط عيانه ١٢ ر.

فالجواب أن يقال انه يظهر البراهين السابقة فى المسئلة السادسة عشره

يمكن تركيب غرام من الذهب عيانه ١٢ ر. من الخالص وذلك

بأن يسبك الصانع $\frac{2}{9}$ من الذهب الذي عياره ٠٠٥ ر. من الخالص و $\frac{7}{9}$ غرام

معاياره ٠١٠ ر. و $\frac{28}{9}$ معاياره ٠١٤ ر. و $\frac{12}{9}$ معاياره ٠٢٤ ر. (المسئلة الحادية والثلاثون) * اذا كان مع صانع أربع سبائك من الذهب عيارا حدها ٠٠٥ ر. والثانية ٠١٠ ر. والثالثة ٠١٤ ر. والرابعة ٠٢٤ ر. فما المقدار الذي يلزم أخذ من كل منها لاجل تركيب مخلوط من الذهب قدره ٣٦٠ غراما وعياره ٠١٢ ر. فالجواب أن يقال يؤخذ من المسئلة

المتقدمة انه يمكن تركيب العرام الواحد من المخلوط المطلوب بأخذ $\frac{2}{9}$ غرام

معاياره ٠٠٥ ر. من الخالص و $\frac{7}{9}$ معاياره ٠١٠ ر. غرام

و $\frac{28}{9}$ معاياره ٠١٤ ر. و $\frac{12}{9}$ معاياره ٠٢٤ ر. فلذا قصرنا ذلك في ٣٦٠ رأينا ان ٣٦٠ التي عيارها ٠١٢ ر. يمكن تركيبها بأخذ ٨٠ غراما من الذهب الذي عياره ٠٠٥ ر. من الخالص و ١٢٠ غراما معاياره ٠١٠ ر. و ١١٢ غراما معاياره ٠١٤ ر. و ٤٨ غراما معاياره ٠٢٤ ر.

(المسئلة الثانية والثلاثون) * حيث عرفت بموجب ما تقدم في عمدة ١٢١ فيما يخص النقود والمعاملات تركب قطع الفرنك من الفضة فيلزم الآن أن تستخرج منها قيمة الفضة والذهب الخالص في كل قطعة من القطع ذوات العشر بن فرنكا ومن ذوات الاربعين أيضا وتستخرج كذلك وزن كل قطعة من قطع الصنفين فتقول قيمة الذهب هي $\frac{31}{100}$ من قيمة الفضة وتقطع الاطر عن قيمة النحاس الداخل في هذه القطع

وقطعة الفرنك الواحد هي عبارة عن مخلوط من الفضة والنحاس وزنه *

غرامات منها $\frac{9}{11}$ من الفضة الخالصة فعلى هذا كل $\frac{9}{11}$ من ٥ غرامات
من الفضة الخالصة تعادل فرنكا واحدا

ولكن حيث ان $\frac{9}{11}$ من ٥ تبلغ $\frac{9}{11}$ فاذن $\frac{9}{11}$ غرام من الفضة الخالصة
فرنك

تعادل فرنكا واحدا و $\frac{1}{11}$ غرام من الفضة الخالصة يعادل $\frac{1}{11}$ والغرام
فرنك

من الفضة الخالصة يعادل $\frac{2}{11}$ والغرام من الذهب الخالص يعادل $\frac{3}{11}$ من
فرنك فرنك

$\frac{2}{11}$ أى $\frac{2}{11}$ وحيث ان كل قطعة من قطع الذهب ذوات العشرين فرنكا
لا تتجاوز الاعلى $\frac{9}{11}$ من وزنها من الذهب الخالص فالغرام الواحد من هذا

فرنك فرنك فرنك

المخلوط لا يعادل الا $\frac{9}{11}$ من $\frac{3}{11}$ أو $\frac{2}{11}$ أى ٣ ار
فرنك

وحيث ان ٣ ار هو قيمة الغرام الواحد من هذا المخلوط فالفرنك الواحد

غرام غرام غرام فرنك غرام

هو قيمة $\frac{1}{11}$ أو $\frac{1}{11}$ و ٢٠ هى قيمة $\frac{2}{11}$ من هذا المخلوط
فاذن يكون وزن كل قطعة من قطع الذهب ذوات العشرين فرنكا هو $\frac{2}{11}$

غرام

من غرام أى ٢٤٥١٦١٢ وهذا من الاعداد الاعشارية

غرام

أى ٢٤٥٦١ تقريرا وهذا هو وزن القطعة من ذوات العشرين فرنكا

كما سبق في غرة ١٢١

(تنبيهان) الاول اذا كانت نقود الفضة والذهب تحتوي على جميع
ما ذكرناه من مقادير المعدن الخالص فبسبب هذه النقود تكون قيمة الغرام

فرنك

الواحد من الفضة الخالصة الناتجة من ذلك هو $\frac{2}{11}$ وقيمة الغرام الواحد

فرنك

من الذهب $\frac{31}{4}$ (ولا يتطرق الى مصادر ينف السبك لانها تقريرا تعوض بالنحاس المستخرج بهذا السبك)

ثم ان قيمة الذهب والفضة تتغير في التجارة ولا تلزم فيها حدة معينة فلذا كان الصاعقة في بعض الاحيان يجدون فائدة في سبك نقودا لمعاملة

• (التبعية الثاني) • كان يلزم أن يكون عيار النقود الجديدة من الذهب والفضة ٩٠٠ ر. من النحاس وأن تكون زنة قطعة الذهب التي تساوي

غرام

٢٠ فرنكا ٤٥١٦١ ر. وأن تكون زنة قطعة الفضة التي تعادل ٥ فرنكان ٢٥ غراما الا أن تعذر وجود عيار ووزن على غاية من الضبط والعصاة ألزم الحكومة بالتساهل في عيار النقود ووزنها حيث سمحت أن يزداد أو ينقص في قطع الذهب ما مقداره ٠.٠٠٢ ر. وفي قطع الفضة ما مقداره ٠.٠٠٣ ر.

فبناء على ذلك يتنوع العيار في نقود الذهب من ٨٩٨ ر. الى ٩٠٢ ر. وفي نقود الفضة من ٨٨٧ ر. الى ٩٠٣ ر.

غرام

ويلزم ان القطعة من ذوات العشرين فرنكا وزن ٤٥١٦١ ر. وهكذا

غرام

من الاعداد الاعشارية وأن المقدار المتسامح فيه هو ٤٥١٦١ ر. وهكذا

غرام

من الاعداد الاعشارية $\times 0.004$ أي ١٢٩٠٣ ر. وهكذا
من الاعداد الاعشارية فاذا طرحت وجمعت هذا المقدار المتسامح فيه على التوالي وجدت زنة القطعة من ذوات العشرين فرنكا تتنوع من

غرام

غرام

٣٨٧ ر. وهكذا من الاعداد الاعشارية الى ٤٦٤٥ ر. وهكذا من

الاعداد الاشارية ووجدت زنة القطعة من ذوات الاربعين فرنكا تساوى
الضعف ويلزم أيضا ان زنة قطعة القصة التي تساوى ٥ فرنكات هي
غرام غرام
٢٥ غراما وان المقدار المتساع فيه هو ٢٥×٠.٠٠٣ أى ٠.٠٧٥
غرام غرام
فيستوع حينئذ وزن هذه القطعة من ٢٤.٩٢٥ الى ٢٥.٠٧٥

• (مسائل مختلفة) •

• (المسئلة الثالثة والثلاثون) • اذا اراد الخوذة ان يفرق على تلامذته
برتقايا فقل لهم اذا اطلبت كل واحد منكم ٦ برتقالات بقى لى ٧ واذا
لم أعط الا ٤ بقى ١٧ فما يكون عدد التلامذة وعدد البرتقان
فالجواب ان يقال اذا كان عدد البرتقان المراد تفريقه على التلامذة ينقص
بقدر ٦ - ٤ أى بقدر ٢ فعدد البرتقان الباقي يزيد بقدر ١٧
- ٧ أى بقدر ١٠ ولكن هذا العدد الأخير (يعنى ١٠) يلزم أن يكون
مساويا لعدد ٢ مكررا عدة مرات بقدر ما يوجد من التلامذة بحيث
ينقص من كل تلميذ برتقتان فيحصل حينئذ عدد التلامذة بقسمة ١٠
على ٢ التي خارجها ٥ فاذا كان الخوذة يعطى ٦ برتقالات لكل
تلميذ من الخمسة فانه يفرق ٥ فى ٦ أى ٣٠ وحيث انه يبقى ٧
برتقالات فيكون عدد البرتقان $٣٠ + ٧$ أى ٣٧ وأما
اذا لم يعط الا أربعة أعنى ٤ فى ٤ أى ٢٠ فانه يبقى ٣٧ - ٢٠
أى ١٧ برتقانة

• (المسئلة الرابعة والثلاثون) • اذا حصل فى مركب من مراكب الفرقين
ثقب يدخل فيه من الماء ٤ امتار مكعبة فى الساعة الواحدة ولم يحصل
الغشور على هذا الثقب الا بعد ثلاث ساعات بحيث كان فى باطن المركب ١٢
مترا مكعبا من الماء حين أريد نزحها بطول بيت واحداهما تنزح ٣٧ مترا
مكعب فى الساعة الواحدة والثانية تنزح ٢٣ مترا مكعب فى الساعة

الواحدة فمقدار الساعات التي يلزم تشغيل الطولبتين فيها حتى يجتب باطن المركب من الماء

فالجواب أن يقال إذا حصل تشغيل الطولبتين معاً فانهما ينزحان في الساعة الواحدة ٩ أمتار مكعبة من الماء بمعنى أنهما ينزحان في ظرف هذه المدة مترين مكعبين زيادة على المقدار الداخل من الماء في الثقب المذكور فعلى هذا إذا أردت معرفة مقدار الزمن الذي يلزم استغراقه في تشغيل الطولبتين فاقسم ١٢ على ٢ الذي هو عدد الامتار المكعبة من الماء المنزوعة في ساعة واحدة فيكون خارج القسمة وهو ٦ هو عدد الساعات المطلوب

(المسئلة الخامسة والثلاثون) المطلوب تقسيم ستتم واحد بين أربعة فقراء بأن تبده بقطع اخرى من النقود تعطى لهم بحيث يخص كل فقير ربع الستتم المذكور

فالجواب أن يقال ان ما بين قيم قطع الiard والستتم من التفاضل هو الواسطة في جعل هذه المسئلة وذلك بان تبدل الستيمات بلياردات ومن المعلوم أن كل صولدى يعادل ٤ لياردات وأن كل ٥ ستيمات عبارة عن صولدى واحد فعلى هذا يعطى كل فقير من الاربعة ليارد واحد ثم يرد كل منهم للمعطى ستيمات فيكون المدفوع لهم اربعة لياردات أى صولدى واحد والمردود منهم اربعة ستيمات أى صولدى الاستتم فينتد يكون المقدار المتصدق به عليهم ستيمات واحد الكل منهم ربعة

(المسئلة السادسة والثلاثون) المطلوب ايجاد عدد مجموع نصفه ونعنه ٦٠ فالجواب أن يقال حيث ان مجموع كسرى $\frac{1}{2}$ و $\frac{1}{8}$ هو $\frac{5}{8}$ ينتج من ذلك ان $\frac{5}{8}$ العدد المطلوب هو ٦٠

فان $\frac{1}{8}$ العدد المطلوب يعادل خمس ٦٠ أى $\frac{60}{5}$ و عليه فكسر $\frac{5}{8}$ العدد المقروض يعادل ٨ في $\frac{60}{5}$ أى $\frac{8 \times 60}{5}$ أى ٩٦

ومن المعلوم أن نصف ٩٦ هو ٤٨ ونعن ٩٦ هو ١٢ ومجموع ٤٨ و ١٢ هو ٦٠

• (المسئلة السابعة والثلاثون) • المطلوب ايجاد عددين يكون كل من مجموعهما وتفاضلهما معلوما

فالجواب أن يقال ان خواص نمرة ١٤ هي الواسطة في ايجاد العددين المجهولين ومن المعلوم أنه اذا كان كل من العددين المجهولين مساويا للنصف المجموع كان مجموعهما هو المجموع المقروض ولكن لا يكون بينهما تفاضل فلا يدل أن يكون بينهما تفاضل بقدر التفاضل المقروض من غير أن يتغير المجموع يكفي أن يجعل أكبر العددين المطلوبين هو نصف المجموع زائدا نصف التفاضل وأن يجعل اصغرهما نصف المجموع ناقصا نصف التفاضل

• (المسئلة الثامنة والثلاثون) • هلك مالك عن ابن وبنت وزوجة واوصى لابن بالنصف والبنت بالثلث وبالعشرة آلاف فترك الباقي للزوجة فامقدار المال كله وما نصيب كل من الوالدين

فالجواب أن يقال اذا ضم نصيب الابن الى نصيب البنت تركب منهما $\frac{1}{4} + \frac{1}{3}$ اي $\frac{5}{12}$ التركة فالعشرة آلاف فترك الباقي للزوجة هي سدس فترك

مال الميت فيكون المال كله حينئذ هو ٦ في ١٠٠٠٠ اي ٦٠٠٠٠ فترك
فلا ابن النصف وهو ٣٠٠٠٠ والبنت الثلث وهو ٢٠٠٠٠ والزوجة
الباقي وهو ١٠٠٠٠

• (المسئلة التاسعة والثلاثون) • اذا كان هناك حنفيتان تصبان في حوض وكانت احداهما تعلوه في $\frac{3}{4}$ ساعة والثانية في $\frac{2}{3}$ ساعة وكان مل هذا الحوض من الماء يستغرق في اخراجه منه بواسطة ثقب مصنوع فيه ثلاث ساعات وفرضنا أن الحوض المذكور فارغ وأردنا ملأه بالحنفيتين جميعا مع افتتاح ثقبه بحيث يجري الماء من الثلاثة فامقدار الزمن الذي يستغرقه مل الحوض بهذه المثابة

فالجواب أن يقال لو فرضنا أن الحنفية الاولى هي وحدها التي يجري ماؤها

دون الحنفية الثانية والثقب لكات عملا الحوض في ظرف $\frac{2}{3}$ ساعة مرة واحدة وفي ظرف ٣ ساعات مرتين وعملا ثلثيه في ظرف ساعة واحدة واما الحنفية الثانية فانما في ظرف ساعة واحدة عملا $\frac{1}{3}$ الحوض والثقب الذي هو المنة الثالث ينزح في تلك المدة $\frac{1}{3}$ الحوض

فحينئذ اذا جرى الماء من المتأخذ الثلاثة كان الجزء الذي يتلا من الحوض في ظرف ساعة واحدة هو $\frac{2}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{3}$ اي $\frac{2}{3}$

وحيث ان $\frac{2}{3}$ الحوض عملا في ساعة واحدة فيملا $\frac{1}{3}$ الحوض في $\frac{1}{2}$ ساعة وحينئذ فيملا الحوض كله في ٣ في $\frac{1}{2}$ ساعة اي في $\frac{3}{2}$ ساعة

(المسئلة الاربعون) اذا توجه ساعيان الى جهة واحدة لكن سبق أحدهما الاخر بنحو ١٣٨ فرسخا وكان هذا السابق يقطع في كل ٤ ساعات ٣ فراسخ وكان سير الاول (يعني سبقه هذه المسافة) قبل سير الثاني بأربعين ساعة وكان الساعي الثاني يقطع في كل ٧ ساعات ٦ فراسخ فكم مقدار الزمن الذي يدرك فيه الثاني الاول وما مقدار المسافة التي بين مبدا سير كل منهما الى الغاية التي يتلاقيان فيها

فالجواب أن يقال يؤخذ من منطوق المسئلة أن الساعي الاول يقطع في الساعة الواحدة $\frac{3}{4}$ فرسخ والثاني $\frac{1}{7}$ فحينئذ الساعي الاول الذي سار قبل الثاني بنحو ٤٠ ساعة يقطع في هذه المدة (وهي الاربعون ساعة) ٤٠ في $\frac{3}{4}$ فرسخ اي ٣٠ فرسخا

فعلى ذلك حين يتقدم الساعي الثاني في السفر يكون الاول قد سبقه بنحو ١٦٨ فرسخا فاذن لا يدركه الثاني الاول الا اذا سار هذه المسافة أعني ١٦٨ فرسخا

وحيث ان الساعين يتقاربان من بعضهما في ظرف ساعة واحدة بقدر $\frac{1}{4}$ - $\frac{1}{8}$ اي $\frac{1}{8}$ من فرسخ وفي ظرف $\frac{1}{4}$ ساعة يقدر $\frac{1}{8}$ من فرسخ وفي ظرف ٢٨ في $\frac{1}{4}$ ساعة اي في ظرف $\frac{1}{8}$ من ساعة يقدر فرسخ واحد وفي ظرف ١٦٨ في $\frac{1}{8}$ من ساعة أي في ظرف ١٥٦٨ ساعة

بقدر ١٦٨ فرسخا فالساعي الثاني حيث يذير له الساعي الاول بعدد
 أن يستغرق في سيره ١٥٦٨ ساعة وهو في هذه المدة يقطع ١٥٦٨
 في $\frac{1}{7}$ فرسخا أي ١٣٤٤ فرسخا • واما الساعي الاول الذي ابتدأ
 في السير قبل الثاني بنحو ٤٠ ساعة فإنه يقطع في ظرف ١٦٠٨ ساعات
 مسافة ١٦٠٨ في $\frac{5}{4}$ فرسخا أي ١٢٠٦ فرسخا فالتفاضل وهو
 ١٣٨ فرسخا بين المسافتين المقطوعتين وهما ١٣٤٤ فرسخا و ١٢٠٦
 فرسخا هو في الحقيقة مقدار المسافة التي بين مبدأي سفر الساعين
 • (المسئلة الحادية والاربعون) اذا توجه ساعيان الى جهة واحدة وسبق
 احدهما الاخر بمسافة ٢٠٠ فرسخ وكان السابق يقطع في كل ٤ ساعات
 ٣ فراسخ وسافر قبل صاحبه باربعة ساعات وكان الثاني يقطع في كل ٧ ساعات
 ٦ فراسخ فكم مقدار الساعات التي يلزم ان يستغرقها الثاني في السير حتى لا يبقى
 بينه وبين الاول الا ٦٢ فرسخا فقط

فالجواب أن يقال اذا كررت العمليات السابقة وجدت الساعي الاول يقطع
 قبل سفر الثاني ٣٠ فرسخا فيكون سبقه للثاني بمسافة ٢٣٠ فرسخا
 فلاجل ان لا يكون الثاني متأخرا عن الاول ابمسافة ٦٢ فرسخا فقط
 يلزم أن يقرب منه بقدر ٢٣٠ - ٦٢ فرسخا أي بقدر ١٦٨ فرسخا
 وقد سبق في المسئلة المتقدمة ان هذا القرب يحصل بعدمسيرة الساعي الثاني
 بمقدار ١٥٦٨ ساعة

• (المسئلة الثانية والاربعون) اذا دلت الساعة على مجي وقت الزوال فاعدد
 المرات التي يتلاقى فيها عقرب الدقائق مع عقرب الساعات من الزوال الى نصف
 الليل وفي أي ساعة تكون كل مرة من تلاقيهما

فالجواب أن يقال حيث ان وجه الساعة المعروف باليمين مقسوم الى ٦٠
 دقيقة فاقول تلاقى يحصل اذا دار عقرب الدقائق ٦٠ دقيقة زيادة على
 عقرب الساعات أعني حين يكون تفاضل المسافتين اللتين يقطعهما العقربان
 ٦٠ دقيقة وحيث انه في كل ساعة يدور عقرب الدقائق ٦٠ دقيقة

وعقرب الساعات خمس دقائق فالتفاضل بين المسافتين اللتين قطعتهما العقربان يكون حينئذ ٥٥ دقيقة في ظرف ساعة واحدة ودقيقة واحدة في ظرف $\frac{1}{٥٥}$ من ساعة و ٦٠ دقيقة في ظرف $\frac{٦٠}{٥٥}$ أي في ظرف $\frac{١٢}{١١}$ من ساعة فإذا قسمنا حينئذ ١٢ ساعة على ١١ وجدنا الاجتماع الأول يحصل بعد أن يمضي من الزوال ساعة واحدة و ٥ دقائق و $\frac{٥}{١١}$ من دقيقة وإذا استمر العقربان على هذا السير وجدنا المدة التي بين اجتماعيهما وإقترانهما

في كل مرة تساوي دائما $\frac{١٢}{١١}$ مع فلي هذا يحصل الاجتماع الحادي عشر في نصف الليل اعني في ابتداء دوران العقربين

• (المسئلة الثالثة والاربعون) • اذا كان بريك فرنساوي (وهو نوع من السفن) يريد القبض على سفينة من سفن القرصان وكانت سفينة القرصان سابقة على البريك بنحو ٦٤ كيلومترا أي ٦٤٠٠٠ متر وكان البريك يقطع في الساعة الواحدة ٢٥ كيلومترا وسفينة القرصان تقطع ١٥ كيلومترا في الساعة الواحدة ايضا فامقدار الساعات التي يمكن فيها للبريك الضرب بالنار على القرصان مع فرض أن قوة مدافع البريك ٥٠٠ متر فالجواب أن يقال اذا امكن وقوع الحرب بينهما فان السفينتين يكونان قد تقاربتا من بعضهما بقدر ٦٤٠٠٠ مترا لا ٥٠٠ مترا بقدر ٦٣٥٠٠ متر وحيث ان البريك يقطع في الساعة الواحدة ١٥ كيلومترات أي ١٠٠٠٠ متر زيادة على القرصان ينتج من ذلك انه بعد مضي ساعة من السير يقرب البريك من سفينة القرصان بقدر ١٠٠٠٠ متر فعلى هذا يقرب منها بقدر متر واحد في ظرف $\frac{١}{١٠٠٠٠}$ من ساعة فينتد يقرب منها بقدر ٦٣٥٠٠ متر في $\frac{٦٣٥٠٠}{١٠٠٠٠}$ من ساعة اعني في ظرف ٦ ساعات و ٢١ دقيقة فاذن يمكن للبريك أن يشرع في الحرب بعد ٦ ساعات و ٢١ دقيقة

• (المسئلة الرابعة والاربعون) • اذا اتفق ثلاثة من اللاعبين على أن كل من

ثبت عليه الغلب يغرم لكل من صاحبه مقداراً من الفرنكات به يتضاعف ما بأيديهما فاتفق أن كلا منهما حق عليه الغلب لكن على الترتيب (يعني أن من لعب منهم أولاً وقع عليه الغلب في الدور الأول ومن لعب ثانياً وقع عليه الغلب في الدور الثاني والثالث في الثالث) فبقي للأول ٢٤ فرنكا وللثاني ٢٨ فرنكا وللثالث ١٤ فرنكا فمقدار الدراهم التي كانت بيد كل واحد منهم قبل الشروع في اللعب

فالجواب أن يقال مقتضى منطوق المسئلة أنه عند انتهاء الدور الثالث بقي بيد اللاعب الأول ٢٤ فرنكا وبيد الثاني ٢٨ فرنكا وبيد الثالث ١٤ فرنكا وذلك أنه لما وقع الغلب على الثالث في الدور الثالث غرم لصاحبه من الفرنكات ما تضاعف به ما كان معه مما بعد انتهاء الدور الثاني وهما حينئذ لم يكن معه مما من الفرنكات الا نصف ما كان بأيديهما عند انتهاء الدور الثالث اعني ١٢ فرنكا و ١٤ فرنكا وكان بيد الثالث عند انتهاء الدور الثاني ٤٠ فرنكا غرم منها لصاحبه عند انتهاء الدور الثالث ٢٦ فرنكا وبقي بيده ١٤ فرنكا فعلى هذا يكون عند انتهاء الدور الثاني مع الأول ١٢ فرنكا ومع الثاني ١٤ فرنكا ومع الثالث ٤٠ فرنكا وينظر ذلك يعرف أنه عند انتهاء الدور الأول كان مع اللاعب الأول ٦ فرنكات ومع الثاني ٤٠ فرنكا ومع الثالث ٢٠ فرنكا وقبل الشروع في اللعب كان مع الأول ٢٦ فرنكا ومع الثاني ٢٠ فرنكا ومع الثالث ١٠ فرنكات

«(المسئلة الخامسة والاربعون)» سئل اب عن عمر واده فقال عمرى ثلاثة أمثال عمر وادى ومن منذ عشر سنوات كان عمرى خمسة أمثال عمره فما يكون عمر الولد

فالجواب أن يقال اذا كان عمر الولد ٢٤ سنة كان عمر الاب ٧٢ سنة وكان عمر الولد منذ عشر سنوات ١٤ سنة وعمر الاب ٦٢ سنة وحيث ان خمسة أمثال ١٤ تزيد على ٦٢ ثمانية فأنخطأ حينئذ ٨

ولا يخفى ان عمر الولد الذي هو ٢٤ سنة اذا نقص سنة واحدة نقص الخطأ الذي هو ثمانية ستين وعليه فلاجل ازالة هذا الخطأ بالسكية يلزم أن تنقص من الاربعة والعشرين سنة اربع سنوات فيكون عمر الولد حينئذ ٢٠ والأب ٦٠ ومن منذ عشر سنوات كان عمر الولد ١٠ سنوات وعمر الأب حينئذ ٦٠ سنة فاذا كان عمر الأب اذا كان خمسة أمثال عمر الولد

(المسئلة السادسة والاربعون) دخل رجل ذات يوم كنيسة ومعه مبلغ من النقود كله من القطع ذات القرنين ونصف على بعض الفقراء بصولييات بقدر ما معه من تلك القطع التي تساوي كل واحدة منها قرنين فحازاه المولى رجل وعلا على ذلك بإبدال ذات القرنين التي بقيت معه بقطع من ذات الخمسة فرنكات فصرف من هذه القطع التي كل واحدة منها تساوي ٥ فرنكات سبع قطعاً وعاد الى منزله بضعف ما كان معه عند دخوله الكنيسة فامقدار الدراهم التي كانت معه أولاً

فالجواب أن يقال لاجل الايجاز في العملية نرعى الى المبلغ المجهول بصرف سه ونقول ان هذا الرجل الصالح تصدق من كل قطعة من القطع ذات الاربعين صولياً بصولي واحد او $\frac{1}{2}$ مما كان معه اي $\frac{1}{2}$ سه فبقي معه حينئذ $\frac{39}{2}$ سه وحيث ان كل قطعة من القطع ذات القرنين المركب منها هذا الباقي تغيرت بقطع أخرى من ذات الخمسة فرنكات صارت كل واحدة منها تساوي خمسة فرنكات و $\frac{5}{2}$ من ٢ فيكون حينئذ مع هذا الرجل بعد هذا التغيير $\frac{5}{2}$ مما بقي معه اعني $\frac{5}{2}$ من $\frac{39}{2}$ سه اي $\frac{39}{4}$ سه اي ٢ سه $+\frac{7}{4}$ سه لان $\frac{39}{4}$ تعادل $2 + \frac{7}{4}$

وحيث انه صرف سبع قطع من القطع ذات الخمسة فرنكات اي ٣٥ فرنكا وعاد الى منزله بضعف سه اعني ومعه ٢ سه فالخمس والثلاثون فرنكا التي صرفها هي حينئذ عبارة عن $\frac{7}{4}$ من سه

وحيث ان $\frac{2}{11}$ من سه تعادل ٣٥ فرنكا فيكون $\frac{1}{11}$ من سه
معادلا $\frac{1}{7}$ من ٣٥ فرنكا اي ٥ فرنكات فاذن يكون مبلغ سه
المطلوب ١٦ X ٥ فرنكات اي ٨٠ فرنكا

فاذن يكون هذا الرجل قد دخل الكنيسة باربعين قطعة من القطع ذات
الفرنكين وتصدق على الفقراء باربعين صولدا اي فرنكين وبقى معه ٣٩
قطعة من القطع ذات الفرنكين فبدلها الله تعالى بمثلها من القطع ذات الخمسة
فرنكات وصرف سبع قطعات من القطع الجديدة ودخل بيته باثنتين وثلاثين قطعة
من القطع ذات الخمسة وهي تعادل من الفرنكات ١٦٠ فرنكا اي ضعف ٨٠
فرنكا التي دخل بها الكنيسة

«(المسئلة السابعة والاربعون)» المطلوب تركيب طول متر من
قطع ذهب فيها مائتاوى الواحدة منه ٢٠ فرنكا ومائتاوى الواحدة
منه ٤٠ فرنكا بان توضع عقب بعضها متلاصقة وكان مجموعها يبلغ
٤٥ قطعة وقطر الواحدة من ذات العشرين ٢١ ميليمترا وقطر ذات
الاربعين ٣٦ ميليمترا فمقدار القطع التي يلزم اخذها من كل صنف من
هذين الصنفين حتى يكون مجموع أقطار الخمسة والاربعين قطعة مساويا لترأى
١٠٠٠ ميليمتر

فالجواب أن يقال اذا اخذت ٤٥ قطعة من ذات العشرين فرنكا
فمجموع أقطارها هو ٤٥ X ٢١ ميليمترا اي ٩٤٥ ميليمترا مع ان
المطلوب ١٠٠٠ ميليمتر فيلزم حينئذ أن نضم الى هذا المجموع ١٠٠٠ —
٩٤٥ اي ٥٥ ميليمترا من غير أن تغير مجموع عدد القطع وحيث ان التفاضل
بين أقطار القطع ذات العشرين فرنكا والقطع ذات الاربعين هو ٥ ميليمترات
فيمكنني في ضم ٥ ميليمترات الى مجموع طول أقطار ٤٥ قطعة أن
بستبدل قطعة من ذات العشرين فرنكا بقطعة من ذات الاربعين فيكبر حينئذ
هذا المجموع بقدر ٥٥ ميليمترا اي ١١ X ٥ ميليمترات باستبدال
١١ قطعة من ذات العشرين فرنكا باحدى عشرة قطعة من ذات الاربعين

فبذلك يتركب طول المتر بوضع ١١ قطعة من ذات الاربعين فرنسكا
و ٤٥ - ١١ اي ٣٤ قطعة من ذات العشرين متواليه يعقب
بعضها بعضا

وحينئذ فجمع اقطار ١١ قطعة من ذات الاربعين و ٧٤ قطعة
من ذات العشرين يساوي 11×26 ميليترا + 34×21
ميليترا اي يساوي $286 + 714$ ميليترا اي ١٠٠٠ ميليترا
اعني مترا

(المسئلة الثامنة والاربعون) * أراد حاكم دار قلعة أن يكون له اقتدار
على مقاومة الحصار مدة ثلاثة ايام وكان عدد محافظي القاعة ١٢٠٠ نفس
وقدر أن عدد ما يفقد في اليوم الاول ٨١ نفسا وأنه في كل يوم من اليومين
الباقيين يفقد زيادة على اليوم الذي قبله ثلث ما فقد وفرض ايضا أنه في اليوم
الاول من الحصار ياخذ كل عسكري من الخبز ست عشرة اوقية ومن اللحم
اربع اواق ومن الخبز طويج ثمانية وياخذ ايضا اثني عشر صولديارا من الخبز
زاد في اليومين الباقيين حتى زاد لكل عسكري نصف نصيبه في اليوم الاول
فما عدد العساكر التي تبقى بعد ايام الحصار الثلاثة وما مقدار ما استهلك من
الذخائر من كل صنف

فالجواب ان يقال حيث ان ما فقد في اليوم الاول ٨١ نفسا فاذا فقد
في اليوم الثاني هو ٨١ + $\frac{81}{3}$ اي ١٠٨ نفس وما فقد في اليوم
الثالث هو ١٠٨ + $\frac{108}{3}$ اي ١٤٤ نفسا فاذن يكون مجموع
العساكر المفقودة ٨١ + ١٠٨ + ١٤٤ او ٣٣٣ نفسا
ويكون عدد الباقي بعد الايام الثلاثة ١٢٠٠ - ٣٣٣ اي ٨٦٧
واتاما ما استهلك من الخبز فيقال في الجواب عنه حيث ان كل عسكري في اليوم
الاول له ست عشرة اوقية فجمع ما يصرف في اليوم الاول هو ١٢٠٠
 $\times 16$ اي ١٩٢٠٠ اوقية وحيث ان خرج اليوم الثاني زاد النصف
فيكون المجموع ١٦ + ٨ اي ٢٤ اوقية وحيث ان عدد العساكر

الباقية في اليوم التالي هو ١٢٠٠ - ٨١ اى ١١١٩ فان لم يزل
 المنصرف في اليوم الثاني تكون زنته ٢٤ x ١١١٩ اى ٢٦٨٥٦
 اوقية فيكون عدد العسا كراتى بقيت الى اليوم الثالث هو ١١١٩
 - ١٠٨ اى ١٠١١ ويكون خرج كل واحد منهم ٢٤ + ١٢
 اى ٣٦ اوقية فتكون زنة الخبز المنصرف في اليوم المذكور هي ٣٦
 x ١٠١١ اى ٣٦٣٩٦ اوقية وحينئذ فجمع المستهلك من الخبز
 في الايام الثلاثة هو ١٩٢٠٠ + ٢٦٨٥٦ + ٣٦٣٩٦ اى
 ٨٢٤٥٢ اوقية وبذلك يعلم ان المستهلك من اللحم ٦٠٢١٣ اوقية

ومن الخراطوج ٤١٢٢٦ ومن النقد ٦١٨٣٩ مولى
 * (المسئلة التاسعة والاربعون) * دخلت امرأة السوق بمقدار من البيض
 فباعته منه لانسان نصفه ونصف بيضة ثم باعت لآخر نصف ما بقى معها ونصف
 بيضة ثم باعت لثالث نصف الباقي ونصف بيضة ومع ذلك كله لم تكسر شيئا من
 البيض فماء مقدار البيض الذى أنت به الى السوق
 فالجواب أن يقال انه لاجل استخراج هذا العدد يبرهن عليه هكذا بأن يقال
 (اولا) اذا طرح من الباقي الثانى نصفه زائدا $\frac{1}{2}$ لم يبق شيئا وحينئذ فالباقي
 الثانى هو عبارة عن نصفه زائدا $\frac{1}{2}$ فيكون نصف الباقي الثانى $\frac{1}{4}$
 فاذن يكون الباقي الثانى ١

(ثانيا) اذا طرح من الباقي الاول نصفه زائدا $\frac{1}{2}$ تحصل الباقي الثانى
 فاذن يكون الباقي الاول عبارة عن نصفه زائدا $\frac{1}{2}$ زائدا ١ اى زائدا $\frac{3}{2}$
 فيكون نصف الباقي الاول $\frac{3}{4}$ فيكون الباقي الاول حينئذ ٣
 (ثالثا) اذا طرح من العدد المطلوب نصفه زائدا $\frac{1}{2}$ تحصل الباقي الاول
 فاذن يكون العدد المطلوب عبارة عن نصفه زائدا $\frac{1}{2}$ زائدا ٣ اى زائدا $\frac{7}{2}$
 فيكون نصف العدد المطلوب $\frac{7}{4}$ وحينئذ فالعدد كله ٧

فباعته المرأة اولاً $\frac{7}{4}$ + $\frac{1}{2}$ او ٤ بيضات وعليه فالباقي معها ٣
 ثم باعت منه $\frac{3}{4}$ + $\frac{1}{2}$ او ٢ فيكون الباقي ١ ثم باعت منه $\frac{1}{2}$

+ ا و ا ولم يبق معها شيء فحيتت ذباعت المرأة بجميع مامعها من البيض بدون أن تكسر منه بيضة واحدة

• (المسئلة الخمسون) • أرادت جمعية تجديد بناء ورشة فابدى المعمار غرضين احدهما العمارة بالاشخاب والثاني العمارة بالاجار وعلم قدر الكلفة ومدة مكنته واجرة التصليحات الاولية السنوية ووقته ونسبة الكلفة الى اجرة التصليحات الاتية وسعر الربح فما يكون الغرض الذي يعود بالنفع على الجمعية اكثر من الآخر

فالجواب أن يقال حيث كان كبر الاعداد لا يؤثر في طبيعة البراهين لزم أن تتخبط بحيث تكون بسيطة جدا وذلك لاجتناب العمليات الطويلة فلتفرض أولا ان العمارة بالاشخاب تمكث ثلاث سنوات وأن التصليح الاول يكون

فرتك

في ابتداء السنة الثانية وتبلغ مصاريفه ١٤٥٨ وأن التصليح الثاني الذي يحصل في ابتداء السنة الثالثة يزيد على الاول الثلث • ثانيا ان العمارة بالاجار تمكث ست سنوات وان التصليح الاول يحصل في ابتداء السنة الرابعة وتبلغ

فرتك

مصاريفه ١٥٠٠ وأن التصليحات الاتية تحصل في رأس كل سنة وتزيد العشر • ثالثا ان مصاريف كل تصليح تدفع في ابتداء السنة التي تحصل فيها

فرتك

• رابعا أن كلفة البناء بالاشخاب تبلغ ٣٠٠٠ وأن كلفة البناء بالاجار

فرتك

٧٢٠ • وانها تسدد بدفع متساوية في ابتداء كل سنة • خلاصا أن ربح الورشة يكون على وجه بحيث تجدد الاموال في كل سنة وتربح ٢٠ في المائة وذلك مع مراعاة ارباح الارباح

وحيث ان العمارة بالاشخاب تمكث ثلاث سنوات والعمارة بالاجار ست سنوات فبعد مضي ست سنوات تعود العمارة الاولى مرتين والثانية مرة واحدة ويصير حيتت تجديد الاثنين معا وعليه فيكني اعتبار تكاليفهما

الى ذلك الوقت وبناء على هذا اذا كان جميع الدفع التي تقع في اثناء السنوات الست تحصل في ابتداء السنة الاولى فلا يلزم الا عمل بمجموعين أحدهما بالدفع الخاصة بالغرض الاول والثاني بالدفع الخاصة بالغرض الثاني فيكون المبلغ الاقل موافقا لما يعود بالنفع على الجمعية من كلا الغرضين وحيث يُلزم أن يكون حساب جميع الدفع في ابتداء السنة الاولى

والدفع الخاصة بعمارة الاخشاب هي أولا يدفع في السنة الاولى ١٠٠٠ فرنك في نظير ثلث من هذه العمارة الاقل ثانيا يدفع في السنة الثانية ١٠٠٠ فرنك

في نظير ثلث من العمارة الثاني زائدا ١٤٥٨ لاجل التصليات الاولى

فرنك فرنك فرنك
فيكون المجموع الكلي ٢٤٥٨ ثانيا جرة التصليات بزيادة الثالث اعني ١٤٥٨

فرنك فرنك فرنك
١٤٥٨ اي ١٩٤٤ ويلزم أن يضاف الى ذلك ١٠٠٠ في نظير الثالث

فرنك
الثالث من من العمارة فيكون المجموع حيث ٢٩٤٤ غير أنه بعد مضي السنوات الثلاث الاولى تجدد العمارة بعين ذلك الثمن وبناء عليه تكون الدفع كل ثلاث سنوات واحدة لا تتغير وانما تحصل في اوقات مختلفة

وحيث عيّن مقدار الدفع المختلفة التي يلزم دفعها والوقت الخاص بكل من الغرضين وسعر الريح (اعني ٢٠ في كل ١٠٠) سهل علينا تفصيل قيمها الخاصة برأس السنة الاولى كما تقدم ذكره ولندكر لك بيان النتائج في هذا الجدول فنقول

فرنك فرنك
ان ١٠٠٠ المدفوعة في رأس السنة الاولى تعادل نقدا ١٠٠٠ فرنك

فرنك فرنك
وان ٢٤٥٨ المدفوعة في رأس السنة الثانية تعادل قبل سنة واحدة ٢٠٤٨ فرنك

فرنك فرنك
وان ٢٩٤٤ المدفوعة في رأس السنة الثالثة تعادل قبل سنتين ٢٠٤٤ و ٢٠٤٤

فرنك فرنك

وان ١٠٠٠ المدفوعة في رأس السنة الرابعة تعادل قبل ثلاث سنوات ٥٧٨ و ٧٠

فرنك فرنك

وان ٢٤٥٨ المدفوعة في رأس السنة الخامسة تعادل قبل اربع سنوات ١١٨٥ و ٢٨

فرنك

وان ٢٩٤٤ المدفوعة في رأس السنة السادسة تعادل قبل خمس سنوات

فرنك فرنك

١١٨٢ و ١٣ فتكون المصادر في المدفوعة في رأس السنة الاولى ٨٠٣٩ و ٩٨

واذا جري بنا على مثل هذه الطريقة يظهر لنا ان المصادر في الخامسة بالغرض

فرنك

الثاني تعادل في ابتداء السنة الاولى ٧١٨١ و ٩٢ وحيث ان هذا المبلغ

اصغر من المبلغ المتقدم فينتج من ذلك ان العمارة بالاجار اكثر نفعاً للجمعية

من العمارة بالاشباب

• (تنبيه) • ظهر لنا من المثال الذي ذكرناه ان مدة العمارة الاولى التي هي

ثلاث سنوات وجدت مخصصة من ارا عديدة بالتحقيق في مدة العمارة الثانية

التي هي ست سنوات وان لم يكن الامر كذلك يتخبط اصغر اعداد السنين

بحيث يكون قابلاً للتقسيم على كل من المدينين وذلك لتجديد العمارتين معاً في هذا

الوقت ونجري العمل على هذا المنوال

• (المسئلة الحادية والخمسون) • اجتمع خمسة اصحاب وأرادوا أن يتفقدوا

معاً فقدم الاول ٣ صحن والثاني ٤ والثالث ٥ والرابع ٨ فصار

المجموع ٢٠ صحناً وحيث ان الخامس لم يقدم شيئاً أعطى له سهم في نظير

ما بين خمسة ١٦ فرنك والمطلوب ترتيب مصروف كل منهم

وحيث ان الاصحاب الخمسة يلزم أن يدفعوا قد ربحهم في المصروف فيكون بينهم

فرنك

١٦ خمس المصروف الكلي وعليه فيكون السهم الكلي أو ثمن العشرين صحناً

فرنك

فرنك

فرنك

• × ١٦ او ٨٠ فاذن يعادل كل صحن ٥ وبنسبة على هذا

فرنك
حيث ان الاول أعطى ثلاثة صحنونها ١٢ فيبقى عليه ٤ وحيث

فرنك
ان الثاني أعطى ٤ صحنونها ١٦ وهي السهم المطلوب فيكون خالصا

فرنك
وحيث ان الثالث أعطى ٥ صحنون او ٢٠ وكان لا يلزمه غير ١٦

فرنك
فمجردة ٤ وحيث ان الرابع أعطى ٨ صحنون او ٣٢ فيبقى له ١٦

فرنك
فامتنان حيث ان الاول يدفع ٤ والخامس ١٦ وان الثالث يأخذ
الفرنكات الاربعة التي دفعها الاول والرابع الفرنكات الستة عشر

فرنك
التي دفعها الخامس وان كلا منهم يدفع ١٦ في المصروف

• (المسئلة الثانية والخمسون) • اذا كان هناك قدحان من الفضة ولم يكن

لهما غير سداة واحدة وكان القدح الاول يزن ١٢ اوقية وهو مع السداة

يزن ضعف القدح الثاني وكان الثاني يزن مع السداة ثلاث مرات اكثر من

الاول فماتكون زنة كل من السداة والقدح الثاني

فالجواب أن يقال اذا فرض ان السداة تزن ٦ اوقيات وكان القدح

الاول يزن ١٢ اوقية فيزن هذا القدح مع سداة ١٨ اوقية غيرانه

يلزم بمقتضى منطق الدعوى أن تكون هذه الزنة الاخيرة ضعف زنة القدح

الثاني فاذن يزن هذا القدح الاخير ٩ اوقيات وعليه فيزن مع السداة

٩ + ٦ اى ١٥ اوقية ويلزم بموجب الشرط الثاني من المسئلة

أن تكون هذه الزنة الاخيرة مساوية ٣٦ اوقية وهي ثلاثة امثال زنة القدح

الاول التي هي ١٢ اوقية وحيث ان الخطأ الناتج عن فرض ان زنة السداة

٦ اوقيات هو ٢١ اوقية فان فرض ان السداة تزن ٨ اوقيات

موضعا عن أن تزن ٦ فلا يزيد الخطا عن ١٨ اوقية فيقال حيث

حيث انه يلزم طرح ٣ اوقيات من الخطا الذي هو ٢١ اوقية في يلزم
تكبير زنة السدادة التي هي ٦ اوقيات بقدر اوقيتين كما انه لا يحل طرح
كمية ٧ × ٣ التي يعنى بها الخطا من الخطا المذكور الذي هو ٢١
اوقية يلزم تكبير زنة السدادة التي هي ٦ اوقيات بقدر ٧ في اوقيتين
وحينئذ فنزن السدادة ٢٠ اوقية والقدر الاول مع سداده ٣٢ اوقية
وحيث ان هذه الزنة ضعف القدر الثاني فنزن القدر الثاني ١٦ اوقية
وعليه فنزن القدر الثاني مع السدادة ٣٦ اوقية اعني ثلاثة امثال زنة القدر
الاول التي هي ١٢ اوقية

(مسائل محل بعد اوجه)

(المسئلة الثالثة والخمسون) صادفت ربوات الادب التسع وهن
ممتوجات با كاليل من الازهار متحدة العدد ربوات الجمال الثلاث ففرقن
عليهن ا كاليل مما كان عليهن وصار عددا لا كاليل لكل من ربوات الجمال
وربوات الادب بعد التفريق واحد انما تكون كمية الا كاليل التي كانت مع ربوات
الادب ومما قد ارما اعطينه منها الربوات الجمال

فالجواب أن يقال حيث ان عدد ربوات الادب هو ثلاثة امثال عدد ربوات
الجمال فتكون جملة الا كاليل التي تبقى لربوات الادب بعد التفريق ثلاثة امثال
الا كاليل التي اعطينها الربوات الجمال وحينئذ فنسكن مع ربوات الادب اربعة
امثال ما اعطينه لربوات الجمال وعليه فجموع الا كاليل يقبل التقسيم على ٤
وعندما اعطته ربوات الادب من الا كاليل هو ربع ما كان معهن وحيث كان
مع كل واحدة من ربوات الادب التسع عدد واحد من الا كاليل فعدد
الا كاليل كلها يقبل التقسيم على ٩ وقد برهننا على أنه يقبل ايضا التقسيم
على ٤ وحينئذ فيقبل التقسيم على ٤ في ٩ اى على ٣٦ وعليه
فكل من مضارب ٣٦ كاف في حل المسئلة

فاذا فرض مثلا أن ربوات الادب التسع كان معهن ٧٢ كاليل واعطين
منها الربع لربوات الجمال الثلاث فبقي لهن ٥٤ كاليل واخذت ربوات الجمال

الثلاث ما خصهن من ذلك أعني ١٨ ١ كيلافحينئذ ياخذ كل من ورات
الآدب ورات الجبال بعد التفريق ٦ ١ كاليل
(المسئلة الرابعة والخمسون) المطلوب كيل ٤ لترات من النيذ
بواسطة ٣ أوان أولها يسع ٨ لترات والثاني ٥ والثالث ٣ والقرض
ان الاواني كلها فارغة

فالجواب أن يقال انه لاجل الاختصار نؤمن للآناء الذي يسع ٨ لترات
بحرف ١ وللآناء الذي يسع ٥ بحرف ٥ وللآناء الذي يسع ٣
بحرف ٣ وبعد ذلك نضع في آناء ٨ لترات ونعلا ٣ من النيذ
الموجود في ١ فيبقى ٥ لترات في ١ وبصير ٥ فارغا و
محتويا على ٣ لترات ثم نصب في ٥ اللترات الثلاثة الكائنة في ٣
فبصير ٥ لترات في ١ و ٣ في ٥ وبصير ٣ فارغا ثم نعلا ٣
من النيذ الموجود في ١ فيبقى لتران في ١ و ٣ في ٣ في ٣
ثم نعلا ٣ بجزء من اللترات الثلاثة الكائنة في ٣ فيبقى لترواحدي ٣
وبصير ٥ محتويا على ٥ لترات ويبقى لتران في ١ ثم نصب في ١ اللترات
الخمس الموجودة في ٥ ويبقى ٧ لترات في ١ وبصير ٥ فارغا
ويحتوى ٣ على لترواحدي ونصب في ٥ اللترات الكائنة في ٣ فبصير ٧
لترات في ١ ولترواحدي ٥ وبصير ٣ فارغا ثم نعلا ٣ بجزء من
اللترات السبعة الموجودة في ١ فبصير في ٣ لترات ولترواحدي ٥
واما آناء ١ فانه لا يحتوى الاعلى اللترات الاربعة التي يراد كيلها ويمكن
أن تحل هذه المسئلة بعدة اوجه

(المسئلة الخامسة والخمسون) المطلوب معرفة مجموع عدة اعداد
وبيان ذلك هو أن تكتب ثلاثة اعداد تكون مركبة من اربعة ارقام ثم تضع
فحت هذه الاعداد ثلاثة اعداد آخر تدل ارقامها على ما يلزم اضافته لكل من
ارقام الاعداد الثلاثة المفروضة لتحصيل ٩ فبصير مجموع الاعداد الستة
الناجبة مساويا ٣ في ٩٩٩٩ اي ٢٩٩٩٧

فإذا فرضت مثلا ان الاعداد المختارة هي

٢٢٢٢ و ١٢٠٥ و ٣٠٠٤

نضع تحتها مقاماتهن المعنى ما يلزم اضافته لكل من هذه الاعداد وذلك لتحصيل
٩٩٩٩ والمتممات هي

٧٧٧٧ و ٨٧٩٤ و ٦٩٩٥

وحققت ان يكون مجموع هذه الاعداد الستة مساويا ٣ في ٩٩٩٩
اي ٢٩٩٩٧ وعليه كان يمكن كتابة هذا المجموع قبل وضع الاعداد
الثلاثة الاول وذلك وسيلة الى حل المسئلة المقروضة

(المسئلة السادسة والخمسون) اذا وضعت ثلاثة اشياء مختلفة الجنس على
طاولة ثم أخذها ثلاثة اشخاص كل واحد واحدا فما يكون جنس الشيء الذي
أخذه كل من الاشخاص الثلاثة

فالجواب ان يقال انه اذا فرض ان الاشياء الثلاثة عبارة عن غلاف وخاتم
وساعة برعز لا واثلاثها وهي الغين والخاء والسين بحروف غ و خ و س
ثم يؤخذ ٢٤ فلما روي على منها واحد للشخص الاول واثنان للثاني وثلاثة
للاول وثلاثة عشر الباقية على الطاولة فلا يحصل معرفة الشيء الذي
أخذه كل شخص نقول ان الشخص الذي اخذ الغلاف يأخذ من على الطاولة
فلو سابه دد ما يوجد في يده والذي معه الخاتم يأخذ من مافي يده من
القلوس والذي معه الساعة يأخذ من اربعة امثال مافي يده فيد مثل خمسة من
هذه دار ما بقي من القلوس على الطاولة وهذا الباقي يصير ضرورة اعداد

١ ٢ ٣ ٥ ٦ ٧

وتنسب هذه الاعداد لهذه الالفاظ

غطا خبز غير خير سعر سماح

فالاول حرف من الكلمة المقابلة لعدد القلوس التي تبقى على الطاولة هو الاول
حرف من الشيء الذي أخذ الشخص الاول والحرف الثاني من الكلمة بعينها هو
اول حرف من الشيء الذي أخذ الثاني

مثلا اذا بقيت ستة اقل من كلمة سعر الموضوع تحت الباقي الذي هو عدد ٦
تدل على ان الشخص الاول اخذ الساعة وان الثاني اخذ الغلاف
(تنبيه) فحقق هذه القاعدة من اجل جذا عند التجربة لان الاشياء الثلاثة
لا يمكن تركيبها الا بست طرق مختلفة وب تطبيق القاعدة يظهر ان الستة الباقية
المقابلة هي ١ و ٢ و ٣ و ٤ و ٥ و ٦ و ٧

(رؤس مسائل يراد حلها)

(المسئلة السابعة والخمسون) سئل انسان من ارباب السخرية عن
تاريخ اليوم الحلال من الشهر وعن الساعة الراحنة من اليوم فاجاب بجواب
مغلق مضمونه اذا ضم على ثلث ايام الشهر التي مضت نصف الايام الباقية
يتمسك تاريخ اليوم الحلال من الشهر وأما الساعة فقدم في نصف النهار
فاذا اخذت $\frac{3}{4}$ عدد الساعات الموجودة من هذا الوقت الى نصف الليل
فجد عدد ايزيد عن ٤ بالكمية التي يتقص عدد ساعاتها الماضية من
نصف النهار بقدر ١٠ والمطلوب حينئذ تاريخ اليوم الحلال من الشهر
والساعة الراحنة من اليوم (وفرض هذه المسئلة ان الشهر ثلاثون يوما)
جوابه تاريخ اليوم الحلال من الشهر ١٢ والساعة الراحنة من اليوم
٩ بعد الزوال وتحل هذه المسئلة بواسطة فرضين كما سبق

(المسئلة الثامنة والخمسون) اراد انسان بيع حصان وبستان ودار
فرنك

واراد ان ياخذ من جميعها ١٠٠٠٠ ومع هذا فبمن البستان اربعة امثال
عن الحصان وعن الدار خمسة امثال عن البستان فما يكون ثمن كل من هذه

فرنك فرنك فرنك
فالجواب اما عن الحصان فهو ٤٠٠ وعن البستان ١٦٠٠ وعن الدار ٨٠٠٠
(المسئلة التاسعة والخمسون) ثلاثة اخوال ارادوا تعيش بنت اخنت لهم

فرنك
فقيرة فجاءوا ١٤٤ أعطى الاول منها على قدر طاقتة والثاني اعطى أكثر
من الاول ثلاث مرات والثالث اعطى بقدرهما فما تكون عطية كل منهم

فالجواب

فرنك فرنك فرنك

فالجواب اعطى الاول ١٨ والثاني ٥٤ والثالث ٧٢

فرنك

• (المسئلة الستون) • رجل هرم غير متزوج ترك ٥٥٠٠٠ خمس
من بنات اخته وثلاثة من اولاد اخيه و ٢ من اخوته ويلزم أن تكون
حصص بنات الاخت متساوية واولاد الاخ الثلاثة يتقاسمون بالسوية نصف
مبلغ حصص بنات اخته الخمسة والاخوان يتقاسمون على السوية ثلث كل
ما أخذته بنات الاخت الخمسة فامقادير الحصص المختلفة

فرنك

فالجواب ان كلام بنات الاخت يأخذ ٦٠٠٠ وكلام اولاد الاخ يأخذ

فرنك

٥٠٠٠ وكلام الاخوين يأخذ ٥٠٠٠

• (المسئلة الحادية والستون) • هلك هالك عن زوجة وابنين وثلاث بنات

فرنك

وترك من المال ١١٠٠٠ واوصى بان يكون نصيب الام ضعف نصيب احد الابنين
وان يكون نصيب الابن الواحد ضعف نصيب احدى البنات فما كيفية التقسيم

فرنك

فرنك

فالجواب نصيب الام ٤٠٠٠ ونصيب الابن ٢٠٠٠ ونصيب

فرنك

البنت ١٠٠٠

• (المسئلة الثانية والستون) • اتفق أربعة من اللاعبين على ان الذي يحق
عليه القلب يضاعف ما ييد الثلاثة الاخر فبعد اربعة ادوار صار مع الاول

فرنك

فرنك

فرنك

فرنك

٧٢ ومع الثاني ٤ ومع الثالث ٢ ومع الرابع ٩ فما قدر الدراهم
التي دخل بها كل منهم في اللعب مع العلم بان الاول خسر في الدور الاول والثاني
في الثاني والثالث في الثالث والرابع في الرابع

فرنك

فرنك

فالجواب انه عند دخولهم في اللعب كان مع الاول ٨ ٤ ومع الثاني ٢٢

فرنك فرنك

ومع الثالث ١١ ومع الرابع ٦

• (المسئلة الثالثة والستون) • اتفق خمسة من اللاعبين على ان من يحق عليه الغلبه يضاهف دراهم الاربعه الاخر فبهدمضى خمسة ادوار صار

فرنك فرنك فرنك فرنك

مع الاول ٨٠ ومع الثاني ٤٠ ومع الثالث ٢٠ ومع الرابع ١٠ فرنك

ومع الخامس ٥ فمقدار الدراهم التى دخل بها كل فى اللعب مع العلم بان الاول خسر فى الدور الاول والثانى فى الثانى والثالث فى الثالث والرابع فى الرابع والخامس فى الخامس

فرنك فرنك فرنك

فالجواب ان الاول كان معه ٨٠ والثانى معه ٤٠ والثالث معه ٢٠

فرنك فرنك

والرابع معه ١٠ والخامس معه ٥

فرنك

• (المسئلة الرابعة والستون) • دفع ٢٢٨٠٠ فداء ٧٧ ضابطا

فرنك

ما بين يوزباشى وملازم اول وجعل فداء كل يوزباشى ٤٠٠ وكل فرنك

ملازم اول ١٥٠ فمعددا لىوزباشية والملازمين الاول

فالجواب عدد لىوزباشية ٤٥ وعدد الملازمين ٣٢

• (المسئلة الخامسة والستون) • سئل هرم عن عمره فاجاب بقوله كان

عمرى وقت زواجى ثلث عمرى الا ان مضيت الربع بعد زواجى قبل ان اوزق

بغلام عمره ٢٥ سنة فما يكون عمر الهرم المذكور

فالجواب عمره ٨٤ سنة

• (المسئلة السادسة والستون) • اجتمع عقيب الدقائق وعقرب الساعات

وقت الزوال على تقسيم من تقسيمات ميعاد الساعة فاما مقدار الزمن الذي يقعان
فيه اول مرة وفرض المسئلة أن بالساعة خلا وهو تقديم دقيقة في كل ساعة

س ع و

فالجواب الاتبعها الاول يحصل في ١ و ٤ و $\frac{٢٥٦}{٦٧١}$ من دقيقة

• (المسئلة السابعة والستون) • اذا كان مع احد ثقبين النيد زجاجتان
فارغتان متعديتا الساعة الاولى وزن ١٢ أوقية واذا امتلئت نيد اترن ضعف
الزجاجة الاخرى وهي فارغة والثانية ترن وهي ملائمة من النيد ثلاثة امثال
الاولى وهي فارغة فإزنة الزجاجة الثانية وزنة النيد الذي فيها

فالجواب الزجاجة الثانية ترن ١٦ اوقية والنيد الذي فيها وزن ٢٠ أوقية

والى هنا انتهى كشف النقاب عن علم الحساب

وبليه تنبيهات

• (تنبيهات) •

• (الضرب) •

(٢٦٦) عدد ارقام حاصل الضرب يساوي اكثر ما يكون عدد ارقام عوامله ولا يمكن أن يكون اقل من العدد الكلي لارقام العوامل ناقصا عدد العوامل ومضافا اليه واحد وذلك لانه

اولا حيث ان كل عامل اقل من الاحد المتبوع باصفار بقدر ما يوجد من الارقام في العامل المذكور فحاصل الضرب يكون اقل من الاحد المتبوع باصفار بقدر ما يوجد من الارقام في جميع العوامل فاذا لا يمكن أن يحتوي الحاصل المذكور على ارقام اكثر مما يوجد في جميع العوامل فانما كل عامل لا يمكن ان يكون اقل من الاحد المتبوع باصفار ناقصا واحدا بقدر ما يوجد من الارقام في العامل المذكور فاذا لا يمكن أن يكون الحاصل اقل من الاحد المتبوع بعدد من الاصفار المبرعمة بعد ارقام العوامل الكلي ناقصا عدد العوامل

• (التقسيم) •

(٢٦٧) اذا طرح بعض اعداد اولى اكبر من ٣ آحاد من ذلك العدد الاولى فاحد العددين الناتجين من ذلك يكون بالضرورة قابلا للتقسيم على ٦

وذلك انما كان كل عدد اولى يزيد عن ٣ وترا فاذا ضم اليه او طرح منه واحد فالنتيجتان تكونان قابلتين للتقسيم على ٢ وزيادة على ذلك اذا قسم العدد الاولى (الاكبر من ٣) على ٣ فالباقي يكون مساويا ١ او ٢ ففي الحالة الاولى يكون العدد الاول بطرح واحد منه احد مضارب ٣ وفي الحالة الثانية يعطى هذا العدد الاول باضافة واحد اليه احد مضارب ٣ ويكون احد العددين الشفعين الذي ينحصل بزيادة او بقص العدد الاول بقدر واحد قابلا للتقسيم على ٣ وحيث انه يقبل التقسيم ايضا على ٢ فبالضرورة يكون قابلا للتقسيم على ٦ الذي هو

حاصل ضرب ٣ و ٢ وبه ينبت المطلوب
من الأعداد ١٣ الأولى يعطى بتقريب ١ منه الباقي وهو ١٢ القابل
للتقسيم على ٦ ويعطى عدد ١٧ الأولى بإضافة الواحد إليه عدد ١٨
الذي يقبل التقسيم أيضا على ٦

• (تنبيه) • يتعلق بأقيسة السطح والجسم والسعة

(٢٦٨) وحدة القياس هي كمية معلومة تؤخذ من المقياس القابلة بين كميات متعددة
الجنس يراد التعبير عن مقاديرها بالأعداد

وعلى هذا فقياس الكمية أو تقويمها بالأعداد عبارة عن البحث عن عدد
مرات انحصار وحدة القياس في الكمية المذكورة

فإذا كان الغرض قياس طول خط مستقيم فيؤخذ طول اختياري ويجعل
وحدة القياس كالتوازي مثلا فإن كانت تلك الوحدة منحصرة بالتحقيق ٦ مرات

في الخط المفروض قيل أن طول هذا الخط المستقيم ٦ توازيات

وإذا أريد التعبير بالأعداد عن الخطوط أو السطوح أو الأجسام فيبحث عن
عدد مرات انحصار وحدة الخط أو السطح أو الجسم في الكمية التي يراد قياسها

وحيث اتخذه الطول الاختياري وجعل وحدة الخط أو وحدة السطح تكون
مربعا كل ضلع من أضلاعه يساوي وحدة الخط المذكورة ووحدة الجسم

هي مكعب كل ضلع من أضلاعه عبارة عن وحدة الخط وكل وجه من
وجوهه الستة عبارة عن وحدة السطح أو الوحدة المربعة

وبهذه الطريقة يتعلق كل من وحدة السطح والجسم بوحدة الطول

(٢٦٩) يظهر بموجب ما يبرهن في علم الهندسة • أولا • أن عدد وحدات
السطح المنحصرة في المثلث يتصل بضرب عدد وحدات القاعدة في عدد

وحدات الارتفاع

وينتج من ذلك أن عدد وحدات السطح المنحصرة في المربع يتصل بضربه
في عدد وحدات الخط المنحصرة في ضلع المربع • ثانيا • أن عدد الوحدات

المكعبة من أي متوازي المستطيلات القائم تكون بتأليف حاصل تكون

عوامله الثلاثة عبارة عن اعداد وحدات الخط المتحصرة في ثلاثة احرف
 متصلة من متوازي المستطيلات المذكور
 وينتج من ذلك ان عدد وحدات الحجم الداخلة في المكعب تتحصل بشكولين
 حاصل ضرب ثلاثة عوامل مساوية لعدد وحدات الخط المتحصرة في ضلع
 المكعب المذكور
 وترمز لهما لكل من الاقسية المربعة والمكعبة بمذنين الاقطين وهما ص ومك
 وعليه فنقول

تص

ان ٣ تدل على ٣ توازات مربعة او ٣ في التوازة المربعة

تص

وان ٢٧ ر ٠ تدل على ٢٧ من مائة من التوازة المربعة

تمك

وان ٥ تدل على ٥ توازات مكعبة او ٥ في التوازة المكعبة

غمك

وان ٦ تدل على ٦ خطوط مكعبة او ٦ في الخط المكعب

ممك

وان ٢٧ ر ٥ تدل على ٥ امتار مكعبة زائدة ٢٧ من مائة من المتر المكعب

• (الاقسية القديمة) •

• (اقسية السطح) •

(٢٧٠) ولاجل قياس اى سطح يبحث عن عدد وحدات انحصار الوحدة
 المربعة في السطح المذكور

وتقوم السطوح بالتوازات المربعة والاقدام المربعة والاصابع المربعة
 وهكذا

والتوازة المربعة هو سطح طوله توازة وعرضه مثل واحد حيث ان التوازة تعادل
 ٦ اقدام فالتوازة المربعة تعادل ٦ x ٦ اي ٣٦ قدما مربعا
 (كما في الصورة الاولى من غرة ٢٦٩) او ٣٦ في قدم مربع واحد حيث ان

القدم ينقسم الى اثني عشر اصبعاً فالقدم المربع يعادل ١٢×١٢ اي
 ١٤٤ اصبعاً مربعاً والاصبع المربع يتركب من ١٤٤ خطاً مربعاً وهكذا
 وفي قياس التوازن ينقسم ايضا التوازن المربع الى توازنات اقدم وتوازنات
 اصابع وهكذا اعني الى مستطيلات لها توازن في الطول وقدم او اصبع في العرض
 وهكذا

وعليه فيعادل التوازن المربع ٦ توازنات اقدم وتوازن القدم يعادل ١٢ توازن
 اصبع وهكذا

(اقبسة الحجم او الجسم)

ولا اجل قياس اي حجم كان يبحث عن عدد مرات انحصار وحدات الحجم
 او الوحدات المكعبة المحتوى عليها

وتقوم الاحجام بالتوازنات المكعبة والاقدام المكعبة وهكذا

وحيث ان التوازن يعادل ٦ اقدم فالتوازن المكعب يعادل $٦ \times ٦ \times ٦$
 اي ٢١٦ قدماً مكعباً (كافي الصورة الثانية من عمدة ٢٦٩) او ٢١٦ مكعباً
 ضلعه قدم

والقدم المكعب يعادل $١٢ \times ١٢ \times ١٢$ اي ١٧٢٨ اصبعاً مكعباً
 والاصبع المكعب يعادل ١٧٢٨ خطاً مكعباً وهكذا

وينقسم ايضا التوازن المكعب في قياس اخشاب العمارة الى توازنات قدم والى
 توازنات اصبع وهكذا اعني الى اجسام قاعدتها توازن واحد مربع وارتفاعها
 قدم او اصبع وهكذا

والتوازن المكعب يحتوى على ٦ توازنات توازنات اقدم ويعادل توازنات قدم
 ١٢ توازنات توازنات اصبع وهكذا

وفي بعض الاحيان تقوم اخشاب العمارة بالسليوه وهي شكل متوازي
 المستطيلات القائم الذي تختلف ابعاده غير انه يعادل دائماً ٥١٨٤ اصبعاً
 مكعباً

مثلاً السليوه التي تساوي ابعادها الثلاثة ١٤٤ اصبعاً و ٦ اصابع

و ٦ اصابع تحتوي على ١٤٤ $\times ٦ \times ٦$ اي ٥١٨٤
اصبعاً مكعباً (كافي الصورة الثانية من عمرة ٢٦٩)
والتوازن المكعب يعادل ٧٢ سليوله لانه كما التوازن الواحد يعادل
٧٢ اصبعاً فالتوازن المكعب يحتوي على $٧٢ \times ٧٢ \times ٧٢$ اي ٣٨٠١٨٤
صبعاً مكعباً

ولاجل قياس خشب الحريق يستعمل الكورد في باريس (في مصلحة المياه
والاجحات) والكورد الذي يعادل جلتين هو عبارة عن شكل متوازي
المستطيلات القائم الذي يكون عرض قاعدته $\frac{1}{3}$ اقدام ونصف (وهو
طول الاجزال) وطولها ٨ اقدام (وهذا ما يسمى بالطبقة)
وارتفاعها ٤ اقدام وهي تعادل عدداً من الاقدام المكعبة معبرا عنه بهذه
الصيغة $\frac{1}{3} \times ٨ \times ٤$ او $\frac{1}{3} \times ٨ \times ٤$ اي ١١٢
فان الكورد يعادل ١١٢ قدماً مكعباً

(اقبسة السعة المتعلقة بالموائع والحبوب)

الموید والبننة يستعملان لعمارة الموائع
وموید النيد بدينة باريس يعادل ٢٨٨ بنتة
وتكال المواد الجافة كالقمح بالسقي او السقيرو والبواسو والليرون وتعادل
السني ١٢ بواسو والبواسو ١٦ ليترونا وهناك بنتات وليترونات
مختلفة المقادير وقد يفرض عادة ان البنتة تعادل ٤٨ اصبعاً مكعباً وان
الليرون يحتوي على ٣٦ اصبعاً مكعباً ففي هذه الحالة موید النيد
صه مك

المركب من ٢٨٨ بنتة يعادل ٢٨٨ في ٤٨ او ٨ في ١٢
صه مك

$\times ١٢ \times ١٢$ او ٨ في قدم مكعب او مكعباً ضامه ادمان
والسني المركبة من ١٢ بواسو تعادل ١٢×١٢ ليترونا او ١٦×١٢
صه مك

$\times ٣٦$ او $١٢ \times ١٢ \times ١٢$ او ٤ في قدم مكعب

ص م م م

ص م م م

• (تنبيه) • تستعمل البتة ذات ٤٦ ر ٩٥ والبثرون ذو ٤٠ ر ٩٨ ٦٢ ٥٠
في مقابلة الاقيسة القديمة بالاقيسة الجديدة وقاعدة عشرة ١٠٩ وسهلة
في تحويل الوحدات المربعة أو المكعبة الى وحدات اصغرا وأكبر من ذلك

ص م

ولاجل تحويل ١٢ ر ٠ الى اقدم مربعة يلاحظ انه لما كان التواز
المربع يعادل ٣٦ قدما مربعة فيكن ضرب ١٢ ر ٠ في ٣٦ أوفى ٦

ص م

× ٦ وبذلك يحصل ٣٢ ر ٤

ص م

ويقوم الجزء الاعشارى الذى هو ٣٢ ر ٠ باصابع مربعة بضرب ٣٢ ر ٠

ص م

ص م م

ص م

في ١٢ × ١٢ لان ١ = ١٢ × ١٢ وبذلك يظهر أن ٣٢ ر ٠

ص م م

ص م

ص م

ص م م

تعادل ٠٨ ر ٤٦ فاذن ١٢ ر ٠ تعادل ٤ ٤٦٠ +

ص م

يتم من الاصابع المربعة وبالعكس أعني انه لاجل تحويل ٤٣٢ ر ٠ الى

ص م

وحدات مربعة بقسم ٤٣٢ ر ٠ على ٣٦ فيحصل من ذلك ١٢ ر ٠

• (الاقيسة الجديدة) •

• (اقيسة السطح) •

(٣٧١) حيث ان المتر يعادل ١٠ ديسيمترات أو ١٠٠ سنتيمتر

وهكذا فالتر المربع يعادل ١٠٠ ديسيمتر مربع أو ١٠٠٠٠ سنتيمتر

مربع وهكذا فعلى هذا كل جزء من مائة من المتر المربع يعادل ديسيمتر مربع

وكل جزء من عشرة الاف من المتر المربع يعادل سنتيمتر مربع وهكذا

فبناء على هذا • أولا • لاجل تحويل أى عدد كان من الامتار المربعة الى

ديسيمترات مربعة أو الى سنتيمترات مربعة وهكذا يكن ضرب هذا العدد

في ١٠٠ ١٠٠٠٠ وفي ١٠٠٠٠٠ وهكذا وهذا يؤول الى تقديم الشرطة برقين
أو أربعة وهكذا جهة عين العدد المقروض

ديسمتر

م

فعلى هذا ٧٨٩٢ ر ٣٤٥ تعادل ٩٢ ر ٣٤٥٧٨

أو ٣٤٥٧٨٩٢ ستمتر مربع أو ٣٤٥٧٨٩٢٠٠ ميلتر مربع
ثانيا لاجل تقويم الجزء الاشارى من عدد الامتار المربعة الى ديسيمترات
مربعة وستيمترات مربعة وهكذا يكتفى تقسيم هذا الجزء الى فواصل كل فاصلة
رقمان بالابتداء من الشرطة واذ لم يكن للفاصلة الاخيرة الارقم واحد فضع
صفرا على يمينها فتدل الفاصلة الاولى على الديسمترات المربعة والثانية على
الستيمترات المربعة والثالثة على الميلترات المربعة وهكذا فان عدد

م

٣٤٥ ر مثلا الدال على ٣٤٥ جزأ من ألف من المتر المربع يعادل

٣٤ ديسيمتر مربع أو ٥٠ ستمتر مربع

* (تنبيه) الديسمتر المربع يعادل ١٠٠ ستمتر مربع والديكامتري المربع

يعادل ١٠٠ متر مربع وهكذا

والا ربعا دال ١٠٠ متر مربع والا يكتار يعادل ١٠٠٠٠ متر مربع

وعليه فلاجل تحويل الامتار المربعة الى آرات أو الى ايكارات يكتفى قسمة

العدد المقروض على ١٠٠ أو على ١٠٠٠٠ فيؤول ذلك الى تقديم

الشرطة برقين أو بأربعة ارقام جهة اليسار (كما في الصورة الثالثة من

غرة ٩٦)

ايكتار

آر

م

فعلى هذا ٦٢٧٤٠ ر ٧٤٥ تعادل ٦٢ ر ٦٢٧٤٠٠

وبالعكس فتؤول الآرات والا يكتارات الى امتار مربعة وذلك بتقديم الشرطة

برقين أو بأربعة جهة عين العدد المقروض

ايكتار

م

آر

مثلا ٧٤٥ ر ٦٢ تعادل ٥ ر ٦٢٧٤٠ و ٢٣٤٥٦٨ ر ٧

تعادل

م

تبادل ٦٨ و ٧٢٣٤٥

(اقبسة الحجم أو الجسم)

حيث ان المتر يعادل ١٠ دسمترات او ١٠٠ سنتيمترات فالترامكعب يعادل ١٠٠٠ دسمتر مكعب او ١٠٠٠٠٠٠ من السانتيترات المكعبة الخ فحينئذ كل جزء من الف جزء من المتر المكعب يعادل دسمترامكعبا وكل جزء من مليون من المتر المكعب يعادل سنتيمترامكعبا وهكذا او ينبغي على هذا امران

أحدهما يكفي في تحويل أى عدد من الامتار المكعبة الى دسمترات مكعبة او سنتيمترات مكعبة الخ أن تضرب هذا العدد في ١٠٠٠ أو ١٠٠٠٠٠٠ الخ وذلك عبارة عن كونك تقدم الشرطة ثلاث خانات أو ستا وهكذا جهة عين العدد المفروض

دسمتر مك

م مك

مثلا عدد ٣٤٢٥٦٧ يعادل ٧ و ٣٤٢٥٦ اى ٣٤٢٥٦٧٠٠ سنتيمتر مكعب

ثانيهما يكفي في تقويم الجزء الاعشارى من عدة امتار مكعبة بدسمترات مكعبة وسنتيمترات مكعبة وهكذا أن تقسم الجزء المذكور الى فواصل كل فاصلة ثلاثة ارقام مبتدئا من الشرطة ومتقطعا الى الفاصلة الاخيرة فان لم تكن الارقام اوراقين وضعت على يمينها صفرين أو صفرا فالفاصلة الاولى تدل على الدسمترات المكعبة والثانية على السنتيمترات المكعبة وهكذا

م مك

مثلا عدد ٣٤٥٦٧ الدال على ٣٤٥٦٧ جزءا من مائة ألف من المتر المكعب يعادل ٣٤٥ دسمترامكعبا زائدة ٦٧٠ سنتيمترامكعبا

م مك

مكعبا وعدد ٣٤٥٦٧٨٩ يعادل ٢٨ مترامكعبا زائدة ٦٧٨ دسمترامكعبا زائدة ٩٠٠ سنتيمترامكعب

عبارة عن القدم المربع وإذا قسمت هذا الخارج ج على ١٤٤ فخرج هذه
القسمة هو عبارة عن الاصبع المربع وهكذا
ويكفي في التعبير عن المتر المربع بأقدام مربعة واصابع مربعة وهكذا أن نحول
تص

عدد ٢٦٣٢٤ ر • الذي هو قيمة المتر المربع الى اقدم مربعة واصابع
مربعة وهكذا ويكون ذلك بضربه اولا في ٣٦ ثم في ١٤٤ وهكذا

ففي هذه الطريقة ترى أن ١ = ١٠٥٥٢٠٦٥ ر • وهكذا من
تص

الاعداد الاعشارية وأن ١ = ٠٠٠٠٧٣٢٧٨ ر • وهكذا من
تص

الاعداد الاعشارية وأن ١ = ٠٢٦٣٢٤٤٩٢ ر • وهكذا
تص

من الاعداد الاعشارية = ٤٧٦٨١٧٤٦ ر ٩ وهكذا من
تص

الاعداد الاعشارية = ١٣٦٤٦٦١٧١٤٤٠ ر • وهكذا من
تص

الاعداد الاعشارية

المادة الثانية لاجل تقويم الهنداسة المربعة بالامتار المربعة وتقويم المتر
المربع بهنداسات مربعة تلاحظ أن

هنداسة

١ = ١٨٨٤٤٦١١٥٨٩٦ ر ١ • وهكذا من الاعداد الاعشارية

هنداسة

١ = ٨٤١٤٣٤٨ ر • وهكذا من الاعداد الاعشارية

(كما في الصورة الثانية من غرة ١٢٣)

فاذا ألقت مربع عدد ١٨٨٤٤٦١١٥٨٩٦ ر ١ • وهكذا من الاعداد

الاعشارية ومربع عدد ٨٤١٤٣٤٨ ر • وهكذا من الاعداد الاعشارية

المادة الرابعة القصة المربعة الأفرنجية (في مصلحة الأجوات والمياه) تعادل
٤٨٤ قدما مربعا

متر مربع

وحيث ان القدم المربع $= ١٠٥٥٢.٦٥$ د. وهكذا من الأعداد
الاعشارية قبضرب ١٠٥٥٢.٦٥ د. وهكذا من الأعداد الاعشارية

متر مربع

في ٤٨٤ ترى ان القصة المربعة (في مصلحة الأجوات والمياه) $= ١٥٠٧١٩$ د.
آ

وهكذا من الأعداد الاعشارية $= ٥١٠٧١٩$ د. وهكذا من الأعداد
الاعشارية

وذلك لانه يلزم لكل ا. ١٠٠ متر مربع

وحيث ان القدان ١٠٠ قصة فالقدان (في الأجوات والمياه) يعادل
ايتكار

٥١٠٧١٩ د. وهكذا من الأعداد الاعشارية

واذا قسمت الوحدة على ٥١٠٧٢ د. وجدت ان الاثر

قصة مربعة أجوات ومياه

$= ١٩٥٨٠٢$ د. وهكذا من الأعداد الاعشارية

قدان أجوات ومياه

والايتكار $= ١٩٥٨٠٢$ د. وهكذا من الأعداد

الاعشارية

المادة الخامسة حيث ان القصة المربعة في مدينة باريس ٣٢٤ قدما مربعا

فقيمتها بالآرات اوقية القدان بالابتكارات هي ٣٤١٨٨٩٦ د. وهكذا

من الأعداد الاعشارية وقية الآ وبالقصبات المربعة وكذلك قيمة الابتكار

بالقددين الباريسية هي $\frac{١}{٣٤١٨٨٦٩}$ د. وهكذا من الأعداد الاعشارية

وهي تقر يا $\frac{١}{٣٤١٨٨٧}$ د. او ٩٢٤٩٤٣ د. وهكذا من الأعداد الاعشارية

• (اقبسة الطجم والسعة) •

يجرى في إيجاد نسب اقيسة الحجم والسعة قديمة كانت او جديدة ما جرى في اقيسة
السطح وانما يمكن هنا تركيب مكعبات بدلا عن المربعات وذلك بضرب المربعات
(المحصلة في السطوح) في القوى الاولى
مثلا اذا أردت إيجاد قيمة التوازن المكعب بالامتار المكعبة فلاحظ أنه

م

حيث كان التوازن المربع يساوي ٣٨٢٦٣٤٨ ٧٩٨٧٤٣ ر ٣ وهكذا
من الاعداد العشرية (كما سبق) فيكن ضرب تلك القيمة في قيمة التوازن
بالامتار أعني في ١٢٩٦٣ ١٢٩٦٣ ٣٦٥٩١٢ ر ١ وهكذا من الاعداد
العشرية وتوصل بالعمل على هذا الوجه الى هذه النتائج وهي

تمك

تمك

اولا ١ = ٨٣ ٣٤٣ ٠٣٨٩ ٠٤٠ ر ٧ وهكذا من الاعداد العشرية

تمك

تمك

و ١ = ٩٤٦ ٨٩٤ ١٢٤ ٠٦٤١٣٥٠ ر ٠ وهكذا من الاعداد العشرية

تمك

تمك

و ١ = ٠٦ ١٠٦ ٢٧٠ ٢٧٧٢٤٢٠ ر ٠ وهكذا من الاعداد العشرية

تمك

تمك

و ١ = ٨٥١ ١٧٣ ٢٩٠ ر ٠ وهكذا من الاعداد العشرية

تمك

تمك

و ١ = ٨٢ ٢٣٨٢ ١٩٨٣٦٣٠٠ ر ٩ وهكذا من الاعداد العشرية

تمك

تمك

و ١ = ٤١٦ ٤١٢ ٥٠٤ ر ٠ وهكذا من الاعداد العشرية

فأيا حيث ان كورد الاخشاب (في مصطلح الاجات والمياه) يعادل ١١٢ قدما

تمك

مكعبا قال كورد الواحد = ٨٢٩٠٥ ر ٣ وهكذا من الاعداد العشرية

كورد

ستير

او ٨٣٩٠٥ ر ٣ وهكذا من الاعداد العشرية والستير = ٤٨ ٢٦٠ ر ٠

وهكذا من الاعداد العشرية

فالسوليو الواحد = ١٠٢٨٣١٨ ر. و هكذا من الاعداد الاعشارية
ممك سوليو

رابعاً الباتة تعادل ٤٦٩٥ وحيث ان قيمة الاصبع المكعب المعبّر عنها
باجزاء من المتر المكعب معروفة فيسمل تحصيلها باجزاء من اللتر لان اللتر يعادل
دس مترا مكعبا وعليه فيجد

لتر = ٠٧٣٧٤٦٨٨ رائة و كذا من الاعداد العشرية

و ۱ = ۳۷۲۸۲۸ و ۰ و هكذا من الاعداد الاعشارية موي

ليترون ليتر
 ١ = ١٨٩ · ٨١٣ · ٠
 وهذا من الاعداد الاعشارية

بواسو ليترون ليترون
 $1 = 16 = 130.083.03$ وهكذا من الاعداد الاعشارية

و ا لتر = ٠٧٦٨٧٣٩ ر. و كذا من الاعداد الاعشارية بواسو

ستيه بواسو ايكثوليتز
 $1 = 12 = 106099$ وهكذا من الاعداد الاعشارية
 ايكثوليتز ستيه
 $1 = 0.616066$ وهكذا من الاعداد الاعشارية

صدمك

*(تنبيهه) مقتضى النتائج المقدمة ان الباتة تعادل ٤٦٩٥
 صدمك

وان الليترون يعادل ٤٠٩٨٦٢٥ وهي القواعد التي جرى عليها
 العمل في تأسيس طريقة الاقيسة الجديدة لاجل تعيين النسب والعلاقات بين
 اقيسة السعة القديمة والجديدة وقد اخطأ كثير من المؤلفين في فرضهم ان
 الباتة ٤٨ اصبعامكعبا والليترون ٣٦ اصبعامكعبا
 (مسائل تتعلق بالاقيسة القديمة والجديدة)

(٢٧٣) المسئلة الاولى اذا فرضنا ان ثمن ٩ هنداسات من القماش
 ل حل و

الذي عرضه $\frac{7}{8}$ هو ١٣ و ٦ و ٨ فثمن ٧ امتار من القماش
 ل حل و

الذي عرضه $\frac{9}{8}$ فالجواب ان يقال حيث ان ١٣ و ٦ و ٨ تعادل
 فرنك

١٣١٦٨٦ تقريباً فثمن ٩ هنداسات من القماش الذي عرضه $\frac{7}{8}$ يعادل
 فرنك

١٣١٦٨٦ وعليه فثمن الهنداسة من القماش الذي عرضه $\frac{7}{8}$ يعادل
 فرنك

$\frac{131686}{7 \times 9}$ و ثمن الهنداسة من القماش الذي عرضه $\frac{1}{8}$ يعادل $\frac{131686}{7 \times 9}$
 و ثمن الهنداسة من القماش الذي عرضه $\frac{1}{8}$ أعني الهنداسة المربعة يعادل
 فرنك

$$\frac{8 \times 131686}{7 \times 9}$$

م

وحيث ان ثمن الهنداسة المربعة يعادل تقريبا ١٤١٢٤ (كما سبق)

فرنك

م

فعدد ١٤١٢٤ يعادل $\frac{٨ \times ١٣١٦٨٦}{٧ \times ٩}$

فرنك

وحيث ان ثمن المتر المربع اي الذي عرضه $\frac{٨}{٨}$ يعادل $\frac{٨ \times ١٣١٦٨٦}{١٤١٢٤ \times ٧ \times ٩}$

فرنك

اي $\frac{٨ \times ١٣١٦٨٦}{٧ \times ٩ \times ١٤١٢٤}$

فرنك

ويستنتج من ذلك ان ١ م معارضه $\frac{١}{٨}$ يعادل ثمن $\frac{٨ \times ١٣١٦٨٦}{٧ \times ٩ \times ١٤١٢٤}$

فرنك

اي $\frac{١٣١٦٨٦}{٧ \times ٩ \times ١٤١٢٤}$ وأن ١ م معارضه $\frac{٥}{٨}$ يعادل ٥ في $\frac{١٣١٦٨٦}{٧ \times ٩ \times ١٤١٢٤}$

فرنك

اي $\frac{٥ \times ١٣١٦٨٦}{٧ \times ٩ \times ١٤١٢٤}$ فاذن السبعة امتار معارضه $\frac{٥}{٨}$ تعادل ٧ في

فرنك

فرنك

فرنك

اي $\frac{٥ \times ١٣١٦٨٦}{٧ \times ٩ \times ١٤١٢٤}$ اي $\frac{٥ \times ١٣١٦٨٦}{٩ \times ١٤١٢٤}$ اي ١٧ و٥ وهكذا من الاعداد الاعشارية

م

* (المسئلة الثانية) * المطلوب ايجاد زنة ١٠٢٤ ر. من الماء

(والمراد هنا الماء المقطر) فيقال ان الكيلوغرام او اللور الاعشاري يدل على زنة

ليتر من الماء المقطر وذلك لانها كان الكيلوغرام الواحد معادلا ١٠٠٠ غرام

كان ايضا معادلا لزنة ١٠٠٠ ستيتر مكعب من الماء وكل ١٠٠٠

ستيتر مكعب يتركب منها دسيتر مكعب اوليتر واحد

وحيث ان الدسيتر المكعب من الماء المقطر يزن كيلوغراما فيكفي تحويل

دسيتر مك

م

١٠٢٤ ر. الى دسيترات مكعبة وهذا يعطى ١٠٢٤

كيلوغرام .

فاذن تكون الزنة المطلوبة هي ١٠٢٤

(المسئلة الثالثة) * اذا فرضنا مقدار من الماء المقطر يعادل زنة

لور اوقية درهم

٢٠ و ١٤ و ٥٦ فما يكون هذا المقدار

لور اوقية درهم

فالجواب أن يقال يحول هذا العدد أعني ٢٠ و ١٤ و ٥٦

كيلوغرام

الى كيلوغرامات فيحصل من ذلك ١٠٢٣٩ وهكذا من الاعداد

الاعشارية وحيث ان كل كيلوغرام عبارة عن زنة دسيميتر مكعب من الماء

دسيميتر

المقطر فالقدار المطلوب حيث نذهب ١٠٢٣٩ مكعب وهكذا من

ممك

الاعداد الاعشارية او ١٠٢٣٩ و ٠١٠٢٣٩ وهكذا من الاعداد الاعشارية

ممك

فهو تقريبا ١٠٢٤

(تنبيه يتعلق بالمسئلة السابعة من الباب التاسع) *

(٢٧٤) بعد أن توول المسئلة المفروضة الى تقسيم ٧٨٠٠ الى ثلاث

حصص مستوفية اهم هذه الشروط يعني أنهما تكون على هذين التناسيين

الرموز اليهما بهذه العلامة (١) وهما الحصة الاولى : الثانية :: ٢ : ٣

والحصة الاولى : الثالثة :: ٥ : ٧ برمز للحصة الاولى بحرف سـ

فينتج من تناسب (١) أن الحصة الثانية = $\frac{٢}{٥}$ سـ والحصة الثالثة = $\frac{٣}{٥}$ سـ

سـ فيكون حيث مجموع الحصص الثلاثة = $\frac{٢}{٥}$ سـ + $\frac{٣}{٥}$ سـ = سـ مكررة

عدة مرات ليعبر عنها بالصورة ١ + $\frac{٢}{٥}$ + $\frac{٣}{٥}$ وحيث ان ١ + $\frac{٢}{٥}$ + $\frac{٣}{٥}$

= $\frac{١٠}{٥}$ وان مجموع الحصص الثلاثة يلزم أن يكون مساويا ٧٨٠٠

فعدد $\frac{١٠}{٥}$ من سـ = ٧٨٠٠ فينتج من ذلك أن $\frac{١}{٥}$ من سـ

$\frac{7800}{39} = 200$ وان سره $= 10$ في $200 = 2000$

وعليه فتكون الحصة الاولى 2000 والثانية $\frac{2}{3}$ من 2000 اي

3000 والثالثة $\frac{1}{3}$ من 2000 اي 2800

وبمثل هذه الطريقة يمكن حل المسئلة السادسة من الباب المذكور

* (تنبيه يتعلق بالطرق المختلفة المستعملة في العدية) *

(٢٧٥) قد سبق (في غمرة ٤) انه يكفي في كتابة جميع الاعداد الصحيحة

بالارقام العشرة انهم اصطلموا على أن أرقام اي عدد كان متى تقدمت بالتوالي

من منزلتها الى الجهة اليسرى من ذلك العدد دلت على آحاد تزيد عما كانت

تدل عليه بعشر مرات (بمعنى انك اذا نقلت أرقام الاعداد من منزلتها الى

منزلة العشرات دلت تلك الارقام على آحاد العشرات فاذا نقلت العشرات من

منزلتها الى منزلة المئات دلت تلك الارقام على آحاد المئات وهكذا)

ولامانع من الاصطلاح على طرق أخرى للعدية بمعنى أن كتابة جميع الاعداد

تسكون بأرقام اكثر من العشرات أو اقل فبالقياس على ما سبق يصطلح على أن

أرقام اي عدد كان متى تقدمت بالتوالي من منزلتها الى الجهة اليسرى من

ذلك العدد دلت على آحاد تزيد عما كانت عليه بقدر الارقام الموجودة

في الطريقة التي اصطلم عليها ويكون أساس طريقة العدية هو عدد الارقام

المتراكبة منها تلك الطريقة

وايما كان الأساس فالرقم الاول من العدد بالابتداء من الجهة اليمنى يدل

على الآحاد البسيطة اي آحاد المنزلة الاولى والثاني على آحاد المنزلة الثانية

والثالث على آحاد المنزلة الثالثة وهكذا وكل واحد من المنزلة الاولى يعادل ١

وكل واحد من المنزلة الثانية يعادل الأساس و— كل واحد من المنزلة الثالثة

يعادل قوة الأساس الثانية وبالجملة فكل واحد من منزلة معينة يساوي

الأساس مرفوعا الى قوة يرمز اليها بالعدد الدال على منزلة ذلك الواحد ناقصة

واحد

* (الطريقة الاثنا عشرية) *

(٢٧٦) لاجل تقرير المعاني والتصورات الذهبية تعتبر هذه الطريقة مركبة من اثني عشر رقما ولذا سميت بالطريقة الاثني عشرية وارقامها الاحد عشر الاولى هي

١ ٢ ٣ ٤ ٥ ٦ ٧ ٨ ٩ ١٠ ١١ ١٢

والاعداد ان لم توضع بين قوسين وضعت بالطريقة العشرية واذا اريد وضع العدد بالطريقة الاثني عشرية وضع بين قوسين

ويكنى في كتابة جميع الاعداد العجيبة التي تزيد على احدى عشر أن يصطلح على أن أرقام أي عدد كان اذا تقدمت بالتوالي من منزلتها الى الجهة اليسرى من ذلك العدد دلت على آحاد تزيد عما كانت تدل عليه باثني عشرة مرة فعلى ذلك اذا ابتدأت من عين أي عدد فكل واحد من المنازل الاولى يعادل ١ وكل واحد من المنازل الثانية يعادل ١٢ وكل واحد من المنازل الثالثة يعادل ١٤٤ اي ١٢ اي ١٢ وكل واحد من المنازل الرابعة يعادل ١٧٢٨ اي ١٢ وكل واحد من المنازل الخامسة يعادل ٢٠٧٣٦ اي ١٢

فان اعداد (١٠) و (١٠٠) و (١٠٠٠) و (١٠٠٠٠) وهكذا تعادل ١٢ و ١٤٤ و ١٧٢٨ و ٢٠٧٣٦ وهكذا في بناء على ذلك اذا أضفت واحدا الى احدى عشر فحصل معك عدد (١٠) فاذا أردت أن تكتب اعداد ثلاثة عشر وأربعة عشر وهكذا الى ثلاثة وعشرين فانك تعوض على التوالي صفر عدد (١٠) بكل من الارقام الاحد عشر المعنوية وهي ١ و ٢ و ٣ وهكذا الى ويا

وحيث ان عدد (يا) الذي يعادل ثلاثة وعشرين من كتاب من اثني عشر ومن احدى عشر آحادا فزيادة ١ عليه يحصل معك اربعة وعشرون

وهو مركب من اثني عشر مضاعفة ويوضع هكذا (٢٠) وإذا عوّضت الصفر
برقم من الأرقام الاحدى عشرة المعنوية تحصلت الاحدى عشرة الصحيحة
الواقعة بين الاثني عشرة المضاعفة مرة اى أربعة وعشرين والاثني عشرة
المضاعفة مرتين اى ستة وثلاثين وإذا استمرت على هذه الكيفية وصلت
الى عدد (يايا) المركب من اثني عشر مكررة احدى عشرة مرة زائدة

احد عشر فهو يساوى $11 \times 12 + 11$ اى يساوى ١٤٣

وبهذه الكيفية يكتب بواسطة رقمين جميع الاعداد الواقعة بين احد عشر
ومائة وأربعة وأربعين فإذا أضفت الواحد الى عدد (يايا) تحصل معك
مائة وأربعة وأربعون وهى تعادل اثني عشر مكررة اثني عشرة مرة وتكتب
هكذا (١٠٠) وإذا عوّضت أرقام هذا العدد الأخير على التوالى برقم
من الأرقام الاحدى عشرة المعنوية توصلت بذلك الى كتابة جميع الاعداد
الواقعة بين ١٤٤ و ١٧٢٨ وهلم جرا

• (تنبيهان) • الاول يكفى في ضرب اى عدد صحيح فى (١٠) أو (١٠٠)
أو (١٠٠٠) الخ أن تضع على يمين ذلك العدد صفراً أو صفرين أو ثلاثة الخ
ويكفى في قسمة اى عدد صحيح منه بأصغار على (١٠) أو (١٠٠) أو (١٠٠٠)
أن تحذف من جهة يمينه صفراً أو صفرين أو ثلاثة الخ

• (التنبيه الثانى) • اذا لم يكن رقم آحاد العدد الصحيح المكتوب بالطريقة
الاثني عشرية صفراً فالعدد المذكور لا يقبل القسمة على الأساس الذى
هو (١٠) وذلك لان العدد المفروض لما كان يتصل الى جزأين احدهما
ينتهي بصفر فيقبل القسمة على (١٠) وثانيهما وهو رقم الآحاد لا يقبل
القسمة على (١٠) نتج من القاعدة المقررة فى الخاصية السابعة من عمدة ٤٠
أن العدد المفروض لا يقبل القسمة على (١٠)

مثلا عدد (٢٣٧) لا يقبل القسمة على (١٠) لانه يتصل الى جزأين وهما
(٢٣٠) و ٧ أولهما يقبل القسمة على (١٠) والثانى لا يقبلها
(٢٧٧) اذا كان العدد الصحيح مكتوباً بالطريقة الاثني عشرية وأردت

كاتبه بالطريقة العشرية فاضرب الرقم الاول من الجهة اليمنى في ١ والثاني

في الاساس الذي هو ١٢ والثالث في ١٢^٢ اى ١٤٤ والرابع في ١٢^٣

اى ١٧٢٨ والخامس في ١٢^٤ اى ٢٠٧٣٦ وهكذا حتى

توصل الى رقم الآحاد العليا فجمع هذه الحواصل هو العدد المطلوب

مثلا (٣٥٠) = $١٤٤ \times ١٠ + ١٢ \times ٣ + ٥ = ١٤٨١$

(٢٧٨) اذا كان العدد مكتوبا بالطريقة العشرية وأردت كتابته بالطريقة

الاثنى عشرية فاقسمه على ١٢ ومابقى بعد القسمة هو أول رقم من بين

العدد المطلوب وخارج القسمة يدل على اثنى عشرات أعنى على آحاد من المنزلة

الثانية فاذا قسمت هذا الخارج على ١٢ فالباقي هو ثاني رقم من العدد

المطلوب والخارج يدل على آحاد المنزلة الثالثة واذا استمرت هكذا في العمل

توصلت الى خارج قسمة أقل من ١٢ وهو الرقم الاخير من العدد المطلوب

وذلك ناتج من أن كل اثنى عشر آحادا من اى منزلة كانت في الطريقة

الاثنى عشرية تعادل واحدا من المنزلة التى فوقها مباشرة

مثلا اذا كان المطلوب كتابة عدد ١٤٨١ بالطريقة الاثنى عشرية فاقسم

هذا العدد على ١٢ يحصل معك باق قدره ٥ وخارج قسمة قدره

١٢٣ فاذا قسمت ١٢٣ على ١٢ كان الباقي ٣ وخارج القسمة

١ وبذلك يكون العدد المطلوب (٣٥٠)

(٢٧٩) اذا أردت قراءة عدد مكتوب بالطريقة الاثنى عشرية

فاكتبه بالطريقة العشرية (كفى غمرة ٢٧٧) ثم اقرأ العدد الاخير

بموجب قاعدة غمرة ٦

(٢٨٠) ما ذكرناه من الطرق في اجراء عملية الاعداد المكتوبة بالطريقة

العشرية يجرى ايضا في الطريقة الاثنى عشرية وانما الفرق بينهما ان الاساس

في الطريقة الاثنى عشرية اثناء عشر فلا بد من اثنى عشر آحادا من اى منزلة

حتى يتركب واحد من المنزلة التى فوقها مباشرة

مضارب المقسوم عليه	(يا ٣) مقسوم عليه	ج (٢٣٨٣٢)
(٢٣٥) = ٧ × (يا ٣) (٧ ي) = ٢ × (يا ٣)	(٧٠ ي) خارج القسمة	(٢٣٥)
(٢٧٤) = ٨ × (يا ٣) (٩ يا) = ٣ × (يا ٣)		(٠٣٣)
(٢١٣) = ٩ × (يا ٣) (١٢٨) = ٤ × (يا ٣)		(٣٣٢)
(٣٣٢) = ٥ × (يا ٣) (١٧٧) = ٥ × (يا ٣)		(٣٣٢)
(٣٧١) = ٦ × (يا ٣) (١١٦) = ٦ × (يا ٣)		(٠٠٠٠٠)

وذلك بان تكون اول احو اصل المقسوم عليه وهو (يا ٣) بكل عدد من الاعداد ذات الرقم الواحد فترى حينئذ المقسوم الاول الجزئي وهو (٢٣٨) واقعا بين (٢٣٥) و (٢٧٤) أعني بين (يا ٣) × ٧ و (يا ٣) × ٨ فيكون اول رقم من يسار خارج القسمة هو ٧ فتطرح (٢٣٥) من (٢٣٨) فالباقي وهو ٣ تنزل على يمينه رقم ٣ الموضوع بعد ارقام المقسوم الاول الجزئي وحيث ان المقسوم الثاني الجزئي الناتج وهو (٣٣) أصغر من المقسوم عليه فالرقم المقابل له من خارج القسمة صفر فتزل على يمين (٣٣) رقم ٢ الذي هو آخر رقم من ارقام المقسوم وحيث ان المقسوم الثالث الجزئي وهو (٣٣٢) هو حاصل ضرب (يا ٣) × ٥ فالرقم المقابل له من خارج القسمة هو ٥ فاطرح (٣٣٢) من (٣٣٢) فالباقي وهو صفر يدل على ان خارج القسمة وهو (٧٠ ي) صحيح وتجري هذا موازين القواعد الاربعة كما في الطريقة العشرية (راجع غمرة ١٠

و ١٣ و ٢٢ و ٣٣)

(٢٨١) ماذكرناه في الباب الثاني والثالث من مسائل العلم يطبق على الطريقة الاثنى عشرية مع تعويض اساس عشرة بأساس اثني عشر * ويبنى على ذلك اربع صور

*(الصورة الاولى) * حيث ان ارقام اى عدد كان من الطريقة الاثنى عشرية اذا تقدمت من منزلتها الى الجهة اليمنى من ذلك العدد دلت على احاد اصغر

* (أمثلة الجمع) *

(٢٣٥ ر ٢٣)	(٢٣ ر ٢٣)	(٥٠ ر ٠٠٠ ياي)
(٤٣٧)	(٧٠ ر ٨٤٥)	(٤٨٩ ر ٢٣٤٦)
(٦٠ ر ٦)	(٥٠ ر ٢٣٠)	(٩٧ ر ٥٦٣٢٠)
(٤٠ ر ٤)	(٨٠ ر ٩٠٠٠)	(٤٧ ر ٨٩٠٠٠)
(٨١ ر ١)	(٣٢٠ ر ٣٥٤)	(٢١٨٤ ر ٥٧٥٥)

المجموع

* (أمثلة الطرح) *

(٩٠٠٠ ر ٠٠٠٢)	(٩٠٠٠ ر ٤٠٠٠)	(٩٨٧ ر ٩٨٧)
(٨٧٨٥ ر ٦٧٤)	(٨٢٣٤ ر ٧٢٧)	(٣٧٥ ر ٧١٢)
(٤٣٦ ر ٥٤٤)	(٩٨٧٩ ر ٨١٩)	(٧٢٣ ر ٢٧٥)

* (أمثلة الضرب) *

(١١ ر ٣)	(٤٧ ر ٨)	المضروب
(٤٧ ر ٨)	(١١ ر ٣)	المضروب فيه
(٨٥ ر ٣٤)	(٤٣٣٠ ر ٨٤)	
(١٠٢٧٠ ر ١٠)	(٣٧١٨٨٠ ر ٣)	
(١٣١٢٠٠ ر ١١)	(١١٨٠٠٠ ر ١١)	
(٧٩٣٤٥٠٠٠ ر ٤٧)	(٨٠٠٠ ر ٤٧)	
(٤٥٣٧٨٠٠٠٠ ر ٤٧)	(٨٠٠٠ ر ٤٧)	
(٥٢١١٢١٢٩٤٤ ر ٥٢١١٢١٢٩٤٤)	(٥٢١١٢١٢٩٤٤ ر ٥٢١١٢١٢٩٤٤)	الحاصل

* (مثال القسمة) *

المطلوب تفصيل خارج قسمة (٢٣٨ ر ٣٢) على (٣ ر ٣)
فاضرب كلا من المقسوم والمقسوم عليه في (١٠٠) ولا يتغير بذلك
خارج القسمة كما في مرة ٣٥ وبهذه الكيفية تؤل المسئلة الى قسمة
(٢٣٨٣٢) على (٣٠ ياي) وهذه صورة العملية

فبعد أن تكون مضارب المقسوم عليه ترى المقسوم الاول الجزئي وهو
(٢٣٨٣) واقعا بين (٢٣٥٠) و (٢٧٤٠) اعني بين (٣٠ يا) و
 $٧ \times (٣٠ يا)$ فيكون اول رقم من خارج القسمة هو ٧
فاطرح (٢٣٥٠) من (٢٣٨٣) ونزل على بين الباقي رقم ٢
الذي هو آخر رقم من ارقام المقسوم ومن ذلك يحدث المقسوم الثاني الجزئي
وهو (٣٣٢) وسيت ان هذا المقسوم الجزئي اصغر من المقسوم عليه
فالرقم الثاني من خارج القسمة الدال على الاتحاد يكون صفرا وعليه فالجزء
الصحيح من خارج القسمة هو (٧٠) والباقي هو (٣٣٢) ولأجل ايجاد
الارقام الاخرى من خارج القسمة اقسم (٣٣٢) على (٣٠ يا)
كما في قاعدة نمرة ١٠١ بأن تضرب لتوالي كل باقي (١٠)
وذلك عبارة عن وضع صفر على بين كل باق وبقسمة (٣٣٢٠) على (٣٠ يا)
يتحصل خارج القسمة وهو ٧٠ والباقي صفر فخارج القسمة الحقيقي من
قسمة (٢٣٨٣/٣٢) على (٣٠ يا) هو (٧٠) هو

واذا طبقت بتطير هذه الكيفية قاعدة نمرة ١٠١ على الطريقة الاثني عشرية وجدت $(\frac{7}{3..}) = (٠.٢٤) و (\frac{7}{3..}) = (٠.٢٦)$ و $(\frac{27}{11..}) = (٠.٢٧٢٧٢٧) وهكذا من الاعداد الاعشارية$ و $(\frac{7}{5..}) = (١.٤٩٧٢٤٩٧٢) وهكذا من الاعداد الاعشارية$

$$\left(\frac{765354}{111111} \right) = (80136767) \text{ وهكذا من الاعداد الاعشارية}$$

$$\left(\frac{124}{111111} \right) = (000130707) \text{ وهكذا من الاعداد الاعشارية}$$

واذا عكست بأن طبقت قواعد نمرة ١٠٢ على الطريقة الاثنى عشرية رأيت (٢٧٢٧٢٧) وهكذا من الاعداد الاعشارية

$$\left(\frac{27}{111} \right) = (80136767) \text{ وهكذا من الاعداد الاعشارية}$$

$$\frac{(765354)}{(111111)} = \frac{(8013) - (801367)}{(111111)} = (00013070707) \text{ و}$$

$$\frac{(124)}{(111111)} = \frac{(13) - (1307)}{(111111)} = (00013070707) \text{ وهكذا من الاعداد الاعشارية}$$

$$1 = \left(\frac{1}{1} \right) = (111111) \text{ وهكذا من الاعداد الاعشارية}$$

$$0.1 = \left(\frac{1}{10} \right) = (011111) \text{ وهكذا من الاعداد الاعشارية}$$

وهلم جزا

(٢٨٤) اذا طبقتنا قواعد نمرة ١٠٣ على الطريقة الاثنى عشرية كانت فائدتهم معرفة خارج قسمة بسط الكسر على مقامه هل هو صحيح او كسر

دوري بسيط او كسر دوري مركب (وفي ذلك خمس صور)

* (الاولى) اذا كان المقام واحدا متبوعا بعدة اصفار تحصل من اول وجهه خارج قسمة البسط عليه بأن يكتب ذلك البسط ويفصل بالشرطة عدة ارقام

من جهته اليمنى بقدر ما في المقام من الاصفار وعليه فكسر $(347) = \left(\frac{347}{111} \right)$

وكسر $\left(\frac{24}{111} \right) = (0.24) \text{ وكسر } \left(\frac{36}{111} \right) = (0.36)$

* (الصورة الثانية) اذا لم يكن المقام واحدا متبوعا بعدة اصفار فهو لا يحتوى

الاعلى على ٢ و ٣ الاولين من اساس اثنى عشر فيكون الناتج

عن قسمة البسط على المقام خارج قسمة اثني عشر يا صديقا لان قوى الاساس

المتوالية لما كانت $(10) = 2 \times 5$ و $(20)^2 = (100)$

$= 2 \times 5 = (10)^2 = (100)$ و $2 \times 5 = (10)^2 = (100)$

وهكذا ظهر انه يكفي في تحويل الكسر المقروض الى كسر مكافئ مقامه

واحد متبوع بعدة اصفار ان تضرب جدي ذلك الكسر المقروض في قوى

٢ و ٣ بحيث يكون أس عامل ٢ في المقام الجديد ضعف أس عامل ٣

وعليه فـ $\frac{7}{2} = \frac{7 \times 5}{2 \times 5} = \frac{35}{10}$

$\frac{7}{2} = \frac{7 \times 25}{2 \times 25} = \frac{175}{50}$

$\frac{7}{2} = \frac{7 \times 125}{2 \times 125} = \frac{875}{250}$

$\frac{7}{2} = \frac{7 \times 625}{2 \times 625} = \frac{4375}{1250}$

$\frac{7}{2} = \frac{7 \times 3125}{2 \times 3125} = \frac{21875}{6250}$

$\frac{7}{2} = \frac{7 \times 15625}{2 \times 15625} = \frac{109375}{31250}$

$\frac{7}{2} = \frac{7 \times 78125}{2 \times 78125} = \frac{546875}{156250}$

$\frac{7}{2} = \frac{7 \times 390625}{2 \times 390625} = \frac{2766875}{781250}$

$\frac{7}{2} = \frac{7 \times 1953125}{2 \times 1953125} = \frac{13748750}{3906250}$

$\frac{7}{2} = \frac{7 \times 9765625}{2 \times 9765625} = \frac{68379375}{19531250}$

$\frac{7}{2} = \frac{7 \times 48828125}{2 \times 48828125} = \frac{338697625}{97656250}$

$\frac{7}{2} = \frac{7 \times 244140625}{2 \times 244140625} = \frac{1709084375}{488281250}$

$\frac{7}{2} = \frac{7 \times 1220703125}{2 \times 1220703125} = \frac{8562921875}{976562500}$

$\frac{7}{2} = \frac{7 \times 6103515625}{2 \times 6103515625} = \frac{42924650000}{1953125000}$

$\frac{7}{2} = \frac{7 \times 30517578125}{2 \times 30517578125} = \frac{213623046875}{3906250000}$

$\frac{7}{2} = \frac{7 \times 152587890625}{2 \times 152587890625} = \frac{1075315234375}{7812500000}$

$\frac{7}{2} = \frac{7 \times 762939453125}{2 \times 762939453125} = \frac{5380556171875}{15625000000}$

$\frac{7}{2} = \frac{7 \times 3814697265625}{2 \times 3814697265625} = \frac{26853933203125}{31250000000}$

$\frac{7}{2} = \frac{7 \times 19073486328125}{2 \times 19073486328125} = \frac{133977532656250}{62500000000}$

$\frac{7}{2} = \frac{7 \times 95367431640625}{2 \times 95367431640625} = \frac{665842721484375}{125000000000}$

$\frac{7}{2} = \frac{7 \times 476837158203125}{2 \times 476837158203125} = \frac{3321299206593750}{250000000000}$

وحيث ان البواقي أقل من المقسوم عليه وهو (٢٦) فلا بد أن يقع الانسان
بمد أن يجري القسمة مرارا كثيرة فيما هو دون (٢٦) على باق قد تحصل
من قبل وينتج من ذلك بموجب اظهار ما سبق من البراهين في الامر الثالث
من غمرة ١٠٣ أن خارج القسمة دورى فعلى ذلك اذا قسمت ٧ على (٢٦)
كان خارج القسمة وهو ٢٩٧٢٤٩٧٢٤ ر. وهكذا من الاعداد
الاعشارية دوريا مريكا

*(الصورة الرابعة) * اذا لم يحتو المقام على احد عاملى ٢ و ٣ من اساس
اثنى عشر فخارج قسمة البسط عليه دورى بسيط

ولنفرض مثلا كسر $\left(\frac{١٠٣}{٧٢٤}\right)$ فمقام (٧ يا ٤) = ٧١٥ وهو
لا يحتوى على واحد من عاملى اساس ١٢ وهما ٢ و ٣ فيقال حينئذ
ان خارج قسمة (١٠ يا ٤) على (٧ يا ٤) دورى بسيط وحيث ان خارج
هذه القسمة هو بالضرورة دورى كما في الصورة الثالثة من هذه الغمرة فيمكن أن
تذكر ان قسمة (١٠ يا ٤) على (٧ يا ٤) لا يمكن أن يكون خارجها دوريا مريكا
مثل (٥٨٩٨٩ ر. وهكذا من الاعداد الاعشارية)

فاذا كان كسر $\left(\frac{١٠٣}{٧٢٤}\right) = (٥٨٩٨٩ ر.)$ وهكذا من الاعداد

الاعشارية) نتج أن $\left(\frac{١٠٣}{٧٢٤}\right) = \left(\frac{٥٨٩ - ٥}{٧٢٤}\right)$ كما في الصورة
الثانية من غمرة ١٠٢ فيكون (١٠ يا ٤) × (١٠ يا ٤) = (٧ يا ٤)
× [٥٨٩ - ٥]

وحيث ان (١٠ يا ٤) قابل للقسمة على (١٠) فعدد (١٠) يقسم
حاصل ضرب (٧ يا ٤) في (٥٨٩ - ٥) ومع ذلك فعدد (١٠)
أولى لعدد (٧ يا ٤) لانه بفر من أن مقام (٧ يا ٤) لا يحتوى على واحد
من عاملى (١٠) وهما ٢ و ٣ فاذن عدد (١٠) يقسم (٥٨٩ - ٥)

وحينئذ فاقول رقم من بين العدد المتحصل بطرح ٥ من (٥٨٩) يكون صفرا كافي غرة (٢٧٦) وهو غير ممكن لان ٥ لاتساوى ٩ فاذن يكون ابتداء الدور من اول رقم بعد الشرطة خارج قسمة (١٠ يا) على (٧ يا) هو في الحقيقة (٢٧٢٧٢٧ ر) وهكذا من الاعداد الاعشارية وهو دورى بسيط

(الصورة الخامسة) * اذا كان الكسر المفروض اصم وكان المقام يحتوي على عاملين أساسين اثنين عشر وهما ٢ و ٣ المتوافقان مع عوامل اولية اخرى فخارج قسمة البسط على المقام دورى مركب

ولنفرض كسر (٧/٣٦) الاصم فقام هذا الكسر يساوى ٢ × ٣ × ٥ وحينئذ فيقال ان خارج قسمة (٧/٣٦) دورى مركب وحيث انه بالضرورة دورى كافي الصورة الثالثة فيمكن أن نبرهن على انه لا يمكن أن يكون دوريا بسيطا مثل (٨٩٨٩ ر) وهكذا من الاعداد الاعشارية

فاذا كان كسر (٧/٣٦) = (٨٩٨٩ ر) وهكذا من الاعداد الاعشارية

$$\left(\frac{٨٩}{٣٦} \right) = \text{كافي غرة } ١٠٢ \text{ نتج أن } (٨٩) \times (٢٦) = ٧ \times (٣٦)$$

وحيث ان عدد ٣ يقسم (٢٦) فهو حينئذ يقسم ٧ × (٣٦) ولكن حيث كان الكسر المفروض اصم فعامل المقام وهو ٣ اولى لبسط ٧ فعدد ٣ حينئذ يقسم (٣٦) او (١٠٢) - ومع ذلك فعدد ٣ يقسم (١٠٢) فاذن عدد ٣ يقسم تفاضل ١ الواقع بين (١٠٢) و (١٠٢) - ١ كافي الصورة الثانية من غرة ٤٠ وهو غير ممكن فاذن خارج القسمة المتحصل وهو (٢٩٧٢٤٩٧٢٤ ر) وهكذا من الاعداد الاعشارية دورى مركب

(٢٨٤) يكفي في تعيين باقى قسمة العدد على أساس اثنين عشر ناقصا ١ او زائدا ١ اعني قسمته على ١١ او ١٣ الرجوع الى قواعدنا في ٤٣ و ٤٥ وتبديل عددى ٩ و ١١ بعددى ١١ و ١٣ وعليه فباقى قسمة (٢٤٣) على احد عشر هو ٢ + ٣ + ٤ اى ٩

و باقی قسمة (۷ یا ۴۳۵۴) علی ثلاثة عشر هو (۴+۳+۱) — (۷+۰+۰)

ای (۱۶) — (۱۰) ای ۱ و باقی قسمة (۷ یا ۳۵۴۰)

علی ثلاثة عشر هو (۷+۰+۰) + (۱۱)

— (۴+۳+۱) او (۱۰) + (۱۱)

— (۱۶) او (۲۶)

(۱۶) ای ۱۰

* (انتهت التنبيهات) *

(وهنا جداول في الاصل تتعلق بمقابلة نقود الدول بالنقود الفرنسية
 لا حاجة لتعريفها الان ما فيها من المعاملات أغلبه قديم غير مستعمل وبعضه
 تقريبي فاستسبب تركها)

وهذا جدول يتضمن مقابلة المقاييس الاجنبية بالمقاييس والمعايير الفرنسية
 الجديدة

معايير الوزن	اقبسة الطول
غرام	ميليمترا
٤٨٩٢	لورپوادومرك
٣٧٢٦	انكلتره (لورتروا)
٤٥٣١	ابواردوپوازة
٤٥٩٤	قسطيلة
٤٦٧٤	كولونيا
٥٥٨٦	وبانة
٤٩١٤	امستردام
٤٢٤٦	أسوج
٤٠٩٥	الروسيا
	القدم القديم في فرانس ٣٢٤٧
	القدم الانكليزي ٣٠٤٧
	وارة قسطيلة ٨٣٦٦
	قدم الرين ٣١٣٩
	قدم وبانة (يخ) ٣١٦٠
	قدم امستردام ٢٨٣٠
	قدم أسوج ٢٩٧١
	قدم روسيا ٣٥٤١
	قدم الصين ٣٢٠٠

الفريخ البري الذي للدرجة منه ٢٥
 يعادل ٢٢٨ و ٢٢٣ قازا
 والفريخ البحرى الذى للدرجة منه ٢٠
 يعادل ١ و ٤ و ٢٨٥٠ قازا
 والهنداسه الباريسيه تعادل ٢ اقدام
 و ٧ اصابع و ١٠ خطوط و ٤

الرقم	القياس الذى يعادل	القياس الذى يعادل	القياس الذى يعادل	القياس الذى يعادل	القياس الذى يعادل	القياس الذى يعادل	القياس الذى يعادل	القياس الذى يعادل	القياس الذى يعادل
الرقم	القياس الذى يعادل	القياس الذى يعادل	القياس الذى يعادل	القياس الذى يعادل	القياس الذى يعادل	القياس الذى يعادل	القياس الذى يعادل	القياس الذى يعادل	القياس الذى يعادل
١	٤٤٢ و ٢٩٦	٢٦ و ٩٤١٣	٢٠ و ٧٨٤٤	٠ و ١٣٠٧	٠ و ١٨	٠ و ٢٢٥	٠ و ٤٥٠	١	
٢	٨٨٦ و ٥٩٢	٧٢ و ٨٨٢٧	٦ و ١٥٦٨٩	١ و ٢٦١٥	٠ و ٢٦	٠ و ٤٥٠	٢		
٣	١٢٢٩ و ٨٨٨	١١٠ و ٨٢٤٠	٩ و ٢٢٥٢٣	١ و ٥٢٩٢٢	٠ و ٣٥	٠ و ٦٧٥	٣		
٤	١٧٧٢ و ١٨٤	١٤٧ و ٦٦٥٢	١٢ و ١٢٧٨	٢ و ٥٢٣٠	٠ و ٧٢	٠ و ٩٠٠	٤		
٥	٥٢٢١ و ٤٨٠	١٨٤ و ٧٠٦٧	١٥ و ٢٩٢٢٢	٢ و ٥٥٥٢٧	٠ و ٩٠	١ و ١٢٥	٥		
٦	٦٢٦٥ و ٧٧٥	٢٢١ و ٦٤٧٠	١٨ و ٤٧٠٦٦	٢١ و ٤٩١١	١ و ٢٦	١ و ٥٧٥	٦		
٧	٧٢١٠ و ٢٠٧١	٢٥٨ و ٥٨٩٢	٢١ و ٤٩١١	٢٤ و ٦٢٧٥٥	١ و ٢٤	١ و ٨٠٠	٧		
٨	٨٢٥٤ و ٦٣٦٧	٢٩٥ و ٥٢٠٦	٢٤ و ٦٢٧٥٥	٢٧ و ٧٠٦٠٠	١ و ٦٢	٢ و ٢٥	٨		
٩	٩٢٩٨ و ٦٦٢	٢٢٢ و ٤٧٢٠	٢٧ و ٧٠٦٠٠	٢٧ و ٧٠٦٠٠	١ و ٦٢	٢ و ٢٥	٩		
١٠	١٠٤٤٢٢ و ٩٥٩	٢٦٩ و ٤١٢٢٢	٢٠ و ٧٨٤٤٤	٢٠ و ٧٨٤٤٤	١ و ٨٠	٢ و ٢٥	١٠		

ردیف	مجموعه حسابات	حسابات جاری	حسابات سرمایه	حسابات سود و زیان	حسابات تعهدات	حسابات پرداختی	حسابات دریافتی
۱	۲۹۴۴۹۴۳	۱۹۵۸۰۲۰	۲۰۰۰۰۰۰	۵۰۰۰۰۰	۱۹۶۵۱۱	۹۴۷۳۸۲	۲۳۳۴۴۰
۲	۸۴۹۸۸۶	۳۹۱۶۰۴۰	۱۰۱۰۱۵۰	۱۰۱۵۰۰	۲۹۲۰۲۳	۱۸۹۵۳۶۳	۵۰۳۶۱۹۰
۳	۷۷۴۸۲۹	۵۸۷۴۰۶۰	۱۵۱۸۷۵	۱۵۱۸۷۵	۵۸۹۵۴۴	۲۸۵۴۰۴۰	۸۷۹۷۲۰
۴	۱۱۶۹۷۷۲	۷۸۳۲۰۸۰	۲۰۲۵۰۰۰	۲۰۲۵۰۰۰	۷۸۶۰۴۰	۲۷۹۰۷۲۶	۱۰۵۲۸۰
۵	۱۴۶۳۴۷۱۰	۹۷۹۰۱۰۰	۲۵۲۱۵۰	۲۵۲۱۵۰	۹۸۲۰۰۷	۴۷۳۸۴۰۸	۱۱۳۱۶۲۰
۶	۱۷۵۰۳۹۶۵۸	۱۱۷۴۸۱۲۰	۲۰۳۷۵۰	۲۰۳۷۵۰	۱۱۷۹۰۶۸	۵۶۸۶۹۷	۱۰۷۹۴۶۰
۷	۲۰۳۴۷۴۶۰۱	۱۲۷۰۷۱۴۰	۲۵۳۴۷۵۰	۲۵۳۴۷۵۰	۱۲۷۵۵۷۹	۶۰۰۲۶۳۲	۱۷۲۲۷۱۱
۸	۲۳۳۹۹۵۴۴	۱۵۳۶۴۱۶۰	۴۰۵۰۰۰۰	۴۰۵۰۰۰۰	۱۵۷۲۰۹۰	۱۰۹۱۷۲۰	۲۰۱۰۵۹۵۹
۹	۲۶۳۳۳۴۸۷	۱۷۶۲۲۱۸۰	۴۵۰۰۰۰۰	۴۵۰۰۰۰۰	۱۷۶۸۶۰۲	۱۲۳۸۱۹۶۶	۲۳۳۶۹۰۴
۱۰	۲۹۳۴۹۴۳۰	۱۹۵۸۰۲۰	۲۰۰۰۰۰۰	۲۰۰۰۰۰۰	۱۹۶۵۱۱۲	۹۴۷۳۸۱۶	۲۳۳۴۴۴۹

الجدول الثالث في تخزين الأقسمة المكية القديسة إلى أقيسة جديدة وبالمكس

٤٠٠

رقم	بني كرمية بنيان كرمية	بني كرمية بنيان كرمية	بني كرمية بنيان كرمية	بني كرمية بنيان كرمية	بني كرمية بنيان كرمية	رقم
١	٢٨٩٠٠٠٠	٧٤٠٠٠٠	٢٨٩٠٠٠٠	٧٤٠٠٠٠	٢٨٩٠٠٠٠	١
٢	٧٨٨٠٠٠٠	١٤٠٠٠٠	٧٨٨٠٠٠٠	١٤٠٠٠٠	٧٨٨٠٠٠٠	٢
٣	١٨١١٠٠٠	٢٩٠٠٠٠	١٨١١٠٠٠	٢٩٠٠٠٠	١٨١١٠٠٠	٣
٤	٢٩٠٠٠٠	١٨١٠٠٠	٢٩٠٠٠٠	١٨١٠٠٠	٢٩٠٠٠٠	٤
٥	١٩٣٠٠٠	٢٩٠٠٠٠	١٩٣٠٠٠	٢٩٠٠٠٠	١٩٣٠٠٠	٥
٦	٣١١٠٠٠	٣٣٠٠٠٠	٣١١٠٠٠	٣٣٠٠٠٠	٣١١٠٠٠	٦
٧	٤٣٣٠٠٠	٤٣٠٠٠٠	٤٣٣٠٠٠	٤٣٠٠٠٠	٤٣٣٠٠٠	٧
٨	٥٥٥٠٠٠	٥٥٠٠٠٠	٥٥٥٠٠٠	٥٥٠٠٠٠	٥٥٥٠٠٠	٨
٩	٦٧٧٠٠٠	٦٧٠٠٠٠	٦٧٧٠٠٠	٦٧٠٠٠٠	٦٧٧٠٠٠	٩
١٠	٧٩٩٠٠٠	٧٩٠٠٠٠	٧٩٩٠٠٠	٧٩٠٠٠٠	٧٩٩٠٠٠	١٠
١١	٩٢١٠٠٠	٩٢٠٠٠٠	٩٢١٠٠٠	٩٢٠٠٠٠	٩٢١٠٠٠	١١
١٢	١٠٤٣٠٠٠	١٠٤٠٠٠	١٠٤٣٠٠٠	١٠٤٠٠٠	١٠٤٣٠٠٠	١٢
١٣	١١٦٥٠٠٠	١١٦٠٠٠	١١٦٥٠٠٠	١١٦٠٠٠	١١٦٥٠٠٠	١٣
١٤	١٢٨٧٠٠٠	١٢٨٠٠٠	١٢٨٧٠٠٠	١٢٨٠٠٠	١٢٨٧٠٠٠	١٤
١٥	١٤٠٩٠٠٠	١٤٠٠٠٠	١٤٠٩٠٠٠	١٤٠٠٠٠	١٤٠٩٠٠٠	١٥
١٦	١٥٣١٠٠٠	١٥٣٠٠٠	١٥٣١٠٠٠	١٥٣٠٠٠	١٥٣١٠٠٠	١٦
١٧	١٦٥٣٠٠٠	١٦٥٠٠٠	١٦٥٣٠٠٠	١٦٥٠٠٠	١٦٥٣٠٠٠	١٧
١٨	١٧٧٥٠٠٠	١٧٧٠٠٠	١٧٧٥٠٠٠	١٧٧٠٠٠	١٧٧٥٠٠٠	١٨
١٩	١٨٩٧٠٠٠	١٨٩٠٠٠	١٨٩٧٠٠٠	١٨٩٠٠٠	١٨٩٧٠٠٠	١٩
٢٠	٢٠١٩٠٠٠	٢٠١٠٠٠	٢٠١٩٠٠٠	٢٠١٠٠٠	٢٠١٩٠٠٠	٢٠
٢١	٢١٤١٠٠٠	٢١٤٠٠٠	٢١٤١٠٠٠	٢١٤٠٠٠	٢١٤١٠٠٠	٢١
٢٢	٢٢٦٣٠٠٠	٢٢٦٠٠٠	٢٢٦٣٠٠٠	٢٢٦٠٠٠	٢٢٦٣٠٠٠	٢٢
٢٣	٢٣٨٥٠٠٠	٢٣٨٠٠٠	٢٣٨٥٠٠٠	٢٣٨٠٠٠	٢٣٨٥٠٠٠	٢٣
٢٤	٢٥٠٧٠٠٠	٢٥٠٠٠٠	٢٥٠٧٠٠٠	٢٥٠٠٠٠	٢٥٠٧٠٠٠	٢٤
٢٥	٢٦٢٩٠٠٠	٢٦٢٠٠٠	٢٦٢٩٠٠٠	٢٦٢٠٠٠	٢٦٢٩٠٠٠	٢٥
٢٦	٢٧٥١٠٠٠	٢٧٥٠٠٠	٢٧٥١٠٠٠	٢٧٥٠٠٠	٢٧٥١٠٠٠	٢٦
٢٧	٢٨٧٣٠٠٠	٢٨٧٠٠٠	٢٨٧٣٠٠٠	٢٨٧٠٠٠	٢٨٧٣٠٠٠	٢٧
٢٨	٢٩٩٥٠٠٠	٢٩٩٠٠٠	٢٩٩٥٠٠٠	٢٩٩٠٠٠	٢٩٩٥٠٠٠	٢٨
٢٩	٣١١٧٠٠٠	٣١١٠٠٠	٣١١٧٠٠٠	٣١١٠٠٠	٣١١٧٠٠٠	٢٩
٣٠	٣٢٣٩٠٠٠	٣٢٣٠٠٠	٣٢٣٩٠٠٠	٣٢٣٠٠٠	٣٢٣٩٠٠٠	٣٠
٣١	٣٣٦١٠٠٠	٣٣٦٠٠٠	٣٣٦١٠٠٠	٣٣٦٠٠٠	٣٣٦١٠٠٠	٣١
٣٢	٣٤٨٣٠٠٠	٣٤٨٠٠٠	٣٤٨٣٠٠٠	٣٤٨٠٠٠	٣٤٨٣٠٠٠	٣٢
٣٣	٣٦٠٥٠٠٠	٣٦٠٠٠٠	٣٦٠٥٠٠٠	٣٦٠٠٠٠	٣٦٠٥٠٠٠	٣٣
٣٤	٣٧٢٧٠٠٠	٣٧٢٠٠٠	٣٧٢٧٠٠٠	٣٧٢٠٠٠	٣٧٢٧٠٠٠	٣٤
٣٥	٣٨٤٩٠٠٠	٣٨٤٠٠٠	٣٨٤٩٠٠٠	٣٨٤٠٠٠	٣٨٤٩٠٠٠	٣٥
٣٦	٣٩٧١٠٠٠	٣٩٧٠٠٠	٣٩٧١٠٠٠	٣٩٧٠٠٠	٣٩٧١٠٠٠	٣٦
٣٧	٤٠٩٣٠٠٠	٤٠٩٠٠٠	٤٠٩٣٠٠٠	٤٠٩٠٠٠	٤٠٩٣٠٠٠	٣٧
٣٨	٤٢١٥٠٠٠	٤٢١٠٠٠	٤٢١٥٠٠٠	٤٢١٠٠٠	٤٢١٥٠٠٠	٣٨
٣٩	٤٣٣٧٠٠٠	٤٣٣٠٠٠	٤٣٣٧٠٠٠	٤٣٣٠٠٠	٤٣٣٧٠٠٠	٣٩
٤٠	٤٤٥٩٠٠٠	٤٤٥٠٠٠	٤٤٥٩٠٠٠	٤٤٥٠٠٠	٤٤٥٩٠٠٠	٤٠
٤١	٤٥٨١٠٠٠	٤٥٨٠٠٠	٤٥٨١٠٠٠	٤٥٨٠٠٠	٤٥٨١٠٠٠	٤١
٤٢	٤٦٠٣٠٠٠	٤٦٠٠٠٠	٤٦٠٣٠٠٠	٤٦٠٠٠٠	٤٦٠٣٠٠٠	٤٢
٤٣	٤٧٢٥٠٠٠	٤٧٢٠٠٠	٤٧٢٥٠٠٠	٤٧٢٠٠٠	٤٧٢٥٠٠٠	٤٣
٤٤	٤٨٤٧٠٠٠	٤٨٤٠٠٠	٤٨٤٧٠٠٠	٤٨٤٠٠٠	٤٨٤٧٠٠٠	٤٤
٤٥	٤٩٦٩٠٠٠	٤٩٦٠٠٠	٤٩٦٩٠٠٠	٤٩٦٠٠٠	٤٩٦٩٠٠٠	٤٥
٤٦	٥٠٩١٠٠٠	٥٠٩٠٠٠	٥٠٩١٠٠٠	٥٠٩٠٠٠	٥٠٩١٠٠٠	٤٦
٤٧	٥٢١٣٠٠٠	٥٢١٠٠٠	٥٢١٣٠٠٠	٥٢١٠٠٠	٥٢١٣٠٠٠	٤٧
٤٨	٥٣٣٥٠٠٠	٥٣٣٠٠٠	٥٣٣٥٠٠٠	٥٣٣٠٠٠	٥٣٣٥٠٠٠	٤٨
٤٩	٥٤٥٧٠٠٠	٥٤٥٠٠٠	٥٤٥٧٠٠٠	٥٤٥٠٠٠	٥٤٥٧٠٠٠	٤٩
٥٠	٥٥٧٩٠٠٠	٥٥٧٠٠٠	٥٥٧٩٠٠٠	٥٥٧٠٠٠	٥٥٧٩٠٠٠	٥٠
٥١	٥٦٠١٠٠٠	٥٦٠٠٠٠	٥٦٠١٠٠٠	٥٦٠٠٠٠	٥٦٠١٠٠٠	٥١
٥٢	٥٧٢٣٠٠٠	٥٧٢٠٠٠	٥٧٢٣٠٠٠	٥٧٢٠٠٠	٥٧٢٣٠٠٠	٥٢
٥٣	٥٨٤٥٠٠٠	٥٨٤٠٠٠	٥٨٤٥٠٠٠	٥٨٤٠٠٠	٥٨٤٥٠٠٠	٥٣
٥٤	٥٩٦٧٠٠٠	٥٩٦٠٠٠	٥٩٦٧٠٠٠	٥٩٦٠٠٠	٥٩٦٧٠٠٠	٥٤
٥٥	٦٠٨٩٠٠٠	٦٠٨٠٠٠	٦٠٨٩٠٠٠	٦٠٨٠٠٠	٦٠٨٩٠٠٠	٥٥
٥٦	٦٢١١٠٠٠	٦٢١٠٠٠	٦٢١١٠٠٠	٦٢١٠٠٠	٦٢١١٠٠٠	٥٦
٥٧	٦٣٣٣٠٠٠	٦٣٣٠٠٠	٦٣٣٣٠٠٠	٦٣٣٠٠٠	٦٣٣٣٠٠٠	٥٧
٥٨	٦٤٥٥٠٠٠	٦٤٥٠٠٠	٦٤٥٥٠٠٠	٦٤٥٠٠٠	٦٤٥٥٠٠٠	٥٨
٥٩	٦٥٧٧٠٠٠	٦٥٧٠٠٠	٦٥٧٧٠٠٠	٦٥٧٠٠٠	٦٥٧٧٠٠٠	٥٩
٦٠	٦٦٩٩٠٠٠	٦٦٩٠٠٠	٦٦٩٩٠٠٠	٦٦٩٠٠٠	٦٦٩٩٠٠٠	٦٠
٦١	٦٨٢١٠٠٠	٦٨٢٠٠٠	٦٨٢١٠٠٠	٦٨٢٠٠٠	٦٨٢١٠٠٠	٦١
٦٢	٦٩٤٣٠٠٠	٦٩٤٠٠٠	٦٩٤٣٠٠٠	٦٩٤٠٠٠	٦٩٤٣٠٠٠	٦٢
٦٣	٧٠٦٥٠٠٠	٧٠٦٠٠٠	٧٠٦٥٠٠٠	٧٠٦٠٠٠	٧٠٦٥٠٠٠	٦٣
٦٤	٧١٨٧٠٠٠	٧١٨٠٠٠	٧١٨٧٠٠٠	٧١٨٠٠٠	٧١٨٧٠٠٠	٦٤
٦٥	٧٣٠٩٠٠٠	٧٣٠٠٠٠	٧٣٠٩٠٠٠	٧٣٠٠٠٠	٧٣٠٩٠٠٠	٦٥
٦٦	٧٤٣١٠٠٠	٧٤٣٠٠٠	٧٤٣١٠٠٠	٧٤٣٠٠٠	٧٤٣١٠٠٠	٦٦
٦٧	٧٥٥٣٠٠٠	٧٥٥٠٠٠	٧٥٥٣٠٠٠	٧٥٥٠٠٠	٧٥٥٣٠٠٠	٦٧
٦٨	٧٦٧٥٠٠٠	٧٦٧٠٠٠	٧٦٧٥٠٠٠	٧٦٧٠٠٠	٧٦٧٥٠٠٠	٦٨
٦٩	٧٧٩٧٠٠٠	٧٧٩٠٠٠	٧٧٩٧٠٠٠	٧٧٩٠٠٠	٧٧٩٧٠٠٠	٦٩
٧٠	٧٩١٩٠٠٠	٧٩١٠٠٠	٧٩١٩٠٠٠	٧٩١٠٠٠	٧٩١٩٠٠٠	٧٠
٧١	٨٠٤١٠٠٠	٨٠٤٠٠٠	٨٠٤١٠٠٠	٨٠٤٠٠٠	٨٠٤١٠٠٠	٧١
٧٢	٨١٦٣٠٠٠	٨١٦٠٠٠	٨١٦٣٠٠٠	٨١٦٠٠٠	٨١٦٣٠٠٠	٧٢
٧٣	٨٢٨٥٠٠٠	٨٢٨٠٠٠	٨٢٨٥٠٠٠	٨٢٨٠٠٠	٨٢٨٥٠٠٠	٧٣
٧٤	٨٤٠٧٠٠٠	٨٤٠٠٠٠	٨٤٠٧٠٠٠	٨٤٠٠٠٠	٨٤٠٧٠٠٠	٧٤
٧٥	٨٥٢٩٠٠٠	٨٥٢٠٠٠	٨٥٢٩٠٠٠	٨٥٢٠٠٠	٨٥٢٩٠٠٠	٧٥
٧٦	٨٦٥١٠٠٠	٨٦٥٠٠٠	٨٦٥١٠٠٠	٨٦٥٠٠٠	٨٦٥١٠٠٠	٧٦
٧٧	٨٧٧٣٠٠٠	٨٧٧٠٠٠	٨٧٧٣٠٠٠	٨٧٧٠٠٠	٨٧٧٣٠٠٠	٧٧
٧٨	٨٨٩٥٠٠٠	٨٨٩٠٠٠	٨٨٩٥٠٠٠	٨٨٩٠٠٠	٨٨٩٥٠٠٠	٧٨
٧٩	٩٠١٧٠٠٠	٩٠١٠٠٠	٩٠١٧٠٠٠	٩٠١٠٠٠	٩٠١٧٠٠٠	٧٩
٨٠	٩١٣٩٠٠٠	٩١٣٠٠٠	٩١٣٩٠٠٠	٩١٣٠٠٠	٩١٣٩٠٠٠	٨٠
٨١	٩٢٦١٠٠٠	٩٢٦٠٠٠	٩٢٦١٠٠٠	٩٢٦٠٠٠	٩٢٦١٠٠٠	٨١
٨٢	٩٣٨٣٠٠٠	٩٣٨٠٠٠	٩٣٨٣٠٠٠	٩٣٨٠٠٠	٩٣٨٣٠٠٠	٨٢
٨٣	٩٥٠٥٠٠٠	٩٥٠٠٠٠	٩٥٠٥٠٠٠	٩٥٠٠٠٠	٩٥٠٥٠٠٠	٨٣
٨٤	٩٦٢٧٠٠٠	٩٦٢٠٠٠	٩٦٢٧٠٠٠	٩٦٢٠٠٠	٩٦٢٧٠٠٠	٨٤
٨٥	٩٧٤٩٠٠٠	٩٧٤٠٠٠	٩٧٤٩٠٠٠	٩٧٤٠٠٠	٩٧٤٩٠٠٠	٨٥
٨٦	٩٨٧١٠٠٠	٩٨٧٠٠٠	٩٨٧١٠٠٠	٩٨٧٠٠٠	٩٨٧١٠٠٠	٨٦
٨٧	٩٩٩٣٠٠٠	٩٩٩٠٠٠	٩٩٩٣٠٠٠	٩٩٩٠٠٠	٩٩٩٣٠٠٠	٨٧
٨٨	١٠١١٥٠٠	١٠١٠٠٠	١٠١١٥٠٠	١٠١٠٠٠	١٠١١٥٠٠	٨٨
٨٩	١٠٢٣٧٠٠	١٠٢٣٠٠	١٠٢٣٧٠٠	١٠٢٣٠٠	١٠٢٣٧٠٠	٨٩
٩٠	١٠٣٥٩٠٠	١٠٣٥٠٠	١٠٣٥٩٠٠	١٠٣٥٠٠	١٠٣٥٩٠٠	٩٠
٩١	١٠٤٨١٠٠	١٠٤٨٠٠	١٠٤٨١٠٠	١٠٤٨٠٠	١٠٤٨١٠٠	٩١
٩٢	١٠٦٠٣٠٠	١٠٦٠٠٠	١٠٦٠٣٠٠	١٠٦٠٠٠	١٠٦٠٣٠٠	٩٢
٩٣	١٠٧٢٥٠٠	١٠٧٢٠٠	١٠٧٢٥٠٠	١٠٧٢٠٠	١٠٧٢٥٠٠	٩٣
٩٤	١٠٨٤٧٠٠	١٠٨٤٠٠	١٠٨٤٧٠٠	١٠٨٤٠٠	١٠٨٤٧٠٠	٩٤
٩٥	١٠٩٦٩٠٠	١٠٩٦٠٠	١٠٩٦٩٠٠	١٠٩٦٠٠	١٠٩٦٩٠٠	٩٥
٩٦	١١٠٩١٠٠	١١٠٩٠٠	١١٠٩١٠٠	١١٠٩٠٠	١١٠٩١٠٠	٩٦
٩٧	١١٢١٣٠٠	١١٢١٠٠	١١٢١٣٠٠	١١٢١٠٠	١١٢١٣٠٠	٩٧
٩٨	١١٣٣٥٠٠	١١٣٣٠٠	١١٣٣٥٠٠	١١٣٣٠٠	١١٣٣٥٠٠	٩٨
٩٩	١١٤٥٧٠٠	١١٤٥٠٠	١١٤٥٧٠٠	١١٤٥٠٠	١١٤٥٧٠٠	٩٩
١٠٠	١١٥٧٩٠٠	١١٥٧٠٠	١١٥٧٩٠٠	١١٥٧٠٠	١١٥٧٩٠٠	١٠٠

ردیف	نام خانوادگی	نام پدر	تاریخ تولد	تاریخ فوت	محل تولد	محل فوت	توضیحات
۱	۲۷۳۳۷	۱۷۳-۴۸	۱	۸۷۱۱۴۷۰۰	۰۰۴۱۴۷۰۰	۲۹۱۷۳۹	۳۱-۰۱-۱۳۰۷
۲	۱۹۴۴۹۴	۲۰۴-۹۷	۲	۱۷۴۴۵۴۱۰	۱۰۰۸۴۴۸۴	۰۸۷۴۴۷	۲۷-۰۸-۱۳۰۷
۳	۲۹۱۷۳۹	۳۳۱۷۸۰	۳	۴۷۱۴۷۹۷۰	۱۰۱۴۴۷۰۰	۸۷۰۴۱۷	۲۷-۰۸-۱۳۰۷
۴	۴۸۸۹۸۰	۱۳۱۹۴	۴	۴۸۴۰۰۷۱۹	۴۰۱۴۴۹۷۰	۳۰۲۷۹۰۴	۲۰-۱۲-۱۳۰۷
۵	۴۸۷۴۴۱	۱۳۳-۴۱	۵	۴۴۰۰۴۴۴۴	۴۰۰۴۴۴۴۴	۱۴۰۸۷۴۴	۲۰-۱۲-۱۳۰۷
۶	۰۸۷۴۴۷	۱۰۴۴۴۴	۶	۰۴۴۴۴۴۴	۴۰۴۴۴۴۴	۱۴۰۸۷۴۴	۲۰-۱۲-۱۳۰۷
۷	۲۸۰۹۴۴	۸۸۸۴۴۴	۷	۲۰۹۸۸۸۸۸	۲۰۴۴۴۴۴۴	۲۴۴۴۴۴۴	۲۰-۱۲-۱۳۰۷
۸	۷۷۷۴۴۴	۰۸۸۴۴۴	۸	۲۹۴۹۰۱۴۴	۴۰۴۴۴۴۴۴	۲۴۴۴۴۴۴	۲۰-۱۲-۱۳۰۷
۹	۸۷۰۴۴۴	۴۴۴۴۴۴	۹	۷۸۴۰۱۴۸۴	۴۰۴۴۴۴۴۴	۲۴۴۴۴۴۴	۲۰-۱۲-۱۳۰۷
۱۰	۹۷۴۴۴۴	۴۴۴-۴۸۱	۱۰	۸۷۱۴۴۴۴	۴۰۴۴۴۴۴۴	۲۹۱۷۳۹	۳۱-۰۱-۱۳۰۷

ردیف	تاریخ ثبت	شرح	مبلغ	تاریخ ثبت	شرح	مبلغ	تاریخ ثبت	شرح	مبلغ	تاریخ ثبت	شرح	مبلغ
۱	۸۷۲۳۷	تاریخ ثبت	۱۰۷۲۳۷	۱	۸۷۲۳۷	تاریخ ثبت	۱۰۷۲۳۷	۱	۸۷۲۳۷	تاریخ ثبت	۱۰۷۲۳۷	۱
۲	۵۸۳۱۴۷۵	تاریخ ثبت	۵۸۳۱۴۷۵	۲	۵۸۳۱۴۷۵	تاریخ ثبت	۵۸۳۱۴۷۵	۲	۵۸۳۱۴۷۵	تاریخ ثبت	۵۸۳۱۴۷۵	۲
۳	۵۸۳۱۴۷۵	تاریخ ثبت	۵۸۳۱۴۷۵	۳	۵۸۳۱۴۷۵	تاریخ ثبت	۵۸۳۱۴۷۵	۳	۵۸۳۱۴۷۵	تاریخ ثبت	۵۸۳۱۴۷۵	۳
۴	۵۸۳۱۴۷۵	تاریخ ثبت	۵۸۳۱۴۷۵	۴	۵۸۳۱۴۷۵	تاریخ ثبت	۵۸۳۱۴۷۵	۴	۵۸۳۱۴۷۵	تاریخ ثبت	۵۸۳۱۴۷۵	۴
۵	۵۸۳۱۴۷۵	تاریخ ثبت	۵۸۳۱۴۷۵	۵	۵۸۳۱۴۷۵	تاریخ ثبت	۵۸۳۱۴۷۵	۵	۵۸۳۱۴۷۵	تاریخ ثبت	۵۸۳۱۴۷۵	۵
۶	۵۸۳۱۴۷۵	تاریخ ثبت	۵۸۳۱۴۷۵	۶	۵۸۳۱۴۷۵	تاریخ ثبت	۵۸۳۱۴۷۵	۶	۵۸۳۱۴۷۵	تاریخ ثبت	۵۸۳۱۴۷۵	۶
۷	۵۸۳۱۴۷۵	تاریخ ثبت	۵۸۳۱۴۷۵	۷	۵۸۳۱۴۷۵	تاریخ ثبت	۵۸۳۱۴۷۵	۷	۵۸۳۱۴۷۵	تاریخ ثبت	۵۸۳۱۴۷۵	۷
۸	۵۸۳۱۴۷۵	تاریخ ثبت	۵۸۳۱۴۷۵	۸	۵۸۳۱۴۷۵	تاریخ ثبت	۵۸۳۱۴۷۵	۸	۵۸۳۱۴۷۵	تاریخ ثبت	۵۸۳۱۴۷۵	۸
۹	۵۸۳۱۴۷۵	تاریخ ثبت	۵۸۳۱۴۷۵	۹	۵۸۳۱۴۷۵	تاریخ ثبت	۵۸۳۱۴۷۵	۹	۵۸۳۱۴۷۵	تاریخ ثبت	۵۸۳۱۴۷۵	۹
۱۰	۵۸۳۱۴۷۵	تاریخ ثبت	۵۸۳۱۴۷۵	۱۰	۵۸۳۱۴۷۵	تاریخ ثبت	۵۸۳۱۴۷۵	۱۰	۵۸۳۱۴۷۵	تاریخ ثبت	۵۸۳۱۴۷۵	۱۰

وهـ _____ ذـ

جداول لوغارتمات الاعداد

من ١ الى ١٠٠٠٠

ذيلنا بها الكتاب

لتكمل فائدته

للاطلاع

عدد	لوقا	عدد	لوقا	عدد	لوقا	عدد	لوقا	عدد	لوقا
١	٢٦	٤١٤٩٧	٥١	٧٠٧٥٧	٦٧	١٧٠٨١	١٠١	٠٠٤٣٢
٢	٢٠١٠٢	٢٧	٤٢١٣٦	٥٢	٧١٦٠٠	٧٧	٨٨٦٤٩	١٠٢	٠٠٨٦٠
٣	٤٧٧١٢	٢٨	٤٤٧١٦	٥٣	٧٢٤٢٨	٧٨	٨٩٢٠٩	١٠٣	٠١٢٨٤
٤	٦٠٢٠٦	٢٩	٤٦٢٤٠	٥٤	٧٣٢٣٩	٧٩	٨٩٧٦٣	١٠٤	٠١٧٠٣
٥	٦٩٨٩٧	٣٠	٤٧٧١٢	٥٥	٧٤٠٣٦	٨٠	٩٠٣٠٩	١٠٥	٠٢١١٩
٦	٧٨٨١٥	٣١	٤٩١٣٦	٥٦	٧٤٨١٩	٨١	٩٠٨٤٩	١٠٦	٠٢٥٣١
٧	٨٤٥١٠	٣٢	٥٠٥١٥	٥٧	٧٥٥٨٧	٨٢	٩١٣٨١	١٠٧	٠٢٩٣٨
٨	٩٠٣٠٩	٣٣	٥١٨٥١	٥٨	٧٦٣٤٣	٨٣	٩١٩٠٨	١٠٨	٠٣٣٤٢
٩	٩٥٤٢٤	٣٤	٥٣١٤٨	٥٩	٧٧٠٨٥	٨٤	٩٢٤٢٨	١٠٩	٠٣٧٤٣
١٠	٣٥	٥٤٤٠٧	٦٠	٧٧٨١٥	٨٥	٩٢٩٤٢	١١٠	٠٤١٣٩
١١	٠٤١٣٩	٣٦	٥٥٦٣٠	٦١	٧٨٥٣٣	٨٦	٩٣٤٥٠	١١١	٠٤٥٣٢
١٢	٠٧٩١٨	٣٧	٥٦٨٢٠	٦٢	٧٩٢٣٩	٨٧	٩٣٩٥٢	١١٢	٠٤٩٢٢
١٣	١١٣٩٤	٣٨	٥٧٩٧٨	٦٣	٨٠٩٣٤	٨٨	٩٤٤٤٨	١١٣	٠٥٣٠٨
١٤	١٤٦١٣	٣٩	٥٩١٠٦	٦٤	٨١٦٠٧	٨٩	٩٤٩٣٩	١١٤	٠٥٦٩٠
١٥	١٧٦٠٩	٤٠	٦٠٢٠٦	٦٥	٨٢٤١٧	٩٠	٩٥٤٢٤	١١٥	٠٦٠٧٠
١٦	٢٠٤١٢	٤١	٦١٢٧٨	٦٦	٨٣٩٥٤	٩١	٩٥٩٠٤	١١٦	٠٦٤٤٦
١٧	٢٣٠٤٥	٤٢	٦٢٣٢٥	٦٧	٨٤٦٠٧	٩٢	٩٦٣٧٩	١١٧	٠٦٨١٩
١٨	٢٥٥٢٧	٤٣	٦٣٣٤٧	٦٨	٨٥٢٠١	٩٣	٩٦٨٤٨	١١٨	٠٧١٨٨
١٩	٢٧٨٧٥	٤٤	٦٤٣٤٥	٦٩	٨٥٨٨٥	٩٤	٩٧٣١٣	١١٩	٠٧٥٥٠
٢٠	٣٠١٠٢	٤٥	٦٥٣٢١	٧٠	٨٤٥٠١	٩٥	٩٧٨٧٢	١٢٠	٠٧٩١٨
٢١	٣٢٢٢٢	٤٦	٦٦٢٧٦	٧١	٨٥١٢٦	٩٦	٩٨٢٢٧	١٢١	٠٨٢٧٩
٢٢	٣٤٢٤٢	٤٧	٦٧٢١٠	٧٢	٨٥٧٣٣	٩٧	٩٨٦٧٧	١٢٢	٠٨٦٣٦
٢٣	٣٦١٧٣	٤٨	٦٨١٢٤	٧٣	٨٦٣٣٢	٩٨	٩٩١٢٣	١٢٣	٠٨٩٩١
٢٤	٣٨٠٢١	٤٩	٦٩٠٢٠	٧٤	٨٦٩٢٣	٩٩	٩٩٥٦٤	١٢٤	٠٩٣٤٢
٢٥	٣٩٧٩٦	٥٠	٦٩٨٩٧	٧٥	٨٧٥٠٧	١٠٠	١٢٥	٠٩٦٩١

د.ع	ل.ع	د.ع	ل.ع	د.ع	ل.ع	د.ع	ل.ع	د.ع	ل.ع
۱۲۶	۱۰۰۳۷	۱۰۱	۱۷۸۹۸	۱۷۶	۲۴۰۰۱	۲۰۱	۳۰۳۲۰	۲۲۶	۲۰۴۱۱
۱۲۷	۱۰۳۸۰	۱۰۲	۱۸۱۸۴	۱۷۷	۲۴۷۹۷	۲۰۲	۳۰۰۳۰	۲۲۷	۲۰۶۰۳
۱۲۸	۱۰۷۲۱	۱۰۳	۱۸۴۶۹	۱۷۸	۲۵۰۴۲	۲۰۳	۳۰۷۰۰	۲۲۸	۲۰۷۹۳
۱۲۹	۱۱۰۰۹	۱۰۴	۱۸۷۰۲	۱۷۹	۲۵۲۸۰	۲۰۴	۳۰۹۶۳	۲۲۹	۲۰۹۸۴
۱۳۰	۱۱۳۹۴	۱۰۵	۱۹۰۳۳	۱۸۰	۲۵۵۲۷	۲۰۵	۳۱۱۷۰	۲۳۰	۲۱۱۷۳
۱۳۱	۱۱۷۲۷	۱۰۶	۱۹۳۱۲	۱۸۱	۲۵۷۶۸	۲۰۶	۳۱۳۸۷	۲۳۱	۲۱۳۶۱
۱۳۲	۱۲۰۰۷	۱۰۷	۱۹۵۹۰	۱۸۲	۲۶۰۰۷	۲۰۷	۳۱۵۹۷	۲۳۲	۲۱۵۶۳
۱۳۳	۱۲۳۸۰	۱۰۸	۱۹۸۶۶	۱۸۳	۲۶۲۴۵	۲۰۸	۳۱۸۰۶	۲۳۳	۲۱۷۶۶
۱۳۴	۱۲۷۱۰	۱۰۹	۲۰۱۴۰	۱۸۴	۲۶۴۸۲	۲۰۹	۳۲۰۱۵	۲۳۴	۲۱۹۶۶
۱۳۵	۱۳۰۳۳	۱۱۰	۲۰۴۱۲	۱۸۵	۲۶۷۱۷	۲۱۰	۳۲۲۲۲	۲۳۵	۲۲۱۰۷
۱۳۶	۱۳۳۵۴	۱۱۱	۲۰۶۸۳	۱۸۶	۲۶۹۵۱	۲۱۱	۳۲۴۲۸	۲۳۶	۲۲۲۹۱
۱۳۷	۱۳۶۷۲	۱۱۲	۲۰۹۵۲	۱۸۷	۲۷۱۸۳	۲۱۲	۳۲۶۳۴	۲۳۷	۲۲۴۷۵
۱۳۸	۱۳۹۸۸	۱۱۳	۲۱۲۱۹	۱۸۸	۲۷۴۱۶	۲۱۳	۳۲۸۳۸	۲۳۸	۲۲۶۷۱
۱۳۹	۱۴۳۰۱	۱۱۴	۲۱۴۸۴	۱۸۹	۲۷۶۴۶	۲۱۴	۳۳۰۴۱	۲۳۹	۲۲۸۷۴
۱۴۰	۱۴۶۱۳	۱۱۵	۲۱۷۴۸	۱۹۰	۲۷۸۷۵	۲۱۵	۳۳۲۴۴	۲۴۰	۲۳۰۷۳
۱۴۱	۱۴۹۲۲	۱۱۶	۲۲۰۱۱	۱۹۱	۲۸۱۰۳	۲۱۶	۳۳۴۴۵	۲۴۱	۲۳۲۷۳
۱۴۲	۱۵۲۲۹	۱۱۷	۲۲۲۷۲	۱۹۲	۲۸۳۳۰	۲۱۷	۳۳۶۴۶	۲۴۲	۲۳۴۷۳
۱۴۳	۱۵۵۳۴	۱۱۸	۲۲۵۳۱	۱۹۳	۲۸۵۵۶	۲۱۸	۳۳۸۴۶	۲۴۳	۲۳۶۷۱
۱۴۴	۱۵۸۳۶	۱۱۹	۲۲۷۸۹	۱۹۴	۲۸۷۸۰	۲۱۹	۳۴۰۴۴	۲۴۴	۲۳۸۷۳
۱۴۵	۱۶۱۳۷	۱۲۰	۲۳۰۴۵	۱۹۵	۲۹۰۰۳	۲۲۰	۳۴۲۴۲	۲۴۵	۲۴۰۷۳
۱۴۶	۱۶۴۳۵	۱۲۱	۲۳۳۰۰	۱۹۶	۲۹۲۲۶	۲۲۱	۳۴۴۳۹	۲۴۶	۲۴۲۶۳
۱۴۷	۱۶۷۳۲	۱۲۲	۲۳۵۵۳	۱۹۷	۲۹۴۴۷	۲۲۲	۳۴۶۳۵	۲۴۷	۲۴۴۶۳
۱۴۸	۱۷۰۲۶	۱۲۳	۲۳۸۰۰	۱۹۸	۲۹۶۶۷	۲۲۳	۳۴۸۳۰	۲۴۸	۲۴۶۶۳
۱۴۹	۱۷۳۱۹	۱۲۴	۲۴۰۵۵	۱۹۹	۲۹۸۸۵	۲۲۴	۳۵۰۲۵	۲۴۹	۲۴۸۶۳
۱۵۰	۱۷۶۰۹	۱۲۵	۲۴۳۰۴	۲۰۰	۳۰۱۰۳	۲۲۵	۳۵۲۱۸	۲۵۰	۲۵۰۶۳

عدد	لوحه	عدد	لوحه	عدد	لوحه	عدد	لوحه	عدد	لوحه
٢٥١	٢٩٩٦٧	٢٧٦	٤٤٠٩١	٢٠١	٤٧٨٥٧	٢٢٦	٥١٣٢٢	٢٥١	٥٤٥٣١
٢٥٢	٤٠١٤٠	٢٧٧	٤٤٢٤٨	٢٠٢	٤٨٠٠١	٢٢٧	٥١٤٥٥	٢٥٢	٥٤٦٥٤
٢٥٣	٤٠٢١٢	٢٧٨	٤٤٤٠٤	٢٠٣	٤٨١٤٤	٢٢٨	٥١٥٨٧	٢٥٣	٥٤٧٧٧
٢٥٤	٤٠٤٨٣	٢٧٩	٤٤٥٦٠	٢٠٤	٤٨٢٨٧	٢٢٩	٥١٧٢٠	٢٥٤	٥٤٩٠٠
٢٥٥	٤٠٦٥٤	٢٨٠	٤٤٧١٦	٢٠٥	٤٨٤٣٠	٢٣٠	٥١٨٥١	٢٥٥	٥٥٠٢٢
٢٥٦	٤٠٨٢٤	٢٨١	٤٤٨٧١	٢٠٦	٤٨٥٧٢	٢٣١	٥١٩٨٣	٢٥٦	٥٥١٤٥
٢٥٧	٤٠٩٩٣	٢٨٢	٤٥٠٢٥	٢٠٧	٤٨٧١٤	٢٣٢	٥٢١١٤	٢٥٧	٥٥٢٦٧
٢٥٨	٤١١٦٢	٢٨٣	٤٥١٧٩	٢٠٨	٤٨٨٥٥	٢٣٣	٥٢٢٤٤	٢٥٨	٥٥٣٨٨
٢٥٩	٤١٣٣٠	٢٨٤	٤٥٣٣٢	٢٠٩	٤٨٩٩٦	٢٣٤	٥٢٣٧٥	٢٥٩	٥٥٥٠٩
٢٦٠	٤١٤٩٧	٢٨٥	٤٥٤٨٤	٢١٠	٤٩١٣٦	٢٣٥	٥٢٥٠٤	٢٦٠	٥٥٦٣٠
٢٦١	٤١٦٦٤	٢٨٦	٤٥٦٣٧	٢١١	٤٩٢٧٦	٢٣٦	٥٢٦٣٤	٢٦١	٥٥٧٥١
٢٦٢	٤١٨٣٠	٢٨٧	٤٥٧٨٨	٢١٢	٤٩٤١٥	٢٣٧	٥٢٧٦٣	٢٦٢	٥٥٨٧١
٢٦٣	٤١٩٩٦	٢٨٨	٤٥٩٣٩	٢١٣	٤٩٥٥٤	٢٣٨	٥٢٨٩٢	٢٦٣	٥٥٩٩١
٢٦٤	٤٢١٦٠	٢٨٩	٤٦٠٩٠	٢١٤	٤٩٦٩٣	٢٣٩	٥٣٠٢٠	٢٦٤	٥٦١١٠
٢٦٥	٤٢٣٢٥	٢٩٠	٤٦٢٤٠	٢١٥	٤٩٨٣١	٢٤٠	٥٣١٤٨	٢٦٥	٥٦٢٢٩
٢٦٦	٤٢٤٨٨	٢٩١	٤٦٣٨٩	٢١٦	٤٩٩٦٩	٢٤١	٥٣٢٧٥	٢٦٦	٥٦٣٤٨
٢٦٧	٤٢٦٥١	٢٩٢	٤٦٥٣٨	٢١٧	٥٠١٠٦	٢٤٢	٥٣٤٠٣	٢٦٧	٥٦٤٦٧
٢٦٨	٤٢٨١٣	٢٩٣	٤٦٦٨٧	٢١٨	٥٠٢٤٣	٢٤٣	٥٣٥٢٩	٢٦٨	٥٦٥٨٥
٢٦٩	٤٢٩٧٥	٢٩٤	٤٦٨٣٥	٢١٩	٥٠٣٧٩	٢٤٤	٥٣٦٥٦	٢٦٩	٥٦٧٠٣
٢٧٠	٤٣١٣٦	٢٩٥	٤٦٩٨٢	٢٢٠	٥٠٥١٥	٢٤٥	٥٣٧٨٢	٢٧٠	٥٦٨٢٠
٢٧١	٤٣٢٩٧	٢٩٦	٤٧١٢٩	٢٢١	٥٠٦٥١	٢٤٦	٥٣٩٠٨	٢٧١	٥٦٩٣٧
٢٧٢	٤٣٤٥٧	٢٩٧	٤٧٢٧٦	٢٢٢	٥٠٧٨٦	٢٤٧	٥٤٠٣٣	٢٧٢	٥٧٠٥٤
٢٧٣	٤٣٦١٦	٢٩٨	٤٧٤٣٢	٢٢٣	٥٠٩٢٠	٢٤٨	٥٤١٥٨	٢٧٣	٥٧١٧١
٢٧٤	٤٣٧٧٥	٢٩٩	٤٧٥٦٧	٢٢٤	٥١٠٥٥	٢٤٩	٥٤٢٨٣	٢٧٤	٥٧٢٨٧
٢٧٥	٤٣٩٣٣	٣٠٠	٤٧٧١٢	٢٢٥	٥١١٨٨	٣٥٠	٥٤٤٠٧	٢٧٥	٥٧٤٠٣

لوحه	عدد	لوحه	عدد	لوحه	عدد	لوحه	عدد	لوحه	عدد
٧٧٨٨٧	٦٠١	٧٦٠٤٢	٥٧٦	٧٤١١٥	٥٥١	٧٢٠٩٩	٥٢٦	٧٩٩٨٤	٥٠١
٧٧٩٦٠	٦٠٢	٧٦١١٨	٥٧٧	٧٤١٩٤	٥٥٢	٧٢١٨١	٥٢٧	٧٠٠٧٠	٥٠٢
٧٨٠٣٢	٦٠٣	٧٦١٩٣	٥٧٨	٧٤٢٧٣	٥٥٣	٧٢٢٦٣	٥٢٨	٧٠١٥٧	٥٠٣
٧٨١٠٤	٦٠٤	٧٦٢٦٨	٥٧٩	٧٤٣٥١	٥٥٤	٧٢٣٤٦	٥٢٩	٧٠٢٤٣	٥٠٤
٧٨١٧٦	٦٠٥	٧٦٣٤٣	٥٨٠	٧٤٤٢٩	٥٥٥	٧٢٤٢٨	٥٣٠	٧٠٣٢٩	٥٠٥
٧٨٢٤٧	٦٠٦	٧٦٤١٨	٥٨١	٧٤٥٠٧	٥٥٦	٧٢٥٠٩	٥٣١	٧٠٤١٥	٥٠٦
٧٨٣١٩	٦٠٧	٧٦٤٩٢	٥٨٢	٧٤٥٨٦	٥٥٧	٧٢٥٩١	٥٣٢	٧٠٥٠١	٥٠٧
٧٨٣٩٠	٦٠٨	٧٦٥٦٧	٥٨٣	٧٤٦٦٣	٥٥٨	٧٢٦٧٣	٥٣٣	٧٠٥٨٦	٥٠٨
٧٨٤٦٢	٦٠٩	٧٦٦٤١	٥٨٤	٧٤٧٤١	٥٥٩	٧٢٧٥٤	٥٣٤	٧٠٦٧٢	٥٠٩
٧٨٥٣٣	٦١٠	٧٦٧١٦	٥٨٥	٧٤٨١٩	٥٦٠	٧٢٨٧٥	٥٣٥	٧٠٧٥٧	٥١٠
٧٨٦٠٤	٦١١	٧٦٧٩٠	٥٨٦	٧٤٨٩٦	٥٦١	٧٢٩١٦	٥٣٦	٧٠٨٤٢	٥١١
٧٨٦٧٥	٦١٢	٧٦٨٦٤	٥٨٧	٧٤٩٧٤	٥٦٢	٧٢٩٩٧	٥٣٧	٧٠٩٢٧	٥١٢
٧٨٧٤٦	٦١٣	٧٦٩٣٨	٥٨٨	٧٥٠٥١	٥٦٣	٧٣٠٧٨	٥٣٨	٧١٠١٢	٥١٣
٧٨٨١٧	٦١٤	٧٧٠١٢	٥٨٩	٧٥١٢٨	٥٦٤	٧٣١٥٩	٥٣٩	٧١٠٩٦	٥١٤
٧٨٨٨٨	٦١٥	٧٧٠٨٥	٥٩٠	٧٥٢٠٥	٥٦٥	٧٣٢٣٩	٥٤٠	٧١١٨١	٥١٥
٧٨٩٥٨	٦١٦	٧٧١٥٩	٥٩١	٧٥٢٨٢	٥٦٦	٧٣٣٢٠	٥٤١	٧١٢٦٥	٥١٦
٧٩٠٢٩	٦١٧	٧٧٢٣٢	٥٩٢	٧٥٣٥٨	٥٦٧	٧٣٤٠٠	٥٤٢	٧١٣٤٩	٥١٧
٧٩٠٩٩	٦١٨	٧٧٣٠٥	٥٩٣	٧٥٤٣٥	٥٦٨	٧٣٤٨٠	٥٤٣	٧١٤٣٣	٥١٨
٧٩١٦٩	٦١٩	٧٧٣٧٩	٥٩٤	٧٥٥١١	٥٦٩	٧٣٥٦٠	٥٤٤	٧١٥١٧	٥١٩
٧٩٢٣٩	٦٢٠	٧٧٤٥٢	٥٩٥	٧٥٥٨٧	٥٧٠	٧٣٦٤٠	٥٤٥	٧١٦٠٠	٥٢٠
٧٩٣٠٩	٦٢١	٧٧٥٢٥	٥٩٦	٧٥٦٦٤	٥٧١	٧٣٧١٩	٥٤٦	٧١٦٨٤	٥٢١
٧٩٣٧٩	٦٢٢	٧٧٥٩٧	٥٩٧	٧٥٧٤٠	٥٧٢	٧٣٧٩٩	٥٤٧	٧١٧٦٧	٥٢٢
٧٩٤٤٩	٦٢٣	٧٧٦٧٠	٥٩٨	٧٥٨١٥	٥٧٣	٧٣٨٧٨	٥٤٨	٧١٨٥٠	٥٢٣
٧٩٥١٨	٦٢٤	٧٧٧٤٣	٥٩٩	٧٥٨٩١	٥٧٤	٧٣٩٥٧	٥٤٩	٧١٩٣٣	٥٢٤
٧٩٥٨٨	٦٢٥	٧٧٨١٥	٦٠٠	٧٥٩٦٧	٥٧٥	٧٤٠٣٦	٥٥٠	٧٢٠١٦	٥٢٥

لوحه	د.د.	لوحه	د.د.	لوحه	د.د.	لوحه	د.د.	لوحه	د.د.
٧٦٠٩٤	٧٢٦	٧٤٥٧٢	٧٠١	٧٢٩٩٥	٧٦٦	٧١٢٥٨	٧٥١	٧٩٦٥٧	٧٢٦
٧٦١٥٣	٧٢٧	٧٤٦٣٤	٧٠٢	٧٣٠٥٩	٧٦٧	٧١٤٢٥	٧٥٢	٧٩٧٢٧	٧٢٧
٧٦٢١٣	٧٢٨	٧٤٦٩٦	٧٠٣	٧٣١٢٣	٧٦٨	٧١٤٩١	٧٥٣	٧٩٧٩٦	٧٢٨
٧٦٢٧٣	٧٢٩	٧٤٧٥٧	٧٠٤	٧٣١٨٧	٧٦٩	٧١٥٥٨	٧٥٤	٧٩٨٦٥	٧٢٩
٧٦٣٣٢	٧٣٠	٧٤٨١٩	٧٠٥	٧٣٢٥١	٧٧٠	٧١٦٢٤	٧٥٥	٧٩٩٣٤	٧٣٠
٧٦٣٩٢	٧٣١	٧٤٨٨٠	٧٠٦	٧٣٣١٥	٧٧١	٧١٦٩٠	٧٥٦	٨٠٠٠٣	٧٣١
٧٦٤٥١	٧٣٢	٧٤٩٤٢	٧٠٧	٧٣٣٧٨	٧٧٢	٧١٧٥٧	٧٥٧	٨٠٠٧٢	٧٣٢
٧٦٥١٠	٧٣٣	٨٠٠٠٣	٧٠٨	٧٣٤٤٢	٧٧٣	٧١٨٢٣	٧٥٨	٨٠١٤٠	٧٣٣
٧٦٥٧٠	٧٣٤	٨٠٠٦٥	٧٠٩	٧٣٥٠٦	٧٧٤	٧١٨٨٩	٧٥٩	٨٠٢٠٩	٧٣٤
٧٦٦٢٩	٧٣٥	٨٠١٢٦	٧١٠	٧٣٥٦٩	٧٧٥	٧١٩٥٤	٧٦٠	٨٠٢٧٧	٧٣٥
٧٦٦٨٨	٧٣٦	٨٠١٨٧	٧١١	٧٣٦٣٢	٧٧٦	٨٢٠٢٠	٧٦١	٨٠٣٤٦	٧٣٦
٧٦٧٤٧	٧٣٧	٨٠٢٤٨	٧١٢	٧٣٦٩٦	٧٧٧	٨٢٠٨٦	٧٦٢	٨٠٤١٤	٧٣٧
٧٦٨٠٦	٧٣٨	٨٠٣٠٩	٧١٣	٧٣٧٥٩	٧٧٨	٨٢١٥١	٧٦٣	٨٠٤٨٢	٧٣٨
٧٦٨٦٤	٧٣٩	٨٠٣٧٠	٧١٤	٧٣٨٢٢	٧٧٩	٨٢٢١٧	٧٦٤	٨٠٥٥٠	٧٣٩
٧٦٩٢٣	٧٤٠	٨٠٤٣١	٧١٥	٧٣٨٨٥	٧٨٠	٨٢٢٨٢	٧٦٥	٨٠٦١٨	٧٤٠
٧٦٩٨٢	٧٤١	٨٠٤٩١	٧١٦	٧٣٩٤٨	٧٨١	٨٢٣٤٧	٧٦٦	٨٠٦٨٦	٧٤١
٧٧٠٤٠	٧٤٢	٨٠٥٥٢	٧١٧	٨٤٠١١	٧٨٢	٨٢٤١٣	٧٦٧	٨٠٧٥٤	٧٤٢
٧٧٠٩٩	٧٤٣	٨٠٦١٢	٧١٨	٨٤٠٧٣	٧٨٣	٨٢٤٧٨	٧٦٨	٨٠٨٢١	٧٤٣
٧٧١٥٧	٧٤٤	٨٠٦٧٣	٧١٩	٨٤١٣٦	٧٨٤	٨٢٥٤٣	٧٦٩	٨٠٨٨٩	٧٤٤
٧٧٢١٦	٧٤٥	٨٠٧٣٣	٧٢٠	٨٤١٩٨	٧٨٥	٨٢٦٠٧	٧٧٠	٨٠٩٥٦	٧٤٥
٧٧٢٧٤	٧٤٦	٨٠٧٩٤	٧٢١	٨٤٢٦١	٧٨٦	٨٢٦٧٢	٧٧١	٨١٠٢٣	٧٤٦
٧٧٣٣٢	٧٤٧	٨٠٨٥٤	٧٢٢	٨٤٣٢٣	٧٨٧	٨٢٧٣٧	٧٧٢	٨١٠٩٠	٧٤٧
٧٧٣٩٠	٧٤٨	٨٠٩١٤	٧٢٣	٨٤٣٨٦	٧٨٨	٨٢٨٠٢	٧٧٣	٨١١٥٨	٧٤٨
٧٧٤٤٨	٧٤٩	٨٠٩٧٤	٧٢٤	٨٤٤٤٨	٧٨٩	٨٢٨٦٦	٧٧٤	٨١٢٢٤	٧٤٩
٧٧٥٠٦	٧٥٠	٨١٠٣٤	٧٢٥	٨٤٥٠١	٧٩٠	٨٢٩٣٠	٧٧٥	٨١٢٩١	٧٥٠

لوحه	عدد	لوحه	عدد	لوحه	عدد	لوحه	عدد	لوحه	عدد
٩٢٩٩٣	٨٥١	٩١٦٩٨	٨٢٦	٩٠٣٦٣	٨٠١	٨٩٨٦٧	٧٧٦	٨٧٥٦٤	٧٥١
٩٣٠٤٤	٨٥٢	٩١٧٥١	٨٢٧	٩٠٤١٧	٨٠٢	٨٩٠٤٢	٧٧٧	٨٧٦٢٢	٧٥٢
٩٣٠٩٥	٨٥٣	٩١٨٠٣	٨٢٨	٩٠٤٧٢	٨٠٣	٨٩٠٩٨	٧٧٨	٨٧٦٧٩	٧٥٣
٩٣١٤٦	٨٥٤	٩١٨٥٥	٨٢٩	٩٠٥٢٦	٨٠٤	٨٩١٥٤	٧٧٩	٨٧٧٣٧	٧٥٤
٩٣١٩٧	٨٥٥	٩١٩٠٨	٨٣٠	٩٠٥٨٠	٨٠٥	٨٩٢٠٩	٧٨٠	٨٧٧٩٥	٧٥٥
٩٣٢٤٧	٨٥٦	٩١٩٦٠	٨٣١	٩٠٦٣٤	٨٠٦	٨٩٢٦٥	٧٨١	٨٧٨٥٢	٧٥٦
٩٣٢٩٨	٨٥٧	٩٢٠١٢	٨٣٢	٩٠٦٨٧	٨٠٧	٨٩٣٢١	٧٨٢	٨٧٩١٠	٧٥٧
٩٣٣٤٩	٨٥٨	٩٢٠٦٥	٨٣٣	٩٠٧٤١	٨٠٨	٨٩٣٧٦	٧٨٣	٨٧٩٦٧	٧٥٨
٩٣٣٩٩	٨٥٩	٩٢١١٧	٨٣٤	٩٠٧٩٥	٨٠٩	٨٩٤٣٢	٧٨٤	٨٨٠٢٤	٧٥٩
٩٣٤٥٠	٨٦٠	٩٢١٦٩	٨٣٥	٩٠٨٤٩	٨١٠	٨٩٤٨٧	٧٨٥	٨٨٠٨١	٧٦٠
٩٣٥٠٠	٨٦١	٩٢٢٢١	٨٣٦	٩٠٩٠٢	٨١١	٨٩٥٤٢	٧٨٦	٨٨١٣٨	٧٦١
٩٣٥٥١	٨٦٢	٩٢٢٧٣	٨٣٧	٩٠٩٥٦	٨١٢	٨٩٥٩٧	٧٨٧	٨٨١٩٥	٧٦٢
٩٣٦٠١	٨٦٣	٩٢٣٢٤	٨٣٨	٩١٠٠٩	٨١٣	٨٩٦٥٣	٧٨٨	٨٨٢٥٢	٧٦٣
٩٣٦٥١	٨٦٤	٩٢٣٧٦	٨٣٩	٩١٠٦٢	٨١٤	٨٩٧٠٨	٧٨٩	٨٨٣٠٩	٧٦٤
٩٣٧٠٢	٨٦٥	٩٢٤٢٨	٨٤٠	٩١١١٦	٨١٥	٨٩٧٦٣	٧٩٠	٨٨٣٦٦	٧٦٥
٩٣٧٥٢	٨٦٦	٩٢٤٨٠	٨٤١	٩١١٦٩	٨١٦	٨٩٨١٨	٧٩١	٨٨٤٢٣	٧٦٦
٩٣٨٠٢	٨٦٧	٩٢٥٣١	٨٤٢	٩١٢٢٢	٨١٧	٨٩٨٧٣	٧٩٢	٨٨٤٨٠	٧٦٧
٩٣٨٥٢	٨٦٨	٩٢٥٨٣	٨٤٣	٩١٢٧٥	٨١٨	٨٩٩٢٧	٧٩٣	٨٨٥٣٦	٧٦٨
٩٣٩٠٢	٨٦٩	٩٢٦٣٤	٨٤٤	٩١٣٢٨	٨١٩	٨٩٩٨٢	٧٩٤	٨٨٥٩٣	٧٦٩
٩٣٩٥٢	٨٧٠	٩٢٦٨٦	٨٤٥	٩١٣٨١	٨٢٠	٩٠٠٣٧	٧٩٥	٨٨٦٤٩	٧٧٠
٩٤٠٠٢	٨٧١	٩٢٧٣٧	٨٤٦	٩١٤٣٤	٨٢١	٩٠٠٩١	٧٩٦	٨٨٧٠٥	٧٧١
٩٤٠٥٢	٨٧٢	٩٢٧٨٨	٨٤٧	٩١٤٨٧	٨٢٢	٩٠١٤٦	٧٩٧	٨٨٧٦٢	٧٧٢
٩٤١٠١	٨٧٣	٩٢٨٤٠	٨٤٨	٩١٥٤٠	٨٢٣	٩٠٢٠٠	٧٩٨	٨٨٨١٨	٧٧٣
٩٤١٥١	٨٧٤	٩٢٨٩١	٨٤٩	٩١٥٩٣	٨٢٤	٩٠٢٥٥	٧٩٩	٨٨٨٧٤	٧٧٤
٩٤٢٠١	٨٧٥	٩٢٩٤٢	٨٥٠	٩١٦٤٥	٨٢٥	٩٠٣٠٩	٨٠٠	٨٨٩٣٠	٧٧٥

لوحه	عدد	لوحه	عدد	لوحه	عدد	لوحه	عدد	لوحه	عدد
٩٨٩٤٥	٩٧٦	٩٧٨١٨	٩٥١	٩٦٦٦١	٩٢٦	٩٥٤٧٢	٩٠١	٩٤٢٥٠	٨٧٦
٩٨٩٨٩	٩٧٧	٩٧٨٦٤	٩٥٢	٩٦٧٠٨	٩٢٧	٩٥٥٢١	٩٠٢	٩٤٣٠٠	٨٧٧
٩٩٠٣٤	٩٧٨	٩٧٩٠٩	٩٥٣	٩٦٧٥٥	٩٢٨	٩٥٥٦٩	٩٠٣	٩٤٣٤٩	٨٧٨
٩٩٠٧٨	٩٧٩	٩٧٩٥٥	٩٥٤	٩٦٨٠٢	٩٢٩	٩٥٦١٧	٩٠٤	٩٤٣٩٩	٨٧٩
٩٩١٢٣	٩٨٠	٩٨٠٠٠	٩٥٥	٩٦٨٤٨	٩٣٠	٩٥٦٦٥	٩٠٥	٩٤٤٤٨	٨٨٠
٩٩١٦٧	٩٨١	٩٨٠٤٦	٩٥٦	٩٦٨٩٥	٩٣١	٩٥٧١٣	٩٠٦	٩٤٤٩٨	٨٨١
٩٩٢١١	٩٨٢	٩٨٠٩١	٩٥٧	٩٦٩٤٢	٩٣٢	٩٥٧٦١	٩٠٧	٩٤٥٤٧	٨٨٢
٩٩٢٥٥	٩٨٣	٩٨١٣٧	٩٥٨	٩٦٩٨٨	٩٣٣	٩٥٨٠٩	٩٠٨	٩٤٥٩٦	٨٨٣
٩٩٣٠٠	٩٨٤	٩٨١٨٢	٩٥٩	٩٧٠٣٥	٩٣٤	٩٥٨٥٦	٩٠٩	٩٤٦٤٥	٨٨٤
٩٩٣٤٤	٩٨٥	٩٨٢٢٧	٩٦٠	٩٧٠٨١	٩٣٥	٩٥٩٠٤	٩١٠	٩٤٦٩٤	٨٨٥
٩٩٣٨٨	٩٨٦	٩٨٢٧٢	٩٦١	٩٧١٢٨	٩٣٦	٩٥٩٥٢	٩١١	٩٤٧٤٣	٨٨٦
٩٩٤٣٢	٩٨٧	٩٨٣١٨	٩٦٢	٩٧١٧٤	٩٣٧	٩٥٩٩٩	٩١٢	٩٤٧٩٢	٨٨٧
٩٩٤٧٦	٩٨٨	٩٨٣٦٣	٩٦٣	٩٧٢٢٠	٩٣٨	٩٦٠٤٧	٩١٣	٩٤٨٤١	٨٨٨
٩٩٥٢٠	٩٨٩	٩٨٤٠٨	٩٦٤	٩٧٢٦٧	٩٣٩	٩٦٠٩٥	٩١٤	٩٤٨٩٠	٨٨٩
٩٩٥٦٤	٩٩٠	٩٨٤٥٣	٩٦٥	٩٧٣١٣	٩٤٠	٩٦١٤٢	٩١٥	٩٤٩٣٩	٨٩٠
٩٩٦٠٧	٩٩١	٩٨٤٩٨	٩٦٦	٩٧٣٥٩	٩٤١	٩٦١٩٠	٩١٦	٩٤٩٨٨	٨٩١
٩٩٦٥١	٩٩٢	٩٨٥٤٣	٩٦٧	٩٧٤٠٥	٩٤٢	٩٦٢٣٧	٩١٧	٩٥٠٣٦	٨٩٢
٩٩٦٩٥	٩٩٣	٩٨٥٨٨	٩٦٨	٩٧٤٥١	٩٤٣	٩٦٢٨٤	٩١٨	٩٥٠٨٥	٨٩٣
٩٩٧٣٩	٩٩٤	٩٨٦٣٢	٩٦٩	٩٧٤٩٧	٩٤٤	٩٦٣٣٢	٩١٩	٩٥١٣٤	٨٩٤
٩٩٧٨٢	٩٩٥	٩٨٦٧٧	٩٧٠	٩٧٥٤٣	٩٤٥	٩٦٣٧٩	٩٢٠	٩٥١٨٢	٨٩٥
٩٩٨٢٦	٩٩٦	٩٨٧٢٢	٩٧١	٩٧٥٨٩	٩٤٦	٩٦٤٢٦	٩٢١	٩٥٢٣١	٨٩٦
٩٩٨٧٠	٩٩٧	٩٨٧٦٧	٩٧٢	٩٧٦٣٥	٩٤٧	٩٦٤٧٣	٩٢٢	٩٥٢٧٩	٨٩٧
٩٩٩١٣	٩٩٨	٩٨٨١١	٩٧٣	٩٧٦٨١	٩٤٨	٩٦٥٢٠	٩٢٣	٩٥٣٢٨	٨٩٨
٩٩٩٥٧	٩٩٩	٩٨٨٥٦	٩٧٤	٩٧٧٢٧	٩٤٩	٩٦٥٦٧	٩٢٤	٩٥٣٧٦	٨٩٩
.....	١٠٠٠	٩٨٩٠٠	٩٧٥	٩٧٧٧٢	٩٥٠	٩٦٦١٤	٩٢٥	٩٥٤٢٤	٩٠٠

عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف
127	0104	39	127	0104	37	127	0104	38	127	0104	39	127	0104	37
128	0195	39	128	0195	37	128	0195	38	128	0195	39	128	0195	37
129	0231	39	129	0231	37	129	0231	38	129	0231	39	129	0231	37
130	0269	39	130	0269	37	130	0269	38	130	0269	39	130	0269	37
131	0308	39	131	0308	37	131	0308	38	131	0308	39	131	0308	37
132	0346	39	132	0346	37	132	0346	38	132	0346	39	132	0346	37
133	0380	39	133	0380	37	133	0380	38	133	0380	39	133	0380	37
134	0423	39	134	0423	37	134	0423	38	134	0423	39	134	0423	37
135	0461	39	135	0461	37	135	0461	38	135	0461	39	135	0461	37
136	0500	39	136	0500	37	136	0500	38	136	0500	39	136	0500	37
137	0538	39	137	0538	37	137	0538	38	137	0538	39	137	0538	37
138	0576	39	138	0576	37	138	0576	38	138	0576	39	138	0576	37
139	0614	39	139	0614	37	139	0614	38	139	0614	39	139	0614	37
140	0652	39	140	0652	37	140	0652	38	140	0652	39	140	0652	37
141	0690	39	141	0690	37	141	0690	38	141	0690	39	141	0690	37
142	0728	39	142	0728	37	142	0728	38	142	0728	39	142	0728	37
143	0766	39	143	0766	37	143	0766	38	143	0766	39	143	0766	37
144	0804	39	144	0804	37	144	0804	38	144	0804	39	144	0804	37
145	0842	39	145	0842	37	145	0842	38	145	0842	39	145	0842	37
146	0880	39	146	0880	37	146	0880	38	146	0880	39	146	0880	37
147	0918	39	147	0918	37	147	0918	38	147	0918	39	147	0918	37
148	0956	39	148	0956	37	148	0956	38	148	0956	39	148	0956	37
149	0994	39	149	0994	37	149	0994	38	149	0994	39	149	0994	37
150	1032	39	150	1032	37	150	1032	38	150	1032	39	150	1032	37
151	1070	39	151	1070	37	151	1070	38	151	1070	39	151	1070	37
152	1108	39	152	1108	37	152	1108	38	152	1108	39	152	1108	37
153	1146	39	153	1146	37	153	1146	38	153	1146	39	153	1146	37
154	1184	39	154	1184	37	154	1184	38	154	1184	39	154	1184	37
155	1222	39	155	1222	37	155	1222	38	155	1222	39	155	1222	37
156	1260	39	156	1260	37	156	1260	38	156	1260	39	156	1260	37
157	1298	39	157	1298	37	157	1298	38	157	1298	39	157	1298	37
158	1336	39	158	1336	37	158	1336	38	158	1336	39	158	1336	37
159	1374	39	159	1374	37	159	1374	38	159	1374	39	159	1374	37
160	1412	39	160	1412	37	160	1412	38	160	1412	39	160	1412	37
161	1450	39	161	1450	37	161	1450	38	161	1450	39	161	1450	37
162	1488	39	162	1488	37	162	1488	38	162	1488	39	162	1488	37
163	1526	39	163	1526	37	163	1526	38	163	1526	39	163	1526	37
164	1564	39	164	1564	37	164	1564	38	164	1564	39	164	1564	37
165	1602	39	165	1602	37	165	1602	38	165	1602	39	165	1602	37
166	1640	39	166	1640	37	166	1640	38	166	1640	39	166	1640	37
167	1678	39	167	1678	37	167	1678	38	167	1678	39	167	1678	37
168	1716	39	168	1716	37	168	1716	38	168	1716	39	168	1716	37
169	1754	39	169	1754	37	169	1754	38	169	1754	39	169	1754	37
170	1792	39	170	1792	37	170	1792	38	170	1792	39	170	1792	37
171	1830	39	171	1830	37	171	1830	38	171	1830	39	171	1830	37
172	1868	39	172	1868	37	172	1868	38	172	1868	39	172	1868	37
173	1906	39	173	1906	37	173	1906	38	173	1906	39	173	1906	37
174	1944	39	174	1944	37	174	1944	38	174	1944	39	174	1944	37
175	1982	39	175	1982	37	175	1982	38	175	1982	39	175	1982	37
176	2020	39	176	2020	37	176	2020	38	176	2020	39	176	2020	37
177	2058	39	177	2058	37	177	2058	38	177	2058	39	177	2058	37
178	2096	39	178	2096	37	178	2096	38	178	2096	39	178	2096	37
179	2134	39	179	2134	37	179	2134	38	179	2134	39	179	2134	37
180	2172	39	180	2172	37	180	2172	38	180	2172	39	180	2172	37
181	2210	39	181	2210	37	181	2210	38	181	2210	39	181	2210	37
182	2248	39	182	2248	37	182	2248	38	182	2248	39	182	2248	37
183	2286	39	183	2286	37	183	2286	38	183	2286	39	183	2286	37
184	2324	39	184	2324	37	184	2324	38	184	2324	39	184	2324	37
185	2362	39	185	2362	37	185	2362	38	185	2362	39	185	2362	37
186	2400	39	186	2400	37	186	2400	38	186	2400	39	186	2400	37
187	2438	39	187	2438	37	187	2438	38	187	2438	39	187	2438	37
188	2476	39	188	2476	37	188	2476	38	188	2476	39	188	2476	37
189	2514	39	189	2514	37	189	2514	38	189	2514	39	189	2514	37
190	2552	39	190	2552	37	190	2552	38	190	2552	39	190	2552	37
191	2590	39	191	2590	37	191	2590	38	191	2590	39	191	2590	37
192	2628	39	192	2628	37	192	2628	38	192	2628	39	192	2628	37
193	2666	39	193	2666	37	193	2666	38	193	2666	39	193	2666	37
194	2704	39	194	2704	37	194	2704	38	194	2704	39	194	2704	37
195	2742	39	195	2742	37	195	2742	38	195	2742	39	195	2742	37
196	2780	39	196	2780	37	196	2780	38	196	2780	39	196	2780	37
197	2818	39	197	2818	37	197	2818	38	197	2818	39	197	2818	37
198	2856	39	198	2856	37	198	2856	38	198	2856	39	198	2856	37
199	2894	39	199	2894	37	199	2894	38	199	2894	39	199	2894	37
200	2932	39	200	2932	37	200	2932	38	200	2932	39	200	2932	37

عدد	لوحه	ف	عدد	لوحه	ف	عدد	لوحه	ف	عدد	لوحه	ف	عدد	لوحه	ف
١٥١	٩٧٢٦	٣٥	١٥١	١٢٧٦	٣٤	١٥١	١٠٥٨٥	٣٤	١٥١	١٠٥٨٥	٣٤	١٥١	١٢٧٦	٣٤
١٥٢	٩٧٦٠	٣٤	١٥٢	١٢٧٧	٣٤	١٥٢	١٠٦١٩	٣٤	١٥٢	١٠٦١٩	٣٤	١٥٢	١٢٧٧	٣٤
١٥٣	٩٧٩٥	٣٥	١٥٣	١٢٧٨	٣٥	١٥٣	١٠٦٥٣	٣٤	١٥٣	١٠٦٥٣	٣٤	١٥٣	١٢٧٨	٣٥
١٥٤	٩٨٣٠	٣٥	١٥٤	١٢٧٩	٣٤	١٥٤	١٠٦٨٧	٣٤	١٥٤	١٠٦٨٧	٣٤	١٥٤	١٢٧٩	٣٤
١٥٥	٩٨٦٤	٣٤	١٥٥	١٢٨٠	٣٤	١٥٥	١٠٧٢١	٣٤	١٥٥	١٠٧٢١	٣٤	١٥٥	١٢٨٠	٣٤
١٥٦	٩٨٩٩	٣٥	١٥٦	١٢٨١	٣٤	١٥٦	١٠٧٥٥	٣٤	١٥٦	١٠٧٥٥	٣٤	١٥٦	١٢٨١	٣٥
١٥٧	٩٩٣٤	٣٥	١٥٧	١٢٨٢	٣٤	١٥٧	١٠٧٨٩	٣٤	١٥٧	١٠٧٨٩	٣٤	١٥٧	١٢٨٢	٣٥
١٥٨	٩٩٦٨	٣٤	١٥٨	١٢٨٣	٣٤	١٥٨	١٠٨٢٣	٣٤	١٥٨	١٠٨٢٣	٣٤	١٥٨	١٢٨٣	٣٤
١٥٩	١٠٠٠٣	٣٥	١٥٩	١٢٨٤	٣٤	١٥٩	١٠٨٥٧	٣٤	١٥٩	١٠٨٥٧	٣٤	١٥٩	١٢٨٤	٣٥
١٦٠	١٠٠٣٧	٣٤	١٦٠	١٢٨٥	٣٤	١٦٠	١٠٨٩٠	٣٣	١٦٠	١٠٨٩٠	٣٣	١٦٠	١٢٨٥	٣٤
١٦١	١٠٠٧٢	٣٥	١٦١	١٢٨٦	٣٤	١٦١	١٠٩٢٤	٣٤	١٦١	١٠٩٢٤	٣٤	١٦١	١٢٨٦	٣٤
١٦٢	١٠١٠٦	٣٤	١٦٢	١٢٨٧	٣٤	١٦٢	١٠٩٥٨	٣٤	١٦٢	١٠٩٥٨	٣٤	١٦٢	١٢٨٧	٣٤
١٦٣	١٠١٤٠	٣٤	١٦٣	١٢٨٨	٣٤	١٦٣	١٠٩٩٢	٣٤	١٦٣	١٠٩٩٢	٣٤	١٦٣	١٢٨٨	٣٤
١٦٤	١٠١٧٥	٣٥	١٦٤	١٢٨٩	٣٤	١٦٤	١١٠٣٥	٣٤	١٦٤	١١٠٣٥	٣٤	١٦٤	١٢٨٩	٣٤
١٦٥	١٠٢٠٩	٣٤	١٦٥	١٢٩٠	٣٤	١٦٥	١١٠٥٩	٣٤	١٦٥	١١٠٥٩	٣٤	١٦٥	١٢٩٠	٣٤
١٦٦	١٠٢٤٣	٣٥	١٦٦	١٢٩١	٣٣	١٦٦	١١٠٩٣	٣٣	١٦٦	١١٠٩٣	٣٣	١٦٦	١٢٩١	٣٣
١٦٧	١٠٢٧٨	٣٤	١٦٧	١٢٩٢	٣٤	١٦٧	١١١٢٦	٣٣	١٦٧	١١١٢٦	٣٣	١٦٧	١٢٩٢	٣٣
١٦٨	١٠٣١٢	٣٤	١٦٨	١٢٩٣	٣٣	١٦٨	١١١٦٠	٣٣	١٦٨	١١١٦٠	٣٣	١٦٨	١٢٩٣	٣٣
١٦٩	١٠٣٤٦	٣٤	١٦٩	١٢٩٤	٣٣	١٦٩	١١١٩٣	٣٣	١٦٩	١١١٩٣	٣٣	١٦٩	١٢٩٤	٣٣
١٧٠	١٠٣٨٠	٣٤	١٧٠	١٢٩٥	٣٣	١٧٠	١١٢٢٧	٣٣	١٧٠	١١٢٢٧	٣٣	١٧٠	١٢٩٥	٣٣
١٧١	١٠٤١٥	٣٤	١٧١	١٢٩٦	٣٣	١٧١	١١٢٦١	٣٣	١٧١	١١٢٦١	٣٣	١٧١	١٢٩٦	٣٣
١٧٢	١٠٤٤٩	٣٤	١٧٢	١٢٩٧	٣٣	١٧٢	١١٢٩٤	٣٣	١٧٢	١١٢٩٤	٣٣	١٧٢	١٢٩٧	٣٣
١٧٣	١٠٤٨٣	٣٤	١٧٣	١٢٩٨	٣٣	١٧٣	١١٣٢٧	٣٣	١٧٣	١١٣٢٧	٣٣	١٧٣	١٢٩٨	٣٣
١٧٤	١٠٥١٧	٣٤	١٧٤	١٢٩٩	٣٣	١٧٤	١١٣٦١	٣٣	١٧٤	١١٣٦١	٣٣	١٧٤	١٢٩٩	٣٣
١٧٥	١٠٥٥١	٣٤	١٧٥	١٣٠٠	٣٣	١٧٥	١١٣٩٤	٣٣	١٧٥	١١٣٩٤	٣٣	١٧٥	١٣٠٠	٣٣
١٧٦	١٠٥٨٥	٣٤	١٧٦	١٣٠١	٣٣	١٧٦	١١٤٢٨	٣٣	١٧٦	١١٤٢٨	٣٣	١٧٦	١٣٠١	٣٣
١٧٧	١٠٦١٩	٣٤	١٧٧	١٣٠٢	٣٣	١٧٧	١١٤٦١	٣٣	١٧٧	١١٤٦١	٣٣	١٧٧	١٣٠٢	٣٣
١٧٨	١٠٦٥٣	٣٤	١٧٨	١٣٠٣	٣٣	١٧٨	١١٤٩٤	٣٣	١٧٨	١١٤٩٤	٣٣	١٧٨	١٣٠٣	٣٣
١٧٩	١٠٦٨٧	٣٤	١٧٩	١٣٠٤	٣٣	١٧٩	١١٥٢٨	٣٣	١٧٩	١١٥٢٨	٣٣	١٧٩	١٣٠٤	٣٣
١٨٠	١٠٧٢١	٣٤	١٨٠	١٣٠٥	٣٣	١٨٠	١١٥٦١	٣٣	١٨٠	١١٥٦١	٣٣	١٨٠	١٣٠٥	٣٣
١٨١	١٠٧٥٥	٣٤	١٨١	١٣٠٦	٣٣	١٨١	١١٥٩٤	٣٣	١٨١	١١٥٩٤	٣٣	١٨١	١٣٠٦	٣٣
١٨٢	١٠٧٨٩	٣٤	١٨٢	١٣٠٧	٣٣	١٨٢	١١٦٢٨	٣٣	١٨٢	١١٦٢٨	٣٣	١٨٢	١٣٠٧	٣٣
١٨٣	١٠٨٢٣	٣٤	١٨٣	١٣٠٨	٣٣	١٨٣	١١٦٦١	٣٣	١٨٣	١١٦٦١	٣٣	١٨٣	١٣٠٨	٣٣
١٨٤	١٠٨٥٧	٣٤	١٨٤	١٣٠٩	٣٣	١٨٤	١١٦٩٤	٣٣	١٨٤	١١٦٩٤	٣٣	١٨٤	١٣٠٩	٣٣
١٨٥	١٠٨٩٠	٣٣	١٨٥	١٣١٠	٣٣	١٨٥	١١٧٢٧	٣٣	١٨٥	١١٧٢٧	٣٣	١٨٥	١٣١٠	٣٣
١٨٦	١٠٩٢٤	٣٣	١٨٦	١٣١١	٣٣	١٨٦	١١٧٦٠	٣٣	١٨٦	١١٧٦٠	٣٣	١٨٦	١٣١١	٣٣
١٨٧	١٠٩٥٨	٣٣	١٨٧	١٣١٢	٣٣	١٨٧	١١٧٩٣	٣٣	١٨٧	١١٧٩٣	٣٣	١٨٧	١٣١٢	٣٣
١٨٨	١٠٩٩٢	٣٣	١٨٨	١٣١٣	٣٣	١٨٨	١١٨٢٦	٣٣	١٨٨	١١٨٢٦	٣٣	١٨٨	١٣١٣	٣٣
١٨٩	١١٠٣٥	٣٣	١٨٩	١٣١٤	٣٣	١٨٩	١١٨٦٠	٣٣	١٨٩	١١٨٦٠	٣٣	١٨٩	١٣١٤	٣٣
١٩٠	١١٠٥٩	٣٣	١٩٠	١٣١٥	٣٣	١٩٠	١١٨٩٣	٣٣	١٩٠	١١٨٩٣	٣٣	١٩٠	١٣١٥	٣٣
١٩١	١١٠٩٣	٣٣	١٩١	١٣١٦	٣٣	١٩١	١١٩٢٦	٣٣	١٩١	١١٩٢٦	٣٣	١٩١	١٣١٦	٣٣
١٩٢	١١١٢٦	٣٣	١٩٢	١٣١٧	٣٣	١٩٢	١١٩٥٩	٣٣	١٩٢	١١٩٥٩	٣٣	١٩٢	١٣١٧	٣٣
١٩٣	١١١٦٠	٣٣	١٩٣	١٣١٨	٣٣	١٩٣	١١٩٩٢	٣٣	١٩٣	١١٩٩٢	٣٣	١٩٣	١٣١٨	٣٣
١٩٤	١١١٩٣	٣٣	١٩٤	١٣١٩	٣٣	١٩٤	١٢٠٢٤	٣٣	١٩٤	١٢٠٢٤	٣٣	١٩٤	١٣١٩	٣٣
١٩٥	١١٢٢٧	٣٣	١٩٥	١٣٢٠	٣٣	١٩٥	١٢٠٥٧	٣٣	١٩٥	١٢٠٥٧	٣٣	١٩٥	١٣٢٠	٣٣
١٩٦	١١٢٦١	٣٣	١٩٦	١٣٢١	٣٣	١٩٦	١٢٠٩٠	٣٣	١٩٦	١٢٠٩٠	٣٣	١٩٦	١٣٢١	٣٣
١٩٧	١١٢٩٤	٣٣	١٩٧	١٣٢٢	٣٣	١٩٧	١٢١٢٣	٣٣	١٩٧	١٢١٢٣	٣٣	١٩٧	١٣٢٢	٣٣
١٩٨	١١٣٢٧	٣٣	١٩٨	١٣٢٣	٣٣	١٩٨	١٢١٥٦	٣٣	١٩٨	١٢١٥٦	٣٣	١٩٨	١٣٢٣	٣٣
١٩٩	١١٣٦١	٣٣	١٩٩	١٣٢٤	٣٣	١٩٩	١٢١٨٩	٣٣	١٩٩	١٢١٨٩	٣٣	١٩٩	١٣٢٤	٣٣
٢٠٠	١١٣٩٤	٣٣	٢٠٠	١٣٢٥	٣٣	٢٠٠	١٢٢٢٢	٣٣	٢٠٠	١٢٢٢٢	٣٣	٢٠٠	١٣٢٥	٣٣

عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف
١٦٦٦	٢١١١٢	٢٧	١٦٦٦	٢١٧٧٥	٢٧	١٦٦٦	٢٢٤٣٧	٢٦	١٦٦٦	٢٢٤٣٧	٢٦	١٦٦٦	٢٢٤٣٧	٢٦
١٦٦٧	٢١١١٣	٢٧	١٦٦٧	٢١٨٠١	٢٦	١٦٦٧	٢٢٤٥٣	٢٦	١٦٦٧	٢٢٤٥٣	٢٦	١٦٦٧	٢٢٤٥٣	٢٦
١٦٦٨	٢١١٦٥	٢٦	١٦٦٨	٢١٨٢٧	٢٦	١٦٦٨	٢٢٤٧٩	٢٦	١٦٦٨	٢٢٤٧٩	٢٦	١٦٦٨	٢٢٤٧٩	٢٦
١٦٦٩	٢١١٩٢	٢٧	١٦٦٩	٢١٨٥٤	٢٧	١٦٦٩	٢٢٥٠٥	٢٦	١٦٦٩	٢٢٥٠٥	٢٦	١٦٦٩	٢٢٥٠٥	٢٦
١٦٧٠	٢١٢١٩	٢٧	١٦٧٠	٢١٨٨٠	٢٦	١٦٧٠	٢٢٥٣١	٢٦	١٦٧٠	٢٢٥٣١	٢٦	١٦٧٠	٢٢٥٣١	٢٦
١٦٧١	٢١٢٤٥	٢٦	١٦٧١	٢١٩٠٦	٢٦	١٦٧١	٢٢٥٥٧	٢٦	١٦٧١	٢٢٥٥٧	٢٦	١٦٧١	٢٢٥٥٧	٢٦
١٦٧٢	٢١٢٧٢	٢٧	١٦٧٢	٢١٩٣٢	٢٦	١٦٧٢	٢٢٥٨٣	٢٦	١٦٧٢	٢٢٥٨٣	٢٦	١٦٧٢	٢٢٥٨٣	٢٦
١٦٧٣	٢١٢٩٩	٢٧	١٦٧٣	٢١٩٥٨	٢٦	١٦٧٣	٢٢٦٠٨	٢٥	١٦٧٣	٢٢٦٠٨	٢٥	١٦٧٣	٢٢٦٠٨	٢٥
١٦٧٤	٢١٣٢٥	٢٦	١٦٧٤	٢١٩٨٥	٢٧	١٦٧٤	٢٢٦٣٤	٢٦	١٦٧٤	٢٢٦٣٤	٢٦	١٦٧٤	٢٢٦٣٤	٢٦
١٦٧٥	٢١٣٥٢	٢٧	١٦٧٥	٢٢٠١١	٢٦	١٦٧٥	٢٢٦٦٠	٢٦	١٦٧٥	٢٢٦٦٠	٢٦	١٦٧٥	٢٢٦٦٠	٢٦
١٦٧٦	٢١٣٧٨	٢٦	١٦٧٦	٢٢٠٣٧	٢٦	١٦٧٦	٢٢٦٨٦	٢٦	١٦٧٦	٢٢٦٨٦	٢٦	١٦٧٦	٢٢٦٨٦	٢٦
١٦٧٧	٢١٤٠٥	٢٧	١٦٧٧	٢٢٠٦٣	٢٦	١٦٧٧	٢٢٧١٢	٢٦	١٦٧٧	٢٢٧١٢	٢٦	١٦٧٧	٢٢٧١٢	٢٦
١٦٧٨	٢١٤٣١	٢٦	١٦٧٨	٢٢٠٨٩	٢٦	١٦٧٨	٢٢٧٣٨	٢٥	١٦٧٨	٢٢٧٣٨	٢٥	١٦٧٨	٢٢٧٣٨	٢٥
١٦٧٩	٢١٤٥٨	٢٧	١٦٧٩	٢٢١١٥	٢٦	١٦٧٩	٢٢٧٦٣	٢٦	١٦٧٩	٢٢٧٦٣	٢٦	١٦٧٩	٢٢٧٦٣	٢٦
١٦٨٠	٢١٤٨٤	٢٦	١٦٨٠	٢٢١٤١	٢٦	١٦٨٠	٢٢٧٨٩	٢٦	١٦٨٠	٢٢٧٨٩	٢٦	١٦٨٠	٢٢٧٨٩	٢٦
١٦٨١	٢١٥١١	٢٧	١٦٨١	٢٢١٦٧	٢٦	١٦٨١	٢٢٨١٤	٢٥	١٦٨١	٢٢٨١٤	٢٥	١٦٨١	٢٢٨١٤	٢٥
١٦٨٢	٢١٥٣٧	٢٦	١٦٨٢	٢٢١٩٣	٢٧	١٦٨٢	٢٢٨٤٠	٢٦	١٦٨٢	٢٢٨٤٠	٢٦	١٦٨٢	٢٢٨٤٠	٢٦
١٦٨٣	٢١٥٦٤	٢٧	١٦٨٣	٢٢٢٢٠	٢٦	١٦٨٣	٢٢٨٦٦	٢٦	١٦٨٣	٢٢٨٦٦	٢٦	١٦٨٣	٢٢٨٦٦	٢٦
١٦٨٤	٢١٥٩٠	٢٦	١٦٨٤	٢٢٢٤٦	٢٦	١٦٨٤	٢٢٨٩١	٢٥	١٦٨٤	٢٢٨٩١	٢٥	١٦٨٤	٢٢٨٩١	٢٥
١٦٨٥	٢١٦١٧	٢٧	١٦٨٥	٢٢٢٧٢	٢٦	١٦٨٥	٢٢٩١٧	٢٦	١٦٨٥	٢٢٩١٧	٢٦	١٦٨٥	٢٢٩١٧	٢٦
١٦٨٦	٢١٦٤٣	٢٦	١٦٨٦	٢٢٢٩٨	٢٦	١٦٨٦	٢٢٩٤٣	٢٦	١٦٨٦	٢٢٩٤٣	٢٦	١٦٨٦	٢٢٩٤٣	٢٦
١٦٨٧	٢١٦٦٩	٢٦	١٦٨٧	٢٢٣٢٤	٢٦	١٦٨٧	٢٢٩٦٨	٢٦	١٦٨٧	٢٢٩٦٨	٢٦	١٦٨٧	٢٢٩٦٨	٢٦
١٦٨٨	٢١٦٩٦	٢٧	١٦٨٨	٢٢٣٥٠	٢٦	١٦٨٨	٢٢٩٩٤	٢٦	١٦٨٨	٢٢٩٩٤	٢٦	١٦٨٨	٢٢٩٩٤	٢٦
١٦٨٩	٢١٧٢٢	٢٦	١٦٨٩	٢٢٣٧٦	٢٦	١٦٨٩	٢٣٠١٩	٢٥	١٦٨٩	٢٣٠١٩	٢٥	١٦٨٩	٢٣٠١٩	٢٥
١٦٩٠	٢١٧٤٨	٢٦	١٦٩٠	٢٢٤٠١	٢٥	١٦٩٠	٢٣٠٤٥	٢٦	١٦٩٠	٢٣٠٤٥	٢٦	١٦٩٠	٢٣٠٤٥	٢٦

[illegible]

عدد	لوحه	ف	عدد	لوحه	ف	عدد	لوحه	ف	عدد	لوحه	ف	عدد	لوحه	ف	عدد	لوحه	ف
١٨٧٦	٢٧٣٢٣	٢٣	١٩٠١	٢٧٨٩٨	٢٣	١٩٠٢	٢٧٩٢١	٢٣	١٩٠٣	٢٧٩٤٤	٢٣	١٩٠٤	٢٧٩٦٧	٢٣	١٩٠٥	٢٧٩٨٩	٢٣
١٨٧٧	٢٧٣٤٦	٢٣	١٩٠٦	٢٨٠١٢	٢٣	١٩٠٧	٢٨٠٣٥	٢٣	١٩٠٨	٢٨٠٥٨	٢٣	١٩٠٩	٢٨٠٨١	٢٣	١٩١٠	٢٨١٠٣	٢٣
١٨٧٨	٢٧٣٧٠	٢٤	١٩١١	٢٨١٢٦	٢٣	١٩١٢	٢٨١٤٩	٢٣	١٩١٣	٢٨١٧١	٢٣	١٩١٤	٢٨١٩٤	٢٣	١٩١٥	٢٨٢١٧	٢٣
١٨٧٩	٢٧٣٩٣	٢٣	١٩١٦	٢٨٢٦٩	٢٣	١٩١٧	٢٨٢٩٢	٢٣	١٩١٨	٢٨٣١٥	٢٣	١٩١٩	٢٨٣٣٨	٢٣	١٩٢٠	٢٨٣٦١	٢٣
١٨٨٠	٢٧٤١٦	٢٣	١٩٢١	٢٨٣٦١	٢٣	١٩٢٢	٢٨٣٨٤	٢٣	١٩٢٣	٢٨٤٠٧	٢٣	١٩٢٤	٢٨٤٣٠	٢٣	١٩٢٥	٢٨٤٥٣	٢٣
١٨٨١	٢٧٤٣٩	٢٣	١٩٢٦	٢٨٤٥٨	٢٣	١٩٢٧	٢٨٤٨١	٢٣	١٩٢٨	٢٨٥٠٤	٢٣	١٩٢٩	٢٨٥٢٧	٢٣	١٩٣٠	٢٨٥٥٠	٢٣
١٨٨٢	٢٧٤٦٢	٢٣	١٩٣١	٢٨٥٧٨	٢٣	١٩٣٢	٢٨٦٠١	٢٣	١٩٣٣	٢٨٦٢٣	٢٣	١٩٣٤	٢٨٦٤٦	٢٣	١٩٣٥	٢٨٦٦٨	٢٣
١٨٨٣	٢٧٤٨٥	٢٣	١٩٣٦	٢٨٦٩١	٢٣	١٩٣٧	٢٨٧١٣	٢٣	١٩٣٨	٢٨٧٣٥	٢٣	١٩٣٩	٢٨٧٥٨	٢٣	١٩٤٠	٢٨٧٨٠	٢٣
١٨٨٤	٢٧٥٠٨	٢٣	١٩٤١	٢٨٧٩١	٢٣	١٩٤٢	٢٨٨٢٥	٢٣	١٩٤٣	٢٨٨٤٧	٢٣	١٩٤٤	٢٨٨٧٠	٢٣	١٩٤٥	٢٨٨٩٣	٢٣
١٨٨٥	٢٧٥٣١	٢٣	١٩٤٦	٢٨٩١٤	٢٣	١٩٤٧	٢٨٩٣٧	٢٣	١٩٤٨	٢٨٩٥٩	٢٣	١٩٤٩	٢٨٩٨١	٢٣	١٩٥٠	٢٩٠٠٣	٢٣
١٨٨٦	٢٧٥٥٤	٢٣	١٩٥١	٢٩٠٠٣	٢٣	١٩٥٢	٢٩٠٢٦	٢٣	١٩٥٣	٢٩٠٤٩	٢٣	١٩٥٤	٢٩٠٧٢	٢٣	١٩٥٥	٢٩٠٩٥	٢٣
١٨٨٧	٢٧٥٧٧	٢٣	١٩٥٦	٢٩١٠٥	٢٣	١٩٥٧	٢٩١٢٨	٢٣	١٩٥٨	٢٩١٥١	٢٣	١٩٥٩	٢٩١٧٤	٢٣	١٩٦٠	٢٩١٩٧	٢٣
١٨٨٨	٢٧٦٠٠	٢٣	١٩٦١	٢٩٢٠٦	٢٣	١٩٦٢	٢٩٢٢٩	٢٣	١٩٦٣	٢٩٢٥٢	٢٣	١٩٦٤	٢٩٢٧٥	٢٣	١٩٦٥	٢٩٢٩٨	٢٣
١٨٨٩	٢٧٦٢٣	٢٣	١٩٦٦	٢٩٣٠٧	٢٣	١٩٦٧	٢٩٣٣٠	٢٣	١٩٦٨	٢٩٣٥٣	٢٣	١٩٦٩	٢٩٣٧٦	٢٣	١٩٧٠	٢٩٣٩٩	٢٣
١٨٩٠	٢٧٦٤٦	٢٣	١٩٧١	٢٩٤٠٤	٢٣	١٩٧٢	٢٩٤٢٧	٢٣	١٩٧٣	٢٩٤٥٠	٢٣	١٩٧٤	٢٩٤٧٣	٢٣	١٩٧٥	٢٩٤٩٦	٢٣
١٨٩١	٢٧٦٦٩	٢٣	١٩٧٦	٢٩٥٠٥	٢٣	١٩٧٧	٢٩٥٢٨	٢٣	١٩٧٨	٢٩٥٥١	٢٣	١٩٧٩	٢٩٥٧٤	٢٣	١٩٨٠	٢٩٥٩٧	٢٣
١٨٩٢	٢٧٦٩٢	٢٣	١٩٨١	٢٩٦٠٦	٢٣	١٩٨٢	٢٩٦٢٩	٢٣	١٩٨٣	٢٩٦٥٢	٢٣	١٩٨٤	٢٩٦٧٥	٢٣	١٩٨٥	٢٩٦٩٨	٢٣
١٨٩٣	٢٧٧١٥	٢٣	١٩٨٦	٢٩٧٠٧	٢٣	١٩٨٧	٢٩٧٣٠	٢٣	١٩٨٨	٢٩٧٥٣	٢٣	١٩٨٩	٢٩٧٧٦	٢٣	١٩٩٠	٢٩٧٩٩	٢٣
١٨٩٤	٢٧٧٣٨	٢٣	١٩٩١	٢٩٨٠٨	٢٣	١٩٩٢	٢٩٨٣١	٢٣	١٩٩٣	٢٩٨٥٤	٢٣	١٩٩٤	٢٩٨٧٧	٢٣	١٩٩٥	٢٩٨٩٩	٢٣
١٨٩٥	٢٧٧٦١	٢٣	١٩٩٦	٢٩٩٠٩	٢٣	١٩٩٧	٢٩٩٣٢	٢٣	١٩٩٨	٢٩٩٥٥	٢٣	١٩٩٩	٢٩٩٧٨	٢٣	٢٠٠٠	٢٩٩٩٩	٢٣
١٨٩٦	٢٧٧٨٤	٢٣	٢٠٠١	٣٠٠٠٠	٢٣	٢٠٠٢	٣٠٠٢٣	٢٣	٢٠٠٣	٣٠٠٤٦	٢٣	٢٠٠٤	٣٠٠٦٩	٢٣	٢٠٠٥	٣٠٠٩٢	٢٣
١٨٩٧	٢٧٨٠٧	٢٣	٢٠٠٦	٣٠١٠٣	٢٣	٢٠٠٧	٣٠١٢٦	٢٣	٢٠٠٨	٣٠١٤٩	٢٣	٢٠٠٩	٣٠١٧٢	٢٣	٢٠١٠	٣٠١٩٥	٢٣
١٨٩٨	٢٧٨٣٠	٢٣	٢٠١١	٣٠٢٠٤	٢٣	٢٠١٢	٣٠٢٢٧	٢٣	٢٠١٣	٣٠٢٥٠	٢٣	٢٠١٤	٣٠٢٧٣	٢٣	٢٠١٥	٣٠٢٩٦	٢٣
١٨٩٩	٢٧٨٥٣	٢٣	٢٠١٦	٣٠٣٠٥	٢٣	٢٠١٧	٣٠٣٢٨	٢٣	٢٠١٨	٣٠٣٥١	٢٣	٢٠١٩	٣٠٣٧٤	٢٣	٢٠٢٠	٣٠٣٩٧	٢٣
١٩٠٠	٢٧٨٧٦	٢٣	٢٠٢١	٣٠٤٠٦	٢٣	٢٠٢٢	٣٠٤٢٩	٢٣	٢٠٢٣	٣٠٤٥٢	٢٣	٢٠٢٤	٣٠٤٧٥	٢٣	٢٠٢٥	٣٠٤٩٨	٢٣

عدد	لوحه	ف	عدد	لوحه	ف	عدد	لوحه	ف	عدد	لوحه	ف	عدد	لوحه	ف
٢٠	٢٢٢٦	٢٤٧٥٣	٢٠	٢٢٠١	٢٤٢٦٢	٢٠	٢١٧٦	٢٢٧٦٦	٢٠	٢١٥١	٢٢٢٦٤	٢٠	٢١٢٦	٢٢٧٥٦
١٩	٢٢٢٧	٢٤٧٧٢	٢٠	٢٢٠٢	٢٤٢٨٢	٢٠	٢١٧٧	٢٢٧٨٦	٢٠	٢١٥٢	٢٢٢٨٤	٢١	٢١٢٧	٢٢٧٧٧
٢٠	٢٢٢٨	٢٤٧٩٢	١٩	٢٢٠٣	٢٤٣٠١	٢٠	٢١٧٨	٢٢٨٠٦	٢٠	٢١٥٣	٢٢٣٠٤	٢٠	٢١٢٨	٢٢٧٩٧
١٩	٢٢٢٩	٢٤٨١١	٢٠	٢٢٠٤	٢٤٣٢١	٢٠	٢١٧٩	٢٢٨٢٦	٢١	٢١٥٤	٢٢٣٢٥	٢١	٢١٢٩	٢٢٨١٨
١٩	٢٢٣٠	٢٤٨٣٠	٢٠	٢٢٠٥	٢٤٣٤١	٢٠	٢١٨٠	٢٢٨٤٦	٢٠	٢١٥٥	٢٢٣٤٥	٢٠	٢١٣٠	٢٢٨٣٨
٢٠	٢٢٣١	٢٤٨٥٠	٢٠	٢٢٠٦	٢٤٣٦١	٢٠	٢١٨١	٢٢٨٦٦	٢٠	٢١٥٦	٢٢٣٦٥	٢٠	٢١٣١	٢٢٨٥٨
١٩	٢٢٣٢	٢٤٨٦٩	١٩	٢٢٠٧	٢٤٣٨٠	١٩	٢١٨٢	٢٢٨٨٥	٢٠	٢١٥٧	٢٢٣٨٥	٢١	٢١٣٢	٢٢٨٧٩
٢٠	٢٢٣٣	٢٤٨٨٩	٢٠	٢٢٠٨	٢٤٤٠٠	٢٠	٢١٨٣	٢٢٩٠٥	٢٠	٢١٥٨	٢٢٤٠٥	٢٠	٢١٣٣	٢٢٨٩٩
١٩	٢٢٣٤	٢٤٩٠٨	٢٠	٢٢٠٩	٢٤٤٢٠	٢٠	٢١٨٤	٢٢٩٢٥	٢٠	٢١٥٩	٢٢٤٢٥	٢٠	٢١٣٤	٢٢٩١٩
٢٠	٢٢٣٥	٢٤٩٢٨	١٩	٢٢١٠	٢٤٤٣٩	٢٠	٢١٨٥	٢٢٩٤٥	٢٠	٢١٦٠	٢٢٤٤٥	٢١	٢١٣٥	٢٢٩٤٠
١٩	٢٢٣٦	٢٤٩٤٧	٢٠	٢٢١١	٢٤٤٥٩	٢٠	٢١٨٦	٢٢٩٦٥	٢٠	٢١٦١	٢٢٤٦٥	٢٠	٢١٣٦	٢٢٩٦٠
٢٠	٢٢٣٧	٢٤٩٦٧	٢٠	٢٢١٢	٢٤٤٧٩	٢٠	٢١٨٧	٢٢٩٨٥	٢١	٢١٦٢	٢٢٤٨٦	٢٠	٢١٣٧	٢٢٩٨٠
١٩	٢٢٣٨	٢٤٩٨٦	١٩	٢٢١٣	٢٤٤٩٨	٢٠	٢١٨٨	٢٣٠٠٥	٢٠	٢١٦٣	٢٣٠٠٦	٢١	٢١٣٨	٢٣٠٠١
١٩	٢٢٣٩	٢٥٠٠٥	٢٠	٢٢١٤	٢٤٥١٨	٢٠	٢١٨٩	٢٣٠٢٥	٢٠	٢١٦٤	٢٣٠٢٦	٢٠	٢١٣٩	٢٣٠٢١
٢٠	٢٢٤٠	٢٥٠٢٥	١٩	٢٢١٥	٢٤٥٣٧	١٩	٢١٩٠	٢٣٠٤٤	٢٠	٢١٦٥	٢٣٠٤٦	٢٠	٢١٤٠	٢٣٠٤١
١٩	٢٢٤١	٢٥٠٤٤	٢٠	٢٢١٦	٢٤٥٥٧	٢٠	٢١٩١	٢٣٠٦٤	٢٠	٢١٦٦	٢٣٠٦٦	٢١	٢١٤١	٢٣٠٦٢
٢٠	٢٢٤٢	٢٥٠٦٤	٢٠	٢٢١٧	٢٤٥٧٧	٢٠	٢١٩٢	٢٣٠٨٤	٢٠	٢١٦٧	٢٣٠٨٦	٢٠	٢١٤٢	٢٣٠٨٢
١٩	٢٢٤٣	٢٥٠٨٣	١٩	٢٢١٨	٢٤٥٩٦	٢٠	٢١٩٣	٢٣١٠٤	٢٠	٢١٦٨	٢٣١٠٦	٢٠	٢١٤٣	٢٣١٠٢
١٩	٢٢٤٤	٢٥١٠٢	٢٠	٢٢١٩	٢٤٦١٦	٢٠	٢١٩٤	٢٣١٢٤	٢٠	٢١٦٩	٢٣١٢٦	٢٠	٢١٤٤	٢٣١٢٢
٢٠	٢٢٤٥	٢٥١٢٢	١٩	٢٢٢٠	٢٤٦٣٥	١٩	٢١٩٥	٢٣١٤٣	٢٠	٢١٧٠	٢٣١٤٦	٢١	٢١٤٥	٢٣١٤٣
١٩	٢٢٤٦	٢٥١٤١	٢٠	٢٢٢١	٢٤٦٥٥	٢٠	٢١٩٦	٢٣١٦٣	٢٠	٢١٧١	٢٣١٦٦	٢٠	٢١٤٦	٢٣١٦٣
١٩	٢٢٤٧	٢٥١٦٠	١٩	٢٢٢٢	٢٤٦٧٤	٢٠	٢١٩٧	٢٣١٨٣	٢٠	٢١٧٢	٢٣١٨٦	٢٠	٢١٤٧	٢٣١٨٣
٢٠	٢٢٤٨	٢٥١٨٠	٢٠	٢٢٢٣	٢٤٦٩٤	٢٠	٢١٩٨	٢٣٢٠٣	٢٠	٢١٧٣	٢٣١٨٦	٢٠	٢١٤٨	٢٣٢٠٣
١٩	٢٢٤٩	٢٥١٩٩	١٩	٢٢٢٤	٢٤٧١٣	٢٠	٢١٩٩	٢٣٢٢٣	٢٠	٢١٧٤	٢٣١٨٦	٢١	٢١٤٩	٢٣٢٢٣
١٩	٢٢٥٠	٢٥٢١٨	٢٠	٢٢٢٥	٢٤٧٣٣	١٩	٢٢٠٠	٢٣٢٤٣	٢٠	٢١٧٥	٢٣٢٤٦	٢٠	٢١٥٠	٢٣٢٤٣

عدد	لوحه	ف	عدد	لوحه	ف	عدد	لوحه	ف	عدد	لوحه	ف
٢٥١	٢٥٠٣٨	٢٠	٢٥١	٢٢٢٦	١٩	٢٥١	٢٢٧٦	١٩	٢٥١	٢٢٧٦	١٩
٢٥٢	٢٥٢٥٧	١٩	٢٥٢	٢٢٢٧	١٩	٢٥٢	٢٢٧٧	١٩	٢٥٢	٢٢٧٧	١٩
٢٥٣	٢٥٢٧٦	١٩	٢٥٣	٢٢٢٨	١٨	٢٥٣	٢٢٧٨	١٩	٢٥٣	٢٢٧٨	١٩
٢٥٤	٢٥٢٩٥	١٩	٢٥٤	٢٢٢٩	١٨	٢٥٤	٢٢٧٩	١٩	٢٥٤	٢٢٧٩	١٩
٢٥٥	٢٥٣١٥	٢٠	٢٥٥	٢٢٣٠	١٩	٢٥٥	٢٢٨٠	١٩	٢٥٥	٢٢٨٠	٢٠
٢٥٦	٢٥٣٣٤	١٩	٢٥٦	٢٢٣١	١٨	٢٥٦	٢٢٨١	٢٠	٢٥٦	٢٢٨١	١٩
٢٥٧	٢٥٣٥٣	١٩	٢٥٧	٢٢٣٢	١٩	٢٥٧	٢٢٨٢	١٩	٢٥٧	٢٢٨٢	١٩
٢٥٨	٢٥٣٧٢	١٩	٢٥٨	٢٢٣٣	١٨	٢٥٨	٢٢٨٣	١٩	٢٥٨	٢٢٨٣	١٩
٢٥٩	٢٥٣٩٢	٢٠	٢٥٩	٢٢٣٤	١٨	٢٥٩	٢٢٨٤	٢٠	٢٥٩	٢٢٨٤	٢٠
٢٦٠	٢٥٤١١	١٩	٢٦٠	٢٢٣٥	١٩	٢٦٠	٢٢٨٥	١٩	٢٦٠	٢٢٨٥	١٩
٢٦١	٢٥٤٣٠	١٩	٢٦١	٢٢٣٦	١٨	٢٦١	٢٢٨٦	١٩	٢٦١	٢٢٨٦	١٩
٢٦٢	٢٥٤٤٩	١٩	٢٦٢	٢٢٣٧	١٩	٢٦٢	٢٢٨٧	١٩	٢٦٢	٢٢٨٧	١٩
٢٦٣	٢٥٤٦٨	١٩	٢٦٣	٢٢٣٨	١٨	٢٦٣	٢٢٨٨	١٩	٢٦٣	٢٢٨٨	١٩
٢٦٤	٢٥٤٨٨	٢٠	٢٦٤	٢٢٣٩	١٨	٢٦٤	٢٢٨٩	١٩	٢٦٤	٢٢٨٩	٢٠
٢٦٥	٢٥٥٠٧	١٩	٢٦٥	٢٢٤٠	١٨	٢٦٥	٢٢٩٠	١٩	٢٦٥	٢٢٩٠	١٩
٢٦٦	٢٥٥٢٦	١٩	٢٦٦	٢٢٤١	١٩	٢٦٦	٢٢٩١	١٩	٢٦٦	٢٢٩١	١٩
٢٦٧	٢٥٥٤٥	١٩	٢٦٧	٢٢٤٢	١٨	٢٦٧	٢٢٩٢	١٨	٢٦٧	٢٢٩٢	١٩
٢٦٨	٢٥٥٦٤	١٩	٢٦٨	٢٢٤٣	١٨	٢٦٨	٢٢٩٣	١٩	٢٦٨	٢٢٩٣	١٩
٢٦٩	٢٥٥٨٣	١٩	٢٦٩	٢٢٤٤	١٩	٢٦٩	٢٢٩٤	١٩	٢٦٩	٢٢٩٤	١٩
٢٧٠	٢٥٦٠٣	٢٠	٢٧٠	٢٢٤٥	١٩	٢٧٠	٢٢٩٥	٢٠	٢٧٠	٢٢٩٥	٢٠
٢٧١	٢٥٦٢٢	١٩	٢٧١	٢٢٤٦	١٨	٢٧١	٢٢٩٦	١٩	٢٧١	٢٢٩٦	١٩
٢٧٢	٢٥٦٤١	١٩	٢٧٢	٢٢٤٧	١٨	٢٧٢	٢٢٩٧	١٩	٢٧٢	٢٢٩٧	١٩
٢٧٣	٢٥٦٦٠	١٩	٢٧٣	٢٢٤٨	١٩	٢٧٣	٢٢٩٨	١٩	٢٧٣	٢٢٩٨	١٩
٢٧٤	٢٥٦٧٩	١٩	٢٧٤	٢٢٤٩	١٨	٢٧٤	٢٢٩٩	١٩	٢٧٤	٢٢٩٩	١٩
٢٧٥	٢٥٦٩٨	١٩	٢٧٥	٢٢٥٠	١٩	٢٧٥	٢٣٠٠	١٩	٢٧٥	٢٣٠٠	١٩

عدد	لوحه	ف	عدد	لوحه	ف	عدد	لوحه	ف	عدد	لوحه	ف	عدد	لوحه	ف	عدد	لوحه	ف
١٣	٣٣٥١	١٣	٣٣٥٢	١٣	١٤	٣٣٥٣	١٣	١٣	٣٣٥٤	١٣	١٣	٣٣٥٥	١٣	١٣	٣٣٥٦	١٣	١٣
١٣	٣٣٥٧	١٣	٣٣٥٨	١٣	١٣	٣٣٥٩	١٣	١٣	٣٣٦٠	١٣	١٣	٣٣٦١	١٣	١٣	٣٣٦٢	١٣	١٣
١٣	٣٣٦٣	١٣	٣٣٦٤	١٣	١٣	٣٣٦٥	١٣	١٣	٣٣٦٦	١٣	١٣	٣٣٦٧	١٣	١٣	٣٣٦٨	١٣	١٣
١٣	٣٣٦٩	١٣	٣٣٧٠	١٣	١٣	٣٣٧١	١٣	١٣	٣٣٧٢	١٣	١٣	٣٣٧٣	١٣	١٣	٣٣٧٤	١٣	١٣
١٣	٣٣٧٥	١٣	٣٣٧٦	١٣	١٣	٣٣٧٧	١٣	١٣	٣٣٧٨	١٣	١٣	٣٣٧٩	١٣	١٣	٣٣٨٠	١٣	١٣
١٣	٣٣٨١	١٣	٣٣٨٢	١٣	١٣	٣٣٨٣	١٣	١٣	٣٣٨٤	١٣	١٣	٣٣٨٥	١٣	١٣	٣٣٨٦	١٣	١٣
١٣	٣٣٨٧	١٣	٣٣٨٨	١٣	١٣	٣٣٨٩	١٣	١٣	٣٣٩٠	١٣	١٣	٣٣٩١	١٣	١٣	٣٣٩٢	١٣	١٣
١٣	٣٣٩٣	١٣	٣٣٩٤	١٣	١٣	٣٣٩٥	١٣	١٣	٣٣٩٦	١٣	١٣	٣٣٩٧	١٣	١٣	٣٣٩٨	١٣	١٣
١٣	٣٣٩٩	١٣	٣٤٠٠	١٣	١٣	٣٤٠١	١٣	١٣	٣٤٠٢	١٣	١٣	٣٤٠٣	١٣	١٣	٣٤٠٤	١٣	١٣
١٣	٣٤٠٥	١٣	٣٤٠٦	١٣	١٣	٣٤٠٧	١٣	١٣	٣٤٠٨	١٣	١٣	٣٤٠٩	١٣	١٣	٣٤١٠	١٣	١٣
١٣	٣٤١١	١٣	٣٤١٢	١٣	١٣	٣٤١٣	١٣	١٣	٣٤١٤	١٣	١٣	٣٤١٥	١٣	١٣	٣٤١٦	١٣	١٣
١٣	٣٤١٧	١٣	٣٤١٨	١٣	١٣	٣٤١٩	١٣	١٣	٣٤٢٠	١٣	١٣	٣٤٢١	١٣	١٣	٣٤٢٢	١٣	١٣
١٣	٣٤٢٣	١٣	٣٤٢٤	١٣	١٣	٣٤٢٥	١٣	١٣	٣٤٢٦	١٣	١٣	٣٤٢٧	١٣	١٣	٣٤٢٨	١٣	١٣
١٣	٣٤٢٩	١٣	٣٤٣٠	١٣	١٣	٣٤٣١	١٣	١٣	٣٤٣٢	١٣	١٣	٣٤٣٣	١٣	١٣	٣٤٣٤	١٣	١٣
١٣	٣٤٣٥	١٣	٣٤٣٦	١٣	١٣	٣٤٣٧	١٣	١٣	٣٤٣٨	١٣	١٣	٣٤٣٩	١٣	١٣	٣٤٤٠	١٣	١٣
١٣	٣٤٤١	١٣	٣٤٤٢	١٣	١٣	٣٤٤٣	١٣	١٣	٣٤٤٤	١٣	١٣	٣٤٤٥	١٣	١٣	٣٤٤٦	١٣	١٣
١٣	٣٤٤٧	١٣	٣٤٤٨	١٣	١٣	٣٤٤٩	١٣	١٣	٣٤٥٠	١٣	١٣	٣٤٥١	١٣	١٣	٣٤٥٢	١٣	١٣
١٣	٣٤٥٣	١٣	٣٤٥٤	١٣	١٣	٣٤٥٥	١٣	١٣	٣٤٥٦	١٣	١٣	٣٤٥٧	١٣	١٣	٣٤٥٨	١٣	١٣
١٣	٣٤٥٩	١٣	٣٤٦٠	١٣	١٣	٣٤٦١	١٣	١٣	٣٤٦٢	١٣	١٣	٣٤٦٣	١٣	١٣	٣٤٦٤	١٣	١٣
١٣	٣٤٦٥	١٣	٣٤٦٦	١٣	١٣	٣٤٦٧	١٣	١٣	٣٤٦٨	١٣	١٣	٣٤٦٩	١٣	١٣	٣٤٧٠	١٣	١٣
١٣	٣٤٧١	١٣	٣٤٧٢	١٣	١٣	٣٤٧٣	١٣	١٣	٣٤٧٤	١٣	١٣	٣٤٧٥	١٣	١٣	٣٤٧٦	١٣	١٣
١٣	٣٤٧٧	١٣	٣٤٧٨	١٣	١٣	٣٤٧٩	١٣	١٣	٣٤٨٠	١٣	١٣	٣٤٨١	١٣	١٣	٣٤٨٢	١٣	١٣
١٣	٣٤٨٣	١٣	٣٤٨٤	١٣	١٣	٣٤٨٥	١٣	١٣	٣٤٨٦	١٣	١٣	٣٤٨٧	١٣	١٣	٣٤٨٨	١٣	١٣
١٣	٣٤٨٩	١٣	٣٤٩٠	١٣	١٣	٣٤٩١	١٣	١٣	٣٤٩٢	١٣	١٣	٣٤٩٣	١٣	١٣	٣٤٩٤	١٣	١٣
١٣	٣٤٩٥	١٣	٣٤٩٦	١٣	١٣	٣٤٩٧	١٣	١٣	٣٤٩٨	١٣	١٣	٣٤٩٩	١٣	١٣	٣٥٠٠	١٣	١٣
١٣	٣٥٠١	١٣	٣٥٠٢	١٣	١٣	٣٥٠٣	١٣	١٣	٣٥٠٤	١٣	١٣	٣٥٠٥	١٣	١٣	٣٥٠٦	١٣	١٣

عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف
٣٨٧٦	٥٨٨٣٨	١١	٣٩٠١	٥٩٦٧١	١١	٣٩٢٦	٥٩٣٩٥	١٢	٣٩٠١	٥٩١١٨	١٢	٣٨٧٦	٥٨٨٣٨	١١
٣٨٧٧	٥٨٨٥٠	١٢	٣٩٥٢	٥٩٦٨٢	١١	٣٩٢٧	٥٩٤٠٦	١١	٣٩٠٢	٥٩١٢٩	١١	٣٨٧٧	٥٨٨٥٠	١٢
٣٨٧٨	٥٨٨٦١	١١	٣٩٥٣	٥٩٦٩٣	١١	٣٩٢٨	٥٩٤١٧	١١	٣٩٠٣	٥٩١٤٠	١١	٣٨٧٨	٥٨٨٦١	١١
٣٨٧٩	٥٨٨٧٢	١١	٣٩٥٤	٥٩٧٠٤	١١	٣٩٢٩	٥٩٤٢٨	١١	٣٩٠٤	٥٩١٥١	١١	٣٨٧٩	٥٨٨٧٢	١١
٣٨٨٠	٥٨٨٨٣	١١	٣٩٥٥	٥٩٧١٥	١١	٣٩٣٠	٥٩٤٣٩	١١	٣٩٠٥	٥٩١٦٢	١١	٣٨٨٠	٥٨٨٨٣	١١
٣٨٨١	٥٨٨٩٤	١١	٣٩٥٦	٥٩٧٢٦	١١	٣٩٣١	٥٩٤٥٠	١١	٣٩٠٦	٥٩١٧٣	١١	٣٨٨١	٥٨٨٩٤	١١
٣٨٨٢	٥٨٩٠٦	١٢	٣٩٥٧	٥٩٧٣٧	١١	٣٩٣٢	٥٩٤٦١	١١	٣٩٠٧	٥٩١٨٤	١٢	٣٨٨٢	٥٨٩٠٦	١٢
٣٨٨٣	٥٨٩١٧	١١	٣٩٥٨	٥٩٧٤٨	١١	٣٩٣٣	٥٩٤٧٢	١١	٣٩٠٨	٥٩١٩٥	١١	٣٨٨٣	٥٨٩١٧	١١
٣٨٨٤	٥٨٩٢٨	١١	٣٩٥٩	٥٩٧٥٩	١١	٣٩٣٤	٥٩٤٨٣	١٢	٣٩٠٩	٥٩٢٠٧	١١	٣٨٨٤	٥٨٩٢٨	١١
٣٨٨٥	٥٨٩٣٩	١١	٣٩٦٠	٥٩٧٧٠	١١	٣٩٣٥	٥٩٤٩٤	١١	٣٩١٠	٥٩٢١٨	١١	٣٨٨٥	٥٨٩٣٩	١١
٣٨٨٦	٥٨٩٥٠	١١	٣٩٦١	٥٩٧٨٠	١٢	٣٩٣٦	٥٩٥٠٦	١١	٣٩١١	٥٩٢٢٩	١١	٣٨٨٦	٥٨٩٥٠	١١
٣٨٨٧	٥٨٩٦١	١١	٣٩٦٢	٥٩٧٩١	١١	٣٩٣٧	٥٩٥١٧	١١	٣٩١٢	٥٩٢٤٠	١١	٣٨٨٧	٥٨٩٦١	١١
٣٨٨٨	٥٨٩٧٣	١٢	٣٩٦٣	٥٩٨٠٢	١١	٣٩٣٨	٥٩٥٢٨	١١	٣٩١٣	٥٩٢٥١	١١	٣٨٨٨	٥٨٩٧٣	١٢
٣٨٨٩	٥٨٩٨٤	١١	٣٩٦٤	٥٩٨١٣	١١	٣٩٣٩	٥٩٥٣٩	١١	٣٩١٤	٥٩٢٦٢	١١	٣٨٨٩	٥٨٩٨٤	١١
٣٨٩٠	٥٨٩٩٥	١١	٣٩٦٥	٥٩٨٢٤	١١	٣٩٤٠	٥٩٥٥٠	١١	٣٩١٥	٥٩٢٧٣	١١	٣٨٩٠	٥٨٩٩٥	١١
٣٨٩١	٥٩٠٠٦	١١	٣٩٦٦	٥٩٨٣٥	١١	٣٩٤١	٥٩٥٦١	١١	٣٩١٦	٥٩٢٨٤	١١	٣٨٩١	٥٩٠٠٦	١١
٣٨٩٢	٥٩٠١٧	١١	٣٩٦٧	٥٩٨٤٦	١١	٣٩٤٢	٥٩٥٧٢	١١	٣٩١٧	٥٩٢٩٥	١١	٣٨٩٢	٥٩٠١٧	١١
٣٨٩٣	٥٩٠٢٨	١١	٣٩٦٨	٥٩٨٥٧	١١	٣٩٤٣	٥٩٥٨٣	١١	٣٩١٨	٥٩٣٠٦	١١	٣٨٩٣	٥٩٠٢٨	١١
٣٨٩٤	٥٩٠٣٩	١٢	٣٩٦٩	٥٩٨٦٨	١١	٣٩٤٤	٥٩٥٩٤	١١	٣٩١٩	٥٩٣١٨	١١	٣٨٩٤	٥٩٠٣٩	١٢
٣٨٩٥	٥٩٠٤٠	١١	٣٩٧٠	٥٩٨٧٩	١١	٣٩٤٥	٥٩٦٠٥	١١	٣٩٢٠	٥٩٣٢٩	١١	٣٨٩٥	٥٩٠٤٠	١١
٣٨٩٦	٥٩٠٥١	١١	٣٩٧١	٥٩٨٩٠	١١	٣٩٤٦	٥٩٦١٦	١١	٣٩٢١	٥٩٣٤٠	١١	٣٨٩٦	٥٩٠٥١	١١
٣٨٩٧	٥٩٠٦٣	١١	٣٩٧٢	٥٩٩٠١	١١	٣٩٤٧	٥٩٦٢٧	١١	٣٩٢٢	٥٩٣٥١	١١	٣٨٩٧	٥٩٠٦٣	١١
٣٨٩٨	٥٩٠٧٤	١١	٣٩٧٣	٥٩٩١٢	١١	٣٩٤٨	٥٩٦٣٨	١١	٣٩٢٣	٥٩٣٦٢	١١	٣٨٩٨	٥٩٠٧٤	١١
٣٨٩٩	٥٩٠٨٥	١١	٣٩٧٤	٥٩٩٢٣	١١	٣٩٤٩	٥٩٦٤٩	١١	٣٩٢٤	٥٩٣٧٣	١١	٣٨٩٩	٥٩٠٨٥	١١
٣٩٠٠	٥٩٠٩٦	١١	٣٩٧٥	٥٩٩٣٤	١١	٣٩٥٠	٥٩٦٦٠	١١	٣٩٢٥	٥٩٣٨٤	١١	٣٩٠٠	٥٩٠٩٦	١١

عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف
٤٣٧٦	٧٠١٠٨	١٠	٤٤٠١	٧٤٣٥٥	١٠	٤٤٣٧	٧٤٦٠١	١٠	٤٤٥١	٧٤٨٤٦	١٠	٤٤٧٦	٧٥٠٨٩	١٠	٤٤٩٧	٧٥٣٣٤	١٠
٤٣٧٧	٧٠١١٨	١٠	٤٤٠٢	٧٤٣٦٥	١٠	٤٤٣٨	٧٤٦١١	١٠	٤٤٥٢	٧٤٨٥٦	١٠	٤٤٧٧	٧٥٠٩٩	١٠	٤٤٩٨	٧٥٣٤٤	١٠
٤٣٧٨	٧٠١٢٨	١٠	٤٤٠٣	٧٤٣٧٥	١٠	٤٤٣٩	٧٤٦٢١	١٠	٤٤٥٣	٧٤٨٦٥	١٠	٤٤٧٨	٧٥١٠٨	١٠	٤٤٩٩	٧٥٣٥٤	١٠
٤٣٧٩	٧٠١٣٧	١٠	٤٤٠٤	٧٤٣٨٥	١٠	٤٤٣٩	٧٤٦٣١	١٠	٤٤٥٤	٧٤٨٧٥	١٠	٤٤٧٩	٧٥١١٨	١٠	٤٤٩٩	٧٥٣٦٤	١٠
٤٣٨٠	٧٠١٤٧	١٠	٤٤٠٥	٧٤٣٩٥	١٠	٤٤٣٠	٧٤٦٤٠	١٠	٤٤٥٥	٧٤٨٨٥	١٠	٤٤٨٠	٧٥١٢٨	١٠	٤٤٩٩	٧٥٣٧٤	١٠
٤٣٨١	٧٠١٥٧	١٠	٤٤٠٦	٧٤٤٠٤	١٠	٤٤٣١	٧٤٦٥٠	١٠	٤٤٥٦	٧٤٨٩٥	١٠	٤٤٨١	٧٥١٣٧	١٠	٤٤٩٩	٧٥٣٨٤	١٠
٤٣٨٢	٧٠١٦٧	١٠	٤٤٠٧	٧٤٤١٤	١٠	٤٤٣٢	٧٤٦٦٠	١٠	٤٤٥٧	٧٤٩٠٤	١٠	٤٤٨٢	٧٥١٤٧	١٠	٤٤٩٩	٧٥٣٩٤	١٠
٤٣٨٣	٧٠١٧٧	١٠	٤٤٠٨	٧٤٤٢٤	١٠	٤٤٣٣	٧٤٦٧٠	١٠	٤٤٥٨	٧٤٩١٤	١٠	٤٤٨٣	٧٥١٥٧	١٠	٤٤٩٩	٧٥٤٠٤	١٠
٤٣٨٤	٧٠١٨٧	١٠	٤٤٠٩	٧٤٤٣٤	١٠	٤٤٣٤	٧٤٦٨٠	١٠	٤٤٥٩	٧٤٩٢٤	١٠	٤٤٨٤	٧٥١٦٧	١٠	٤٤٩٩	٧٥٤١٤	١٠
٤٣٨٥	٧٠١٩٧	١٠	٤٤١٠	٧٤٤٤٤	١٠	٤٤٣٥	٧٤٦٩٠	١٠	٤٤٦٠	٧٤٩٣٣	١٠	٤٤٨٥	٧٥١٧٧	١٠	٤٤٩٩	٧٥٤٢٤	١٠
٤٣٨٦	٧٠٢٠٧	١٠	٤٤١١	٧٤٤٥٤	١٠	٤٤٣٦	٧٤٦٩٩	١٠	٤٤٦١	٧٤٩٤٣	١٠	٤٤٨٦	٧٥١٨٧	١٠	٤٤٩٩	٧٥٤٣٤	١٠
٤٣٨٧	٧٠٢١٧	١٠	٤٤١٢	٧٤٤٦٤	١٠	٤٤٣٧	٧٤٧٠٩	١٠	٤٤٦٢	٧٤٩٥٣	١٠	٤٤٨٧	٧٥١٩٧	١٠	٤٤٩٩	٧٥٤٤٤	١٠
٤٣٨٨	٧٠٢٢٧	١٠	٤٤١٣	٧٤٤٧٣	١٠	٤٤٣٨	٧٤٧١٩	١٠	٤٤٦٣	٧٤٩٦٣	١٠	٤٤٨٨	٧٥٢٠٧	١٠	٤٤٩٩	٧٥٤٥٤	١٠
٤٣٨٩	٧٠٢٣٧	١٠	٤٤١٤	٧٤٤٨٣	١٠	٤٤٣٩	٧٤٧٢٩	١٠	٤٤٦٤	٧٤٩٧٣	١٠	٤٤٨٩	٧٥٢١٧	١٠	٤٤٩٩	٧٥٤٦٤	١٠
٤٣٩٠	٧٠٢٤٧	١٠	٤٤١٥	٧٤٤٩٣	١٠	٤٤٣٠	٧٤٧٣٨	١٠	٤٤٦٥	٧٤٩٨٣	١٠	٤٤٩٠	٧٥٢٢٧	١٠	٤٤٩٩	٧٥٤٧٤	١٠
٤٣٩١	٧٠٢٥٧	١٠	٤٤١٦	٧٤٥٠٣	١٠	٤٤٣١	٧٤٧٤٨	١٠	٤٤٦٦	٧٤٩٩٣	١٠	٤٤٩١	٧٥٢٣٧	١٠	٤٤٩٩	٧٥٤٨٤	١٠
٤٣٩٢	٧٠٢٦٧	١٠	٤٤١٧	٧٤٥١٣	١٠	٤٤٣٢	٧٤٧٥٨	١٠	٤٤٦٧	٧٥٠٠٣	١٠	٤٤٩٢	٧٥٢٤٧	١٠	٤٤٩٩	٧٥٤٩٤	١٠
٤٣٩٣	٧٠٢٧٧	١٠	٤٤١٨	٧٤٥٢٣	١٠	٤٤٣٣	٧٤٧٦٨	١٠	٤٤٦٨	٧٥٠١٣	١٠	٤٤٩٣	٧٥٢٥٧	١٠	٤٤٩٩	٧٥٥٠٤	١٠
٤٣٩٤	٧٠٢٨٧	١٠	٤٤١٩	٧٤٥٣٣	١٠	٤٤٣٤	٧٤٧٧٨	١٠	٤٤٦٩	٧٥٠٢٣	١٠	٤٤٩٤	٧٥٢٦٧	١٠	٤٤٩٩	٧٥٥١٤	١٠
٤٣٩٥	٧٠٢٩٧	١٠	٤٤٢٠	٧٤٥٤٣	١٠	٤٤٣٥	٧٤٧٨٨	١٠	٤٤٧٠	٧٥٠٣٣	١٠	٤٤٩٥	٧٥٢٧٧	١٠	٤٤٩٩	٧٥٥٢٤	١٠
٤٣٩٦	٧٠٣٠٧	١٠	٤٤٢١	٧٤٥٥٣	١٠	٤٤٣٦	٧٤٧٩٧	١٠	٤٤٧١	٧٥٠٤٣	١٠	٤٤٩٦	٧٥٢٨٧	١٠	٤٤٩٩	٧٥٥٣٤	١٠
٤٣٩٧	٧٠٣١٧	١٠	٤٤٢٢	٧٤٥٦٣	١٠	٤٤٣٧	٧٤٨٠٧	١٠	٤٤٧٢	٧٥٠٥٣	١٠	٤٤٩٧	٧٥٢٩٧	١٠	٤٤٩٩	٧٥٥٤٤	١٠
٤٣٩٨	٧٠٣٢٧	١٠	٤٤٢٣	٧٤٥٧٣	١٠	٤٤٣٨	٧٤٨١٦	١٠	٤٤٧٣	٧٥٠٦٣	١٠	٤٤٩٨	٧٥٣٠٧	١٠	٤٤٩٩	٧٥٥٥٤	١٠
٤٣٩٩	٧٠٣٣٧	١٠	٤٤٢٤	٧٤٥٨٣	١٠	٤٤٣٩	٧٤٨٢٦	١٠	٤٤٧٤	٧٥٠٧٣	١٠	٤٤٩٩	٧٥٣١٧	١٠	٤٤٩٩	٧٥٥٦٤	١٠
٤٤٠٠	٧٠٣٤٧	١٠	٤٤٢٥	٧٤٥٩٣	١٠	٤٤٤٠	٧٤٨٣٦	١٠	٤٤٧٥	٧٥٠٨٣	١٠	٤٤٩٩	٧٥٣٢٧	١٠	٤٤٩٩	٧٥٥٧٤	١٠

عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف
٤٨٧٦	٦٨٨٠٦	٩	٤٩٠١	٦٩٠٢٨	٨	٤٩٢٦	٦٩٢٤٩	٨	٤٩٥١	٦٩٤٦٩	٨	٤٩٧٦	٦٩٦٨٨	٩
٤٨٧٧	٦٨٨١٠	٩	٤٩٠٢	٦٩٠٣٧	٩	٤٩٢٧	٦٩٢٥٨	٩	٤٩٥٢	٦٩٤٧٨	٩	٤٩٧٧	٦٩٦٩٧	٩
٤٨٧٨	٦٨٨٢٤	٩	٤٩٠٣	٦٩٠٤٦	٩	٤٩٢٨	٦٩٢٦٧	٩	٤٩٥٣	٦٩٤٨٧	٩	٤٩٧٨	٦٩٧٠٠	٨
٤٨٧٩	٦٨٨٣٣	٩	٤٩٠٤	٦٩٠٥٥	٩	٤٩٢٩	٦٩٢٧٦	٩	٤٩٥٤	٦٩٤٩٦	٩	٤٩٧٩	٦٩٧١٤	٩
٤٨٨٠	٦٨٨٤٢	٩	٤٩٠٥	٦٩٠٦٤	٩	٤٩٣٠	٦٩٢٨٥	٩	٤٩٥٥	٦٩٥٠٤	٨	٤٩٨٠	٦٩٧٢٣	٩
٤٨٨١	٦٨٨٥١	٩	٤٩٠٦	٦٩٠٧٣	٩	٤٩٣١	٦٩٢٩٤	٩	٤٩٥٦	٦٩٥١٣	٩	٤٩٨١	٦٩٧٣٢	٩
٤٨٨٢	٦٨٨٦٠	٩	٤٩٠٧	٦٩٠٨٢	٩	٤٩٣٢	٦٩٣٠٣	٨	٤٩٥٧	٦٩٥٢٢	٩	٤٩٨٢	٦٩٧٤٠	٨
٤٨٨٣	٦٨٨٦٩	٩	٤٩٠٨	٦٩٠٩٠	٨	٤٩٣٣	٦٩٣١١	٩	٤٩٥٨	٦٩٥٣١	٩	٤٩٨٣	٦٩٧٤٩	٩
٤٨٨٤	٦٨٨٧٨	٩	٤٩٠٩	٦٩٠٩٩	٩	٤٩٣٤	٦٩٣٢٠	٩	٤٩٥٩	٦٩٥٣٩	٨	٤٩٨٤	٦٩٧٥٨	٩
٤٨٨٥	٦٨٨٨٦	٨	٤٩١٠	٦٩١٠٨	٩	٤٩٣٥	٦٩٣٢٩	٩	٤٩٦٠	٦٩٥٤٨	٩	٤٩٨٥	٦٩٧٦٧	٩
٤٨٨٦	٦٨٨٩٥	٩	٤٩١١	٦٩١١٧	٩	٤٩٣٦	٦٩٣٣٨	٩	٤٩٦١	٦٩٥٥٧	٩	٤٩٨٦	٦٩٧٧٥	٨
٤٨٨٧	٦٨٩٠٤	٩	٤٩١٢	٦٩١٢٦	٩	٤٩٣٧	٦٩٣٤٦	٨	٤٩٦٢	٦٩٥٦٦	٩	٤٩٨٧	٦٩٧٨٤	٩
٤٨٨٨	٦٨٩١٣	٩	٤٩١٣	٦٩١٣٥	٩	٤٩٣٨	٦٩٣٥٥	٩	٤٩٦٣	٦٩٥٧٤	٨	٤٩٨٨	٦٩٧٩٣	٩
٤٨٨٩	٦٨٩٢٢	٩	٤٩١٤	٦٩١٤٤	٩	٤٩٣٩	٦٩٣٦٤	٩	٤٩٦٤	٦٩٥٨٣	٩	٤٩٨٩	٦٩٨٠١	٨
٤٨٩٠	٦٨٩٣١	٩	٤٩١٥	٦٩١٥٣	٨	٤٩٤٠	٦٩٣٧٣	٩	٤٩٦٥	٦٩٥٩٢	٩	٤٩٩٠	٦٩٨١٠	٩
٤٨٩١	٦٨٩٤٠	٩	٤٩١٦	٦٩١٦١	٩	٤٩٤١	٦٩٣٨١	٨	٤٩٦٦	٦٩٦٠١	٩	٤٩٩١	٦٩٨١٩	٩
٤٨٩٢	٦٨٩٤٩	٩	٤٩١٧	٦٩١٧٠	٩	٤٩٤٢	٦٩٣٩٠	٩	٤٩٦٧	٦٩٦٠٩	٨	٤٩٩٢	٦٩٨٢٧	٩
٤٨٩٣	٦٨٩٥٨	٩	٤٩١٨	٦٩١٧٩	٩	٤٩٤٣	٦٩٣٩٩	٩	٤٩٦٨	٦٩٦١٨	٩	٤٩٩٣	٦٩٨٣٦	٩
٤٨٩٤	٦٨٩٦٧	٨	٤٩١٩	٦٩١٨٨	٩	٤٩٤٤	٦٩٤٠٨	٩	٤٩٦٩	٦٩٦٢٧	٩	٤٩٩٤	٦٩٨٤٥	٩
٤٨٩٥	٦٨٩٧٥	٩	٤٩٢٠	٦٩١٩٧	٩	٤٩٤٥	٦٩٤١٧	٩	٤٩٧٠	٦٩٦٣٦	٩	٤٩٩٥	٦٩٨٥٤	٩
٤٨٩٦	٦٨٩٨٤	٩	٤٩٢١	٦٩٢٠٥	٨	٤٩٤٦	٦٩٤٢٥	٨	٤٩٧١	٦٩٦٤٤	٨	٤٩٩٦	٦٩٨٦٢	٨
٤٨٩٧	٦٨٩٩٣	٩	٤٩٢٢	٦٩٢١٤	٩	٤٩٤٧	٦٩٤٣٤	٩	٤٩٧٢	٦٩٦٥٣	٩	٤٩٩٧	٦٩٨٧١	٩
٤٨٩٨	٦٩٠٠٢	٩	٤٩٢٣	٦٩٢٢٣	٩	٤٩٤٨	٦٩٤٤٣	٩	٤٩٧٣	٦٩٦٦٢	٩	٤٩٩٨	٦٩٨٨٠	٨
٤٨٩٩	٦٩٠١١	٩	٤٩٢٤	٦٩٢٣٢	٩	٤٩٤٩	٦٩٤٥٢	٩	٤٩٧٤	٦٩٦٧١	٩	٤٩٩٩	٦٩٨٨٨	٨
٤٩٠٠	٦٩٠٢٠	٩	٤٩٢٥	٦٩٢٤١	٩	٤٩٥٠	٦٩٤٦١	٩	٤٩٧٥	٦٩٦٧٩	٨	٤٩٠٠	٦٩٨٩٧	٩

عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف
٧٠٩٧٨ ٠١٢٦	٧٠٩٧٨ ٠١٢٦	٩	٧١٦٠٩ ٠٥٠١	٧١٦٠٩ ٠٥٠١	٩	٧١٣٩٩ ٠١٧٦	٧١٣٩٩ ٠١٧٦	٨	٧١١٨٩ ٠١٠١	٧١١٨٩ ٠١٠١	٨	٧١٨٥٨ ٠٥٢١	٧١٨٥٨ ٠٥٢١	٨
٧١٠٩٨٦ ٠١٢٧	٧١٠٩٨٦ ٠١٢٧	٨	٧١٦١٧ ٠٥٠٢	٧١٦١٧ ٠٥٠٢	٨	٧١٤٠٨ ٠١٧٧	٧١٤٠٨ ٠١٧٧	٩	٧١١٩٨ ٠١٠٢	٧١١٩٨ ٠١٠٢	٩	٧١٨٦٧ ٠٥٢٢	٧١٨٦٧ ٠٥٢٢	٩
٧١٠٩٩٥ ٠١٢٨	٧١٠٩٩٥ ٠١٢٨	٩	٧١٦٢٥ ٠٥٠٣	٧١٦٢٥ ٠٥٠٣	٨	٧١٤١٦ ٠١٧٨	٧١٤١٦ ٠١٧٨	٨	٧١٢٠٦ ٠١٠٣	٧١٢٠٦ ٠١٠٣	٨	٧١٨٧٥ ٠٥٢٣	٧١٨٧٥ ٠٥٢٣	٨
٧١٠٠٠٣ ٠١٢٩	٧١٠٠٠٣ ٠١٢٩	٨	٧١٦٣٤ ٠٥٠٤	٧١٦٣٤ ٠٥٠٤	٩	٧١٤٢٥ ٠١٧٩	٧١٤٢٥ ٠١٧٩	٩	٧١٢١٤ ٠١٠٤	٧١٢١٤ ٠١٠٤	٨	٧١٨٨٣ ٠٥٢٤	٧١٨٨٣ ٠٥٢٤	٨
٧١٠١٢ ٠١٣٠	٧١٠١٢ ٠١٣٠	٩	٧١٦٤٢ ٠٥٠٥	٧١٦٤٢ ٠٥٠٥	٨	٧١٤٣٣ ٠١٨٠	٧١٤٣٣ ٠١٨٠	٨	٧١٢٢٣ ٠١٠٥	٧١٢٢٣ ٠١٠٥	٩	٧١٨٩٢ ٠٥٢٥	٧١٨٩٢ ٠٥٢٥	٩
٧١٠٢٠ ٠١٣١	٧١٠٢٠ ٠١٣١	٨	٧١٦٥٠ ٠٥٠٦	٧١٦٥٠ ٠٥٠٦	٨	٧١٤٤١ ٠١٨١	٧١٤٤١ ٠١٨١	٨	٧١٢٣١ ٠١٠٦	٧١٢٣١ ٠١٠٦	٨	٧١٩٠٠ ٠٥٢٦	٧١٩٠٠ ٠٥٢٦	٨
٧١٠٢٩ ٠١٣٢	٧١٠٢٩ ٠١٣٢	٩	٧١٦٥٩ ٠٥٠٧	٧١٦٥٩ ٠٥٠٧	٩	٧١٤٥٠ ٠١٨٢	٧١٤٥٠ ٠١٨٢	٩	٧١٢٤٠ ٠١٠٧	٧١٢٤٠ ٠١٠٧	٩	٧١٩٠٨ ٠٥٢٧	٧١٩٠٨ ٠٥٢٧	٨
٧١٠٣٧ ٠١٣٣	٧١٠٣٧ ٠١٣٣	٨	٧١٦٦٧ ٠٥٠٨	٧١٦٦٧ ٠٥٠٨	٨	٧١٤٥٨ ٠١٨٣	٧١٤٥٨ ٠١٨٣	٨	٧١٢٤٨ ٠١٠٨	٧١٢٤٨ ٠١٠٨	٨	٧١٩١٧ ٠٥٢٨	٧١٩١٧ ٠٥٢٨	٩
٧١٠٤٦ ٠١٣٤	٧١٠٤٦ ٠١٣٤	٩	٧١٦٧٥ ٠٥٠٩	٧١٦٧٥ ٠٥٠٩	٨	٧١٤٦٦ ٠١٨٤	٧١٤٦٦ ٠١٨٤	٨	٧١٢٥٧ ٠١٠٩	٧١٢٥٧ ٠١٠٩	٩	٧١٩٢٥ ٠٥٢٩	٧١٩٢٥ ٠٥٢٩	٨
٧١٠٥٤ ٠١٣٥	٧١٠٥٤ ٠١٣٥	٨	٧١٦٨٤ ٠٥١٠	٧١٦٨٤ ٠٥١٠	٩	٧١٤٧٥ ٠١٨٥	٧١٤٧٥ ٠١٨٥	٩	٧١٢٦٥ ٠١١٠	٧١٢٦٥ ٠١١٠	٨	٧١٩٣٣ ٠٥٣٠	٧١٩٣٣ ٠٥٣٠	٨
٧١٠٦٣ ٠١٣٦	٧١٠٦٣ ٠١٣٦	٩	٧١٦٩٢ ٠٥١١	٧١٦٩٢ ٠٥١١	٨	٧١٤٨٣ ٠١٨٦	٧١٤٨٣ ٠١٨٦	٨	٧١٢٧٣ ٠١١١	٧١٢٧٣ ٠١١١	٨	٧١٩٤١ ٠٥٣١	٧١٩٤١ ٠٥٣١	٨
٧١٠٧١ ٠١٣٧	٧١٠٧١ ٠١٣٧	٨	٧١٧٠٠ ٠٥١٢	٧١٧٠٠ ٠٥١٢	٨	٧١٤٩٢ ٠١٨٧	٧١٤٩٢ ٠١٨٧	٩	٧١٢٨٢ ٠١١٢	٧١٢٨٢ ٠١١٢	٩	٧١٩٥٠ ٠٥٣٢	٧١٩٥٠ ٠٥٣٢	٩
٧١٠٧٩ ٠١٣٨	٧١٠٧٩ ٠١٣٨	٨	٧١٧٠٩ ٠٥١٣	٧١٧٠٩ ٠٥١٣	٩	٧١٥٠٠ ٠١٨٨	٧١٥٠٠ ٠١٨٨	٨	٧١٢٩٠ ٠١١٣	٧١٢٩٠ ٠١١٣	٨	٧١٩٥٨ ٠٥٣٣	٧١٩٥٨ ٠٥٣٣	٨
٧١٠٨٨ ٠١٣٩	٧١٠٨٨ ٠١٣٩	٩	٧١٧١٧ ٠٥١٤	٧١٧١٧ ٠٥١٤	٨	٧١٥٠٨ ٠١٨٩	٧١٥٠٨ ٠١٨٩	٨	٧١٢٩٩ ٠١١٤	٧١٢٩٩ ٠١١٤	٩	٧١٩٦٦ ٠٥٣٤	٧١٩٦٦ ٠٥٣٤	٨
٧١٠٩٦ ٠١٤٠	٧١٠٩٦ ٠١٤٠	٨	٧١٧٢٥ ٠٥١٥	٧١٧٢٥ ٠٥١٥	٨	٧١٥١٧ ٠١٩٠	٧١٥١٧ ٠١٩٠	٩	٧١٣٠٧ ٠١١٥	٧١٣٠٧ ٠١١٥	٨	٧١٩٧٥ ٠٥٣٥	٧١٩٧٥ ٠٥٣٥	٩
٧١١٠٥ ٠١٤١	٧١١٠٥ ٠١٤١	٩	٧١٧٣٤ ٠٥١٦	٧١٧٣٤ ٠٥١٦	٩	٧١٥٢٥ ٠١٩١	٧١٥٢٥ ٠١٩١	٨	٧١٣١٥ ٠١١٦	٧١٣١٥ ٠١١٦	٨	٧١٩٨٣ ٠٥٣٦	٧١٩٨٣ ٠٥٣٦	٨
٧١١١٣ ٠١٤٢	٧١١١٣ ٠١٤٢	٨	٧١٧٤٢ ٠٥١٧	٧١٧٤٢ ٠٥١٧	٨	٧١٥٣٣ ٠١٩٢	٧١٥٣٣ ٠١٩٢	٨	٧١٣٢٤ ٠١١٧	٧١٣٢٤ ٠١١٧	٩	٧١٩٩١ ٠٥٣٧	٧١٩٩١ ٠٥٣٧	٨
٧١١٢٢ ٠١٤٣	٧١١٢٢ ٠١٤٣	٩	٧١٧٥٠ ٠٥١٨	٧١٧٥٠ ٠٥١٨	٨	٧١٥٤٢ ٠١٩٣	٧١٥٤٢ ٠١٩٣	٩	٧١٣٣٣ ٠١١٨	٧١٣٣٣ ٠١١٨	٨	٧١٩٩٩ ٠٥٣٨	٧١٩٩٩ ٠٥٣٨	٨
٧١١٣٠ ٠١٤٤	٧١١٣٠ ٠١٤٤	٨	٧١٧٥٩ ٠٥١٩	٧١٧٥٩ ٠٥١٩	٩	٧١٥٥٠ ٠١٩٤	٧١٥٥٠ ٠١٩٤	٨	٧١٣٤١ ٠١١٩	٧١٣٤١ ٠١١٩	٩	٧٢٠٠٨ ٠٥٣٩	٧٢٠٠٨ ٠٥٣٩	٨
٧١١٣٩ ٠١٤٥	٧١١٣٩ ٠١٤٥	٩	٧١٧٦٧ ٠٥٢٠	٧١٧٦٧ ٠٥٢٠	٨	٧١٥٥٩ ٠١٩٥	٧١٥٥٩ ٠١٩٥	٩	٧١٣٤٩ ٠١٢٠	٧١٣٤٩ ٠١٢٠	٨	٧٢٠١٦ ٠٥٤٠	٧٢٠١٦ ٠٥٤٠	٩
٧١١٤٧ ٠١٤٦	٧١١٤٧ ٠١٤٦	٨	٧١٧٧٥ ٠٥٢١	٧١٧٧٥ ٠٥٢١	٨	٧١٥٦٧ ٠١٩٦	٧١٥٦٧ ٠١٩٦	٨	٧١٣٥٧ ٠١٢١	٧١٣٥٧ ٠١٢١	٨			
٧١١٥٥ ٠١٤٧	٧١١٥٥ ٠١٤٧	٨	٧١٧٨٤ ٠٥٢٢	٧١٧٨٤ ٠٥٢٢	٩	٧١٥٧٥ ٠١٩٧	٧١٥٧٥ ٠١٩٧	٨	٧١٣٦٦ ٠١٢٢	٧١٣٦٦ ٠١٢٢	٩			
٧١١٦٤ ٠١٤٨	٧١١٦٤ ٠١٤٨	٩	٧١٧٩٢ ٠٥٢٣	٧١٧٩٢ ٠٥٢٣	٨	٧١٥٨٤ ٠١٩٨	٧١٥٨٤ ٠١٩٨	٩	٧١٣٧٤ ٠١٢٣	٧١٣٧٤ ٠١٢٣	٨			
٧١١٧٣ ٠١٤٩	٧١١٧٣ ٠١٤٩	٨	٧١٨٠٠ ٠٥٢٤	٧١٨٠٠ ٠٥٢٤	٨	٧١٥٩٢ ٠١٩٩	٧١٥٩٢ ٠١٩٩	٨	٧١٣٨٣ ٠١٢٤	٧١٣٨٣ ٠١٢٤	٩			
٧١١٨١ ٠١٥٠	٧١١٨١ ٠١٥٠	٩	٧١٨٠٩ ٠٥٢٥	٧١٨٠٩ ٠٥٢٥	٩	٧١٦٠٠ ٠٥٢٠	٧١٦٠٠ ٠٥٢٠	٨	٧١٣٩١ ٠١٢٥	٧١٣٩١ ٠١٢٥	٨			

عدد	لوقا	ف	عدد	لوقا	ف	عدد	لوقا	ف	عدد	لوقا	ف
٨	٧٢٨٤٣	٥٣٥١	٨	٧٢٦٤٠	٥٣٢٦	٨	٧٢٤٣٦	٥٣٠١	٨	٧٢٢٣٠	٥٢٧٦
٩	٧٢٨٥٢	٥٣٥٢	٩	٧٢٦٤٨	٥٣٢٧	٩	٧٢٤٤٤	٥٣٠٢	٩	٧٢٢٣٩	٥٢٧٧
٨	٧٢٨٦٠	٥٣٥٣	٨	٧٢٦٥٦	٥٣٢٨	٨	٧٢٤٥٢	٥٣٠٣	٨	٧٢٢٤٧	٥٢٧٨
٨	٧٢٨٦٨	٥٣٥٤	٩	٧٢٦٦٥	٥٣٢٩	٨	٧٢٤٦٠	٥٣٠٤	٨	٧٢٢٥٥	٥٢٧٩
٨	٧٢٨٧٦	٥٣٥٥	٨	٧٢٦٧٣	٥٣٣٠	٩	٧٢٤٦٩	٥٣٠٥	٨	٧٢٢٦٣	٥٢٨٠
٨	٧٢٨٨٤	٥٣٥٦	٨	٧٢٦٨١	٥٣٣١	٨	٧٢٤٧٧	٥٣٠٦	٩	٧٢٢٧٢	٥٢٨١
٨	٧٢٨٩٢	٥٣٥٧	٨	٧٢٦٨٩	٥٣٣٢	٨	٧٢٤٨٥	٥٣٠٧	٨	٧٢٢٨٠	٥٢٨٢
٨	٧٢٩٠٠	٥٣٥٨	٨	٧٢٦٩٧	٥٣٣٣	٨	٧٢٤٩٣	٥٣٠٨	٨	٧٢٢٨٨	٥٢٨٣
٨	٧٢٩٠٨	٥٣٥٩	٨	٧٢٧٠٥	٥٣٣٤	٨	٧٢٥٠١	٥٣٠٩	٨	٧٢٢٩٦	٥٢٨٤
٨	٧٢٩١٦	٥٣٦٠	٨	٧٢٧١٣	٥٣٣٥	٨	٧٢٥٠٩	٥٣١٠	٨	٧٢٣٠٤	٥٢٨٥
٩	٧٢٩٢٥	٥٣٦١	٩	٧٢٧٢٢	٥٣٣٦	٩	٧٢٥١٨	٥٣١١	٩	٧٢٣١٣	٥٢٨٦
٨	٧٢٩٣٣	٥٣٦٢	٨	٧٢٧٣٠	٥٣٣٧	٨	٧٢٥٢٦	٥٣١٢	٨	٧٢٣٢١	٥٢٨٧
٨	٧٢٩٤١	٥٣٦٣	٨	٧٢٧٣٨	٥٣٣٨	٨	٧٢٥٣٤	٥٣١٣	٨	٧٢٣٢٩	٥٢٨٨
٨	٧٢٩٤٩	٥٣٦٤	٨	٧٢٧٤٦	٥٣٣٩	٨	٧٢٥٤٢	٥٣١٤	٨	٧٢٣٣٧	٥٢٨٩
٨	٧٢٩٥٧	٥٣٦٥	٨	٧٢٧٥٤	٥٣٤٠	٨	٧٢٥٥٠	٥٣١٥	٩	٧٢٣٤٦	٥٢٩٠
٨	٧٢٩٦٥	٥٣٦٦	٨	٧٢٧٦٢	٥٣٤١	٨	٧٢٥٥٨	٥٣١٦	٨	٧٢٣٥٤	٥٢٩١
٨	٧٢٩٧٣	٥٣٦٧	٨	٧٢٧٧٠	٥٣٤٢	٩	٧٢٥٦٧	٥٣١٧	٨	٧٢٣٦٢	٥٢٩٢
٨	٧٢٩٨١	٥٣٦٨	٩	٧٢٧٧٩	٥٣٤٣	٨	٧٢٥٧٥	٥٣١٨	٨	٧٢٣٧٠	٥٢٩٣
٨	٧٢٩٨٩	٥٣٦٩	٨	٧٢٧٨٧	٥٣٤٤	٨	٧٢٥٨٣	٥٣١٩	٨	٧٢٣٧٨	٥٢٩٤
٨	٧٢٩٩٧	٥٣٧٠	٨	٧٢٧٩٥	٥٣٤٥	٨	٧٢٥٩١	٥٣٢٠	٩	٧٢٣٨٧	٥٢٩٥
٩	٧٣٠٠٦	٥٣٧١	٨	٧٢٨٠٣	٥٣٤٦	٨	٧٢٥٩٩	٥٣٢١	٨	٧٢٣٩٥	٥٢٩٦
٨	٧٣٠١٤	٥٣٧٢	٨	٧٢٨١١	٥٣٤٧	٨	٧٢٦٠٧	٥٣٢٢	٨	٧٢٤٠٣	٥٢٩٧
٨	٧٣٠٢٢	٥٣٧٣	٨	٧٢٨١٩	٥٣٤٨	٩	٧٢٦١٦	٥٣٢٣	٨	٧٢٤١١	٥٢٩٨
٨	٧٣٠٣٠	٥٣٧٤	٨	٧٢٨٢٧	٥٣٤٩	٨	٧٢٦٢٤	٥٣٢٤	٨	٧٢٤١٩	٥٢٩٩
٨	٧٣٠٣٨	٥٣٧٥	٨	٧٢٨٣٥	٥٣٥٠	٨	٧٢٦٣٢	٥٣٢٥	٩	٧٢٤٢٨	٥٣٠٠
٨	٧٢٨٤٣	٥٣٥١	٨	٧٢٦٤٠	٥٣٢٦	٨	٧٢٤٣٦	٥٣٠١	٨	٧٢٢٣٠	٥٢٧٦
٩	٧٢٨٥٢	٥٣٥٢	٩	٧٢٦٤٨	٥٣٢٧	٩	٧٢٤٤٤	٥٣٠٢	٩	٧٢٢٣٩	٥٢٧٧
٨	٧٢٨٦٠	٥٣٥٣	٨	٧٢٦٥٦	٥٣٢٨	٨	٧٢٤٥٢	٥٣٠٣	٨	٧٢٢٤٧	٥٢٧٨
٨	٧٢٨٦٨	٥٣٥٤	٩	٧٢٦٦٥	٥٣٢٩	٨	٧٢٤٦٠	٥٣٠٤	٨	٧٢٢٥٥	٥٢٧٩
٨	٧٢٨٧٦	٥٣٥٥	٨	٧٢٦٧٣	٥٣٣٠	٩	٧٢٤٦٩	٥٣٠٥	٨	٧٢٢٦٣	٥٢٨٠
٨	٧٢٨٨٤	٥٣٥٦	٨	٧٢٦٨١	٥٣٣١	٨	٧٢٤٧٧	٥٣٠٦	٩	٧٢٢٧٢	٥٢٨١
٨	٧٢٨٩٢	٥٣٥٧	٨	٧٢٦٨٩	٥٣٣٢	٨	٧٢٤٨٥	٥٣٠٧	٨	٧٢٢٨٠	٥٢٨٢
٨	٧٢٩٠٠	٥٣٥٨	٨	٧٢٦٩٧	٥٣٣٣	٨	٧٢٤٩٣	٥٣٠٨	٨	٧٢٢٨٨	٥٢٨٣
٨	٧٢٩٠٨	٥٣٥٩	٨	٧٢٧٠٥	٥٣٣٤	٨	٧٢٥٠١	٥٣٠٩	٨	٧٢٢٩٦	٥٢٨٤
٨	٧٢٩١٦	٥٣٦٠	٨	٧٢٧١٣	٥٣٣٥	٨	٧٢٥٠٩	٥٣١٠	٨	٧٢٣٠٤	٥٢٨٥
٩	٧٢٩٢٥	٥٣٦١	٩	٧٢٧٢٢	٥٣٣٦	٩	٧٢٥١٨	٥٣١١	٩	٧٢٣١٣	٥٢٨٦
٨	٧٢٩٣٣	٥٣٦٢	٨	٧٢٧٣٠	٥٣٣٧	٨	٧٢٥٢٦	٥٣١٢	٨	٧٢٣٢١	٥٢٨٧
٨	٧٢٩٤١	٥٣٦٣	٨	٧٢٧٣٨	٥٣٣٨	٨	٧٢٥٣٤	٥٣١٣	٨	٧٢٣٢٩	٥٢٨٨
٨	٧٢٩٤٩	٥٣٦٤	٨	٧٢٧٤٦	٥٣٣٩	٨	٧٢٥٤٢	٥٣١٤	٨	٧٢٣٣٧	٥٢٨٩
٨	٧٢٩٥٧	٥٣٦٥	٨	٧٢٧٥٤	٥٣٤٠	٨	٧٢٥٥٠	٥٣١٥	٩	٧٢٣٤٦	٥٢٩٠
٨	٧٢٩٦٥	٥٣٦٦	٨	٧٢٧٦٢	٥٣٤١	٨	٧٢٥٥٨	٥٣١٦	٨	٧٢٣٥٤	٥٢٩١
٨	٧٢٩٧٣	٥٣٦٧	٨	٧٢٧٧٠	٥٣٤٢	٩	٧٢٥٦٧	٥٣١٧	٨	٧٢٣٦٢	٥٢٩٢
٨	٧٢٩٨١	٥٣٦٨	٩	٧٢٧٧٩	٥٣٤٣	٨	٧٢٥٧٥	٥٣١٨	٨	٧٢٣٧٠	٥٢٩٣
٨	٧٢٩٨٩	٥٣٦٩	٨	٧٢٧٨٧	٥٣٤٤	٨	٧٢٥٨٣	٥٣١٩	٨	٧٢٣٧٨	٥٢٩٤
٨	٧٢٩٩٧	٥٣٧٠	٨	٧٢٧٩٥	٥٣٤٥	٨	٧٢٥٩١	٥٣٢٠	٩	٧٢٣٨٧	٥٢٩٥
٩	٧٣٠٠٦	٥٣٧١	٨	٧٢٨٠٣	٥٣٤٦	٨	٧٢٥٩٩	٥٣٢١	٨	٧٢٣٩٥	٥٢٩٦
٨	٧٣٠١٤	٥٣٧٢	٨	٧٢٨١١	٥٣٤٧	٨	٧٢٦٠٧	٥٣٢٢	٨	٧٢٤٠٣	٥٢٩٧
٨	٧٣٠٢٢	٥٣٧٣	٨	٧٢٨١٩	٥٣٤٨	٩	٧٢٦١٦	٥٣٢٣	٨	٧٢٤١١	٥٢٩٨
٨	٧٣٠٣٠	٥٣٧٤	٨	٧٢٨٢٧	٥٣٤٩	٨	٧٢٦٢٤	٥٣٢٤	٨	٧٢٤١٩	٥٢٩٩
٨	٧٣٠٣٨	٥٣٧٥	٨	٧٢٨٣٥	٥٣٥٠	٨	٧٢٦٣٢	٥٣٢٥	٩	٧٢٤٢٨	٥٣٠٠

عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف
٧٣٠٤٦	٥٣٧٦	٧٣٨٤٦	٥٤٧٦	٧٣٦٤٨	٥٤٥١	٧٣٤٤٨	٥٤٣٦	٧٣٢٤٧	٥٤٠١	٧٣٠٤٦	٥٣٧٦	٧٢٨٤٦	٥٣٥١	٧٢٦٤٨	٥٣٢٦	٧٢٤٤٨	٥٣٠١
٧٣٠٥٧	٥٣٧٧	٧٣٨٥٧	٥٤٧٧	٧٣٦٥٧	٥٤٥٢	٧٣٤٥٧	٥٤٣٧	٧٣٢٥٥	٥٤٠٢	٧٣٠٥٧	٥٣٧٧	٧٢٨٥٧	٥٣٥٢	٧٢٦٥٧	٥٣٢٧	٧٢٤٥٧	٥٣٠٢
٧٣٠٦٨	٥٣٧٨	٧٣٨٦٨	٥٤٧٨	٧٣٦٦٨	٥٤٥٣	٧٣٤٦٨	٥٤٣٨	٧٣٢٦٣	٥٤٠٣	٧٣٠٦٨	٥٣٧٨	٧٢٨٦٨	٥٣٥٣	٧٢٦٦٨	٥٣٢٨	٧٢٤٦٨	٥٣٠٣
٧٣٠٧٩	٥٣٧٩	٧٣٨٧٩	٥٤٧٩	٧٣٦٧٩	٥٤٥٤	٧٣٤٧٩	٥٤٣٩	٧٣٢٧٢	٥٤٠٤	٧٣٠٧٩	٥٣٧٩	٧٢٨٧٩	٥٣٥٤	٧٢٦٧٩	٥٣٢٩	٧٢٤٧٩	٥٣٠٤
٧٣٠٨٠	٥٣٨٠	٧٣٨٨٠	٥٤٨٠	٧٣٦٨٠	٥٤٥٥	٧٣٤٨٠	٥٤٤٠	٧٣٢٨٠	٥٤٠٥	٧٣٠٨٠	٥٣٨٠	٧٢٨٨٠	٥٣٥٥	٧٢٦٨٠	٥٣٣٠	٧٢٤٨٠	٥٣٠٥
٧٣٠٨٦	٥٣٨١	٧٣٨٨٦	٥٤٨١	٧٣٦٨٦	٥٤٥٦	٧٣٤٨٦	٥٤٣١	٧٣٢٨٦	٥٤٠٦	٧٣٠٨٦	٥٣٨١	٧٢٨٨٦	٥٣٥٦	٧٢٦٨٦	٥٣٣١	٧٢٤٨٦	٥٣٠٦
٧٣٠٩٤	٥٣٨٢	٧٣٨٩٤	٥٤٨٢	٧٣٦٩٤	٥٤٥٧	٧٣٤٩٤	٥٤٣٢	٧٣٢٩٦	٥٤٠٧	٧٣٠٩٤	٥٣٨٢	٧٢٨٩٤	٥٣٥٧	٧٢٦٩٤	٥٣٣٢	٧٢٤٩٤	٥٣٠٧
٧٣٠٩٥	٥٣٨٣	٧٣٨٩٥	٥٤٨٣	٧٣٦٩٥	٥٤٥٨	٧٣٤٩٥	٥٤٣٣	٧٣٢٩٧	٥٤٠٨	٧٣٠٩٥	٥٣٨٣	٧٢٨٩٥	٥٣٥٨	٧٢٦٩٥	٥٣٣٣	٧٢٤٩٥	٥٣٠٨
٧٣١٠١	٥٣٨٤	٧٣٩٠١	٥٤٨٤	٧٣٧٠١	٥٤٥٩	٧٣٥٠١	٥٤٣٤	٧٣٣٠١	٥٤٠٩	٧٣١٠١	٥٣٨٤	٧٢٩٠١	٥٣٥٩	٧٢٧٠١	٥٣٣٤	٧٢٥٠١	٥٣٠٩
٧٣١٠٩	٥٣٨٥	٧٣٩١٠	٥٤٨٥	٧٣٧١٠	٥٤٦٠	٧٣٥١٠	٥٤٣٥	٧٣٣١٠	٥٤١٠	٧٣١٠٩	٥٣٨٥	٧٢٩١٠	٥٣٦٠	٧٢٧١٠	٥٣٣٥	٧٢٥١٠	٥٣١٠
٧٣١١٦	٥٣٨٦	٧٣٩١٦	٥٤٨٦	٧٣٧١٦	٥٤٦١	٧٣٥١٦	٥٤٣٦	٧٣٣١٦	٥٤١١	٧٣١١٦	٥٣٨٦	٧٢٩١٦	٥٣٦١	٧٢٧١٦	٥٣٣٦	٧٢٥١٦	٥٣١١
٧٣١٢٧	٥٣٨٧	٧٣٩٢٧	٥٤٨٧	٧٣٧٢٧	٥٤٦٢	٧٣٥٢٧	٥٤٣٧	٧٣٣٢٧	٥٤١٢	٧٣١٢٧	٥٣٨٧	٧٢٩٢٧	٥٣٦٢	٧٢٧٢٧	٥٣٣٧	٧٢٥٢٧	٥٣١٢
٧٣١٤٣	٥٣٨٨	٧٣٩٤٣	٥٤٨٨	٧٣٧٤٣	٥٤٦٣	٧٣٥٤٣	٥٤٣٨	٧٣٣٤٣	٥٤١٣	٧٣١٤٣	٥٣٨٨	٧٢٩٤٣	٥٣٦٣	٧٢٧٤٣	٥٣٣٨	٧٢٥٤٣	٥٣١٣
٧٣١٥١	٥٣٨٩	٧٣٩٥١	٥٤٨٩	٧٣٧٥١	٥٤٦٤	٧٣٥٥١	٥٤٣٩	٧٣٣٥١	٥٤١٤	٧٣١٥١	٥٣٨٩	٧٢٩٥١	٥٣٦٤	٧٢٧٥١	٥٣٣٩	٧٢٥٥١	٥٣١٤
٧٣١٥٩	٥٣٩٠	٧٣٩٥٩	٥٤٩٠	٧٣٧٥٩	٥٤٦٥	٧٣٥٥٩	٥٤٤٠	٧٣٣٥٩	٥٤١٥	٧٣١٥٩	٥٣٩٠	٧٢٩٥٩	٥٣٦٥	٧٢٧٥٩	٥٣٤٠	٧٢٥٥٩	٥٣١٥
٧٣١٦٧	٥٣٩١	٧٣٩٦٧	٥٤٩١	٧٣٧٦٧	٥٤٦٦	٧٣٥٦٧	٥٤٤١	٧٣٣٦٧	٥٤١٦	٧٣١٦٧	٥٣٩١	٧٢٩٦٧	٥٣٦٦	٧٢٧٦٧	٥٣٤١	٧٢٥٦٧	٥٣١٦
٧٣١٧٥	٥٣٩٢	٧٣٩٧٥	٥٤٩٢	٧٣٧٧٥	٥٤٦٧	٧٣٥٧٥	٥٤٤٢	٧٣٣٧٥	٥٤١٧	٧٣١٧٥	٥٣٩٢	٧٢٩٧٥	٥٣٦٧	٧٢٧٧٥	٥٣٤٢	٧٢٥٧٥	٥٣١٧
٧٣١٨٣	٥٣٩٣	٧٣٩٨٣	٥٤٩٣	٧٣٧٨٣	٥٤٦٨	٧٣٥٨٣	٥٤٤٣	٧٣٣٨٣	٥٤١٨	٧٣١٨٣	٥٣٩٣	٧٢٩٨٣	٥٣٦٨	٧٢٧٨٣	٥٣٤٣	٧٢٥٨٣	٥٣١٨
٧٣١٩١	٥٣٩٤	٧٣٩٩١	٥٤٩٤	٧٣٧٩١	٥٤٦٩	٧٣٥٩١	٥٤٤٤	٧٣٣٩١	٥٤١٩	٧٣١٩١	٥٣٩٤	٧٢٩٩١	٥٣٦٩	٧٢٧٩١	٥٣٤٤	٧٢٥٩١	٥٣١٩
٧٣١٩٩	٥٣٩٥	٧٣٩٩٩	٥٤٩٥	٧٣٧٩٩	٥٤٧٠	٧٣٦٠٠	٥٤٤٥	٧٣٤٠٠	٥٤٢٠	٧٣١٩٩	٥٣٩٥	٧٢٩٩٩	٥٣٧٠	٧٢٧٩٩	٥٣٤٥	٧٢٥٩٩	٥٣٢٠
٧٣٢٠٧	٥٣٩٦	٧٣٨٠٧	٥٤٩٦	٧٣٨٠٧	٥٤٧١	٧٣٦٠٧	٥٤٤٦	٧٣٤٠٧	٥٤٢١	٧٣٢٠٧	٥٣٩٦	٧٢٨٠٧	٥٣٧١	٧٢٦٠٧	٥٣٤٦	٧٢٤٠٧	٥٣٢١
٧٣٢١٥	٥٣٩٧	٧٣٨١٥	٥٤٩٧	٧٣٨١٥	٥٤٧٢	٧٣٦١٥	٥٤٤٧	٧٣٤١٥	٥٤٢٢	٧٣٢١٥	٥٣٩٧	٧٢٨١٥	٥٣٧٢	٧٢٦١٥	٥٣٤٧	٧٢٤١٥	٥٣٢٢
٧٣٢٢٣	٥٣٩٨	٧٣٨٢٣	٥٤٩٨	٧٣٨٢٣	٥٤٧٣	٧٣٦٢٣	٥٤٤٨	٧٣٤٢٣	٥٤٢٣	٧٣٢٢٣	٥٣٩٨	٧٢٨٢٣	٥٣٧٣	٧٢٦٢٣	٥٣٤٨	٧٢٤٢٣	٥٣٢٣
٧٣٢٣١	٥٣٩٩	٧٣٨٣١	٥٤٩٩	٧٣٨٣١	٥٤٧٤	٧٣٦٣١	٥٤٤٩	٧٣٤٣١	٥٤٢٤	٧٣٢٣١	٥٣٩٩	٧٢٨٣١	٥٣٧٤	٧٢٦٣١	٥٣٤٩	٧٢٤٣١	٥٣٢٤
٧٣٢٣٩	٥٤٠٠	٧٣٨٣٩	٥٤٧٥	٧٣٨٣٩	٥٤٧٥	٧٣٦٣٩	٥٤٥٠	٧٣٤٣٩	٥٤٢٥	٧٣٢٣٩	٥٤٠٠	٧٢٨٣٩	٥٣٧٥	٧٢٦٣٩	٥٣٥٠	٧٢٤٣٩	٥٣٢٥

عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف
٧٠٠٢٠	٥٦٢٦	٨	٧٠٠٩٥	٥٧٠١	٨	٧٠٤٠٤	٥٦٧٦	٧	٧٠٤١٣	٥٦٧٧	٧	٧٠٤٢٠	٥٦٧٨	٧	٧٠٤٢٧	٥٦٧٩	٧
٧٠٠٢٨	٥٦٢٧	٨	٧٠٦٠٣	٥٧٠٢	٨	٧٠٤١٣	٥٦٧٧	٨	٧٠٤٢٠	٥٦٧٨	٨	٧٠٤٢٧	٥٦٧٩	٨	٧٠٤٣٧	٥٦٧٩	٨
٧٠٦٣٥	٥٦٢٨	٧	٧٠٦١٠	٥٧٠٣	٧	٧٠٤٢٠	٥٦٧٨	٧	٧٠٤٢٨	٥٦٧٩	٧	٧٠٤٣٧	٥٦٧٩	٧	٧٠٤٣٧	٥٦٧٩	٧
٧٠٠٤٣	٥٦٢٩	٨	٧٠٦١٨	٥٧٠٤	٨	٧٠٤٢٧	٥٦٧٩	٧	٧٠٤٣٧	٥٦٧٩	٧	٧٠٤٣٧	٥٦٧٩	٧	٧٠٤٣٧	٥٦٧٩	٧
٧٠٠٥١	٥٦٣٠	٨	٧٠٦٢٦	٥٧٠٥	٨	٧٠٤٣٥	٥٦٨٠	٧	٧٠٤٣٥	٥٦٨٠	٧	٧٠٤٣٥	٥٦٨٠	٧	٧٠٤٣٥	٥٦٨٠	٧
٧٠٠٥٩	٥٦٣١	٨	٧٠٦٣٣	٥٧٠٦	٧	٧٠٤٤٢	٥٦٨١	٧	٧٠٤٤٢	٥٦٨١	٧	٧٠٤٤٢	٥٦٨١	٧	٧٠٤٤٢	٥٦٨١	٧
٧٠٠٦٦	٥٦٣٢	٧	٧٠٦٤١	٥٧٠٧	٨	٧٠٤٥٠	٥٦٨٢	٨	٧٠٤٥٠	٥٦٨٢	٨	٧٠٤٥٠	٥٦٨٢	٨	٧٠٤٥٠	٥٦٨٢	٨
٧٠٠٧٤	٥٦٣٣	٨	٧٠٦٤٨	٥٧٠٨	٧	٧٠٤٥٨	٥٦٨٣	٧	٧٠٤٥٨	٥٦٨٣	٧	٧٠٤٥٨	٥٦٨٣	٧	٧٠٤٥٨	٥٦٨٣	٧
٧٠٠٨٢	٥٦٣٤	٨	٧٠٦٥٦	٥٧٠٩	٧	٧٠٤٦٥	٥٦٨٤	٧	٧٠٤٦٥	٥٦٨٤	٧	٧٠٤٦٥	٥٦٨٤	٧	٧٠٤٦٥	٥٦٨٤	٧
٧٠٠٨٩	٥٦٣٥	٧	٧٠٦٦٤	٥٧١٠	٨	٧٠٤٧٣	٥٦٨٥	٨	٧٠٤٧٣	٥٦٨٥	٨	٧٠٤٧٣	٥٦٨٥	٨	٧٠٤٧٣	٥٦٨٥	٨
٧٠٠٩٧	٥٦٣٦	٨	٧٠٦٧١	٥٧١١	٧	٧٠٤٨١	٥٦٨٦	٧	٧٠٤٨١	٥٦٨٦	٧	٧٠٤٨١	٥٦٨٦	٧	٧٠٤٨١	٥٦٨٦	٧
٧٠١٠٥	٥٦٣٧	٨	٧٠٦٧٩	٥٧١٢	٧	٧٠٤٨٨	٥٦٨٧	٧	٧٠٤٨٨	٥٦٨٧	٧	٧٠٤٨٨	٥٦٨٧	٧	٧٠٤٨٨	٥٦٨٧	٧
٧٠١١٣	٥٦٣٨	٨	٧٠٦٨٦	٥٧١٣	٧	٧٠٤٩٦	٥٦٨٨	٧	٧٠٤٩٦	٥٦٨٨	٧	٧٠٤٩٦	٥٦٨٨	٧	٧٠٤٩٦	٥٦٨٨	٧
٧٠١٢٠	٥٦٣٩	٧	٧٠٦٩٤	٥٧١٤	٨	٧٠٥٠٤	٥٦٨٩	٧	٧٠٥٠٤	٥٦٨٩	٧	٧٠٥٠٤	٥٦٨٩	٧	٧٠٥٠٤	٥٦٨٩	٧
٧٠١٢٨	٥٦٤٠	٨	٧٠٧٠٢	٥٧١٥	٧	٧٠٥١١	٥٦٩٠	٧	٧٠٥١١	٥٦٩٠	٧	٧٠٥١١	٥٦٩٠	٧	٧٠٥١١	٥٦٩٠	٧
٧٠١٣٦	٥٦٤١	٧	٧٠٧٠٩	٥٧١٦	٧	٧٠٥١٩	٥٦٩١	٧	٧٠٥١٩	٥٦٩١	٧	٧٠٥١٩	٥٦٩١	٧	٧٠٥١٩	٥٦٩١	٧
٧٠١٤٣	٥٦٤٢	٧	٧٠٧١٧	٥٧١٧	٧	٧٠٥٢٦	٥٦٩٢	٧	٧٠٥٢٦	٥٦٩٢	٧	٧٠٥٢٦	٥٦٩٢	٧	٧٠٥٢٦	٥٦٩٢	٧
٧٠١٥١	٥٦٤٣	٨	٧٠٧٢٤	٥٧١٨	٧	٧٠٥٣٤	٥٦٩٣	٧	٧٠٥٣٤	٥٦٩٣	٧	٧٠٥٣٤	٥٦٩٣	٧	٧٠٥٣٤	٥٦٩٣	٧
٧٠١٥٩	٥٦٤٤	٧	٧٠٧٣٢	٥٧١٩	٧	٧٠٥٤٢	٥٦٩٤	٧	٧٠٥٤٢	٥٦٩٤	٧	٧٠٥٤٢	٥٦٩٤	٧	٧٠٥٤٢	٥٦٩٤	٧
٧٠١٦٦	٥٦٤٥	٧	٧٠٧٤٠	٥٧٢٠	٧	٧٠٥٤٩	٥٦٩٥	٧	٧٠٥٤٩	٥٦٩٥	٧	٧٠٥٤٩	٥٦٩٥	٧	٧٠٥٤٩	٥٦٩٥	٧
٧٠١٧٤	٤٦٤٦	٨	٧٠٧٤٧	٥٧٢١	٧	٧٠٥٥٧	٥٦٩٦	٧	٧٠٥٥٧	٥٦٩٦	٧	٧٠٥٥٧	٥٦٩٦	٧	٧٠٥٥٧	٥٦٩٦	٧
٧٠١٨٢	٥٦٤٧	٧	٧٠٧٥٥	٥٧٢٢	٧	٧٠٥٦٥	٥٦٩٧	٧	٧٠٥٦٥	٥٦٩٧	٧	٧٠٥٦٥	٥٦٩٧	٧	٧٠٥٦٥	٥٦٩٧	٧
٧٠١٨٩	٥٦٤٨	٧	٧٠٧٦٢	٥٧٢٣	٧	٧٠٥٧٢	٥٦٩٨	٧	٧٠٥٧٢	٥٦٩٨	٧	٧٠٥٧٢	٥٦٩٨	٧	٧٠٥٧٢	٥٦٩٨	٧
٧٠١٩٧	٥٦٤٩	٧	٧٠٧٧٠	٥٧٢٤	٧	٧٠٥٨٠	٥٦٩٩	٧	٧٠٥٨٠	٥٦٩٩	٧	٧٠٥٨٠	٥٦٩٩	٧	٧٠٥٨٠	٥٦٩٩	٧
٧٠٢٠٥	٥٦٥٠	٧	٧٠٧٧٨	٥٧٢٥	٧	٧٠٥٨٧	٥٧٠٠	٧	٧٠٥٨٧	٥٧٠٠	٧	٧٠٥٨٧	٥٧٠٠	٧	٧٠٥٨٧	٥٧٠٠	٧

عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف
٧	٧٦٧٢٣	٥٨٥١	٧	٧٦٥٣٧	٥٨٢٦	٧	٧٦٣٥٠	٥٨٠١	٨	٧٦١٦٣	٥٧٧٦
٧	٧٦٧٣٠	٥٨٥٢	٨	٧٦٥٤٥	٥٨٢٧	٨	٧٦٣٥٨	٥٨٠٢	٧	٧٦١٧٠	٥٧٧٧
٨	٧٦٧٣٨	٥٨٥٣	٧	٧٦٥٥٢	٥٨٢٨	٧	٧٦٣٦٥	٥٨٠٣	٨	٧٦١٧٨	٥٧٧٨
٧	٧٦٧٤٥	٥٨٥٤	٧	٧٦٥٥٩	٥٨٢٩	٨	٧٦٣٧٣	٥٨٠٤	٧	٧٦١٨٥	٥٧٧٩
٨	٧٦٧٥٣	٥٨٥٥	٨	٧٦٥٦٧	٥٨٣٠	٧	٧٦٣٨٠	٥٨٠٥	٨	٧٦١٩٣	٥٧٨٠
٧	٧٦٧٦٠	٥٨٥٦	٧	٧٦٥٧٤	٥٨٣١	٨	٧٦٣٨٨	٥٨٠٦	٧	٧٦٢٠٠	٥٧٨١
٨	٧٦٧٦٨	٥٨٥٧	٨	٧٦٥٨٢	٥٨٣٢	٧	٧٦٣٩٥	٥٨٠٧	٨	٧٦٢٠٨	٥٧٨٢
٧	٧٦٧٧٥	٥٨٥٨	٧	٧٦٥٨٩	٥٨٣٣	٨	٧٦٤٠٣	٥٨٠٨	٧	٧٦٢١٥	٥٧٨٣
٧	٧٦٧٨٢	٥٨٥٩	٨	٧٦٥٩٧	٥٨٣٤	٧	٧٦٤١٠	٥٨٠٩	٨	٧٦٢٢٣	٥٧٨٤
٨	٧٦٧٩٠	٥٨٦٠	٧	٧٦٦٠٤	٥٨٣٥	٨	٧٦٤١٨	٥٨١٠	٧	٧٦٢٣٠	٥٧٨٥
٧	٧٦٧٩٧	٥٨٦١	٨	٧٦٦١٢	٥٨٣٦	٧	٧٦٤٢٥	٥٨١١	٨	٧٦٢٣٨	٥٧٨٦
٨	٧٦٨٠٥	٥٨٦٢	٧	٧٦٦١٩	٥٨٣٧	٨	٧٦٤٣٣	٥٨١٢	٧	٧٦٢٤٥	٥٧٨٧
٧	٧٦٨١٢	٥٨٦٣	٧	٧٦٦٢٦	٥٨٣٨	٧	٧٦٤٤٠	٥٨١٣	٨	٧٦٢٥٣	٥٧٨٨
٧	٧٦٨١٩	٥٨٦٤	٨	٧٦٦٣٤	٥٨٣٩	٨	٧٦٤٤٨	٥٨١٤	٧	٧٦٢٦٠	٥٧٨٩
٨	٧٦٨٢٧	٥٨٦٥	٧	٧٦٦٤١	٥٨٤٠	٧	٧٦٤٥٥	٥٨١٥	٨	٧٦٢٦٨	٥٧٩٠
٧	٧٦٨٣٤	٥٨٦٦	٨	٧٦٦٤٩	٥٨٤١	٧	٧٦٤٦٢	٥٨١٦	٧	٧٦٢٧٥	٥٧٩١
٨	٧٦٨٤٢	٥٨٦٧	٧	٧٦٦٥٦	٥٨٤٢	٨	٧٦٤٧٠	٥٨١٧	٨	٧٦٢٨٣	٥٧٩٢
٧	٧٦٨٤٩	٥٨٦٨	٨	٧٦٦٦٤	٥٨٤٣	٧	٧٦٤٧٧	٥٨١٨	٧	٧٦٢٩٠	٥٧٩٣
٧	٧٦٨٥٦	٥٨٦٩	٧	٧٦٦٧١	٥٨٤٤	٨	٧٦٤٨٥	٥٨١٩	٨	٧٦٢٩٨	٥٧٩٤
٨	٧٦٨٦٤	٥٨٧٠	٧	٧٦٦٧٨	٥٨٤٥	٧	٧٦٤٩٢	٥٨٢٠	٧	٧٦٣٠٥	٥٧٩٥
٧	٧٦٨٧١	٥٨٧١	٨	٧٦٦٨٦	٥٨٤٦	٨	٧٦٥٠٠	٥٨٢١	٨	٧٦٣١٣	٥٧٩٦
٨	٧٦٨٧٩	٥٨٧٢	٧	٧٦٦٩٣	٥٨٤٧	٧	٧٦٥٠٧	٥٨٢٢	٧	٧٦٣٢٠	٥٧٩٧
٧	٧٦٨٨٦	٥٨٧٣	٨	٧٦٧٠١	٥٨٤٨	٨	٧٦٥١٥	٥٨٢٣	٨	٧٦٣٢٨	٥٧٩٨
٧	٧٦٨٩٣	٥٨٧٤	٧	٧٦٧٠٨	٥٨٤٩	٧	٧٦٥٢٢	٥٨٢٤	٧	٧٦٣٣٥	٥٧٩٩
٨	٧٦٩٠١	٥٨٧٥	٨	٧٦٧١٦	٥٨٥٠	٨	٧٦٥٣٠	٥٨٢٥	٨	٧٦٣٤٣	٥٨٠٠

[illegible]

عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف
٧٧٨٢٢	٦٠٠١	٧	٧٨٠٠٣	٦٠٢٦	٧	٧٨١٨٣	٦٠٠١	٧	٧٨٣٦٢	٦٠٧٦	٧	٧٨٥٤٠	٦١٠١	٧
٧٧٨٣٠	٦٠٠٢	٨	٧٨٠١٠	٦٠٢٧	٧	٧٨١٩٠	٦٠٠٢	٧	٧٨٣٦٩	٦٠٧٧	٧	٧٨٥٤٧	٦١٠٢	٧
٧٧٨٣٧	٦٠٠٣	٧	٧٨٠١٧	٦٠٢٨	٧	٧٨١٩٧	٦٠٠٣	٧	٧٨٣٧٦	٦٠٧٨	٧	٧٨٥٥٤	٦١٠٣	٧
٧٧٨٤٤	٦٠٠٤	٧	٧٨٠٢٥	٦٠٢٩	٨	٧٨٢٠٤	٦٠٠٤	٧	٧٨٣٨٣	٦٠٧٩	٧	٧٨٥٦١	٦١٠٤	٧
٧٧٨٥١	٦٠٠٥	٧	٧٨٠٣٢	٦٠٣٠	٧	٧٨٢١١	٦٠٠٥	٧	٧٨٣٩٠	٦٠٨٠	٧	٧٨٥٦٩	٦١٠٥	٨
٧٧٨٥٩	٦٠٠٦	٨	٧٨٠٣٩	٦٠٣١	٧	٧٨٢١٩	٦٠٠٦	٨	٧٨٣٩٨	٦٠٨١	٨	٧٨٥٧٦	٦١٠٦	٧
٧٧٨٦٦	٦٠٠٧	٧	٧٨٠٤٦	٦٠٣٢	٧	٧٨٢٢٦	٦٠٠٧	٧	٧٨٤٠٥	٦٠٨٢	٧	٧٨٥٨٣	٦١٠٧	٧
٧٧٨٧٣	٦٠٠٨	٧	٧٨٠٥٣	٦٠٣٣	٧	٧٨٢٣٣	٦٠٠٨	٧	٧٨٤١٢	٦٠٨٣	٧	٧٨٥٩٠	٦١٠٨	٧
٧٧٨٨٠	٦٠٠٩	٧	٧٨٠٦١	٦٠٣٤	٨	٧٨٢٤٠	٦٠٠٩	٧	٧٨٤١٩	٦٠٨٤	٧	٧٨٥٩٧	٦١٠٩	٧
٧٧٨٨٧	٦٠١٠	٧	٧٨٠٦٨	٦٠٣٥	٧	٧٨٢٤٧	٦٠١٠	٧	٧٨٤٢٦	٦٠٨٥	٧	٧٨٦٠٤	٦١١٠	٧
٧٧٨٩٥	٦٠١١	٨	٧٨٠٧٥	٦٠٣٦	٧	٧٨٢٥٤	٦٠١١	٧	٧٨٤٣٣	٦٠٨٦	٧	٧٨٦١١	٦١١١	٧
٧٧٩٠٢	٦٠١٢	٧	٧٨٠٨٢	٦٠٣٧	٧	٧٨٢٦٢	٦٠١٢	٨	٧٨٤٤٠	٦٠٨٧	٧	٧٨٦١٨	٦١١٢	٧
٧٧٩٠٩	٦٠١٣	٧	٧٨٠٨٩	٦٠٣٨	٧	٧٨٢٦٩	٦٠١٣	٧	٧٨٤٤٧	٦٠٨٨	٧	٧٨٦٢٥	٦١١٣	٧
٧٧٩١٦	٦٠١٤	٧	٧٨٠٩٧	٦٠٣٩	٨	٧٨٢٧٦	٦٠١٤	٧	٧٨٤٥٥	٦٠٨٩	٨	٧٨٦٣٣	٦١١٤	٨
٧٧٩٢٤	٦٠١٥	٨	٧٨١٠٤	٦٠٤٠	٧	٧٨٢٨٣	٦٠١٥	٧	٧٨٤٦٢	٦٠٩٠	٧	٧٨٦٤٠	٦١١٥	٧
٧٧٩٣١	٦٠١٦	٧	٧٨١١١	٦٠٤١	٧	٧٨٢٩٠	٦٠١٦	٧	٧٨٤٦٩	٦٠٩١	٧	٧٨٦٤٧	٦١١٦	٧
٧٧٩٣٨	٦٠١٧	٧	٧٨١١٨	٦٠٤٢	٧	٧٨٢٩٧	٦٠١٧	٧	٧٨٤٧٦	٦٠٩٢	٧	٧٨٦٥٤	٦١١٧	٧
٧٧٩٤٥	٦٠١٨	٧	٧٨١٢٥	٦٠٤٣	٧	٧٨٣٠٥	٦٠١٨	٨	٧٨٤٨٣	٦٠٩٣	٧	٧٨٦٦١	٦١١٨	٧
٧٧٩٥٢	٦٠١٩	٧	٧٨١٣٢	٦٠٤٤	٧	٧٨٣١٢	٦٠١٩	٧	٧٨٤٩٠	٦٠٩٤	٧	٧٨٦٦٨	٦١١٩	٧
٧٧٩٦٠	٦٠٢٠	٨	٧٨١٤٠	٦٠٤٥	٨	٧٨٣١٩	٦٠٢٠	٧	٧٨٤٩٧	٦٠٩٥	٧	٧٨٦٧٥	٦١٢٠	٧
٧٧٩٦٧	٦٠٢١	٧	٧٨١٤٧	٦٠٤٦	٧	٧٨٣٢٦	٦٠٢١	٧	٧٨٥٠٤	٦٠٩٦	٧	٧٨٦٨٢	٦١٢١	٧
٧٧٩٧٤	٦٠٢٢	٧	٧٨١٥٤	٦٠٤٧	٧	٧٨٣٣٣	٦٠٢٢	٧	٧٨٥١٢	٦٠٩٧	٨	٧٨٦٨٩	٦١٢٢	٧
٧٧٩٨١	٦٠٢٣	٧	٧٨١٦١	٦٠٤٨	٧	٧٨٣٤٠	٦٠٢٣	٧	٧٨٥١٩	٦٠٩٨	٧	٧٨٦٩٦	٦١٢٣	٧
٧٧٩٨٨	٦٠٢٤	٧	٧٨١٦٨	٦٠٤٩	٧	٧٨٣٤٧	٦٠٢٤	٧	٧٨٥٢٦	٦٠٩٩	٧	٧٨٧٠٤	٦١٢٤	٨
٧٧٩٩٦	٦٠٢٥	٨	٧٨١٧٦	٦٠٥٠	٨	٧٨٣٥٥	٦٠٢٥	٨	٧٨٥٣٣	٦١٠٠	٧	٧٨٧١١	٦١٢٥	٧

[illegible]

عدد	لوحه	ف	عدد	لوحه	ف	عدد	لوحه	ف	عدد	لوحه	ف	عدد	لوحه	ف
7476	ل. 400	7	7477	ل. 403	7	7478	ل. 404	7	7479	ل. 405	7	7480	ل. 406	7
7477	ل. 407	7	7478	ل. 408	7	7479	ل. 409	7	7480	ل. 410	7	7481	ل. 411	7
7478	ل. 412	7	7479	ل. 413	7	7480	ل. 414	7	7481	ل. 415	7	7482	ل. 416	7
7479	ل. 417	7	7480	ل. 418	7	7481	ل. 419	7	7482	ل. 420	7	7483	ل. 421	7
7480	ل. 422	7	7481	ل. 423	7	7482	ل. 424	7	7483	ل. 425	7	7484	ل. 426	7
7481	ل. 427	7	7482	ل. 428	7	7483	ل. 429	7	7484	ل. 430	7	7485	ل. 431	7
7482	ل. 432	7	7483	ل. 433	7	7484	ل. 434	7	7485	ل. 435	7	7486	ل. 436	7
7483	ل. 437	7	7484	ل. 438	7	7485	ل. 439	7	7486	ل. 440	7	7487	ل. 441	7
7484	ل. 442	7	7485	ل. 443	7	7486	ل. 444	7	7487	ل. 445	7	7488	ل. 446	7
7485	ل. 447	7	7486	ل. 448	7	7487	ل. 449	7	7488	ل. 450	7	7489	ل. 451	7
7486	ل. 452	7	7487	ل. 453	7	7488	ل. 454	7	7489	ل. 455	7	7490	ل. 456	7
7487	ل. 457	7	7488	ل. 458	7	7489	ل. 459	7	7490	ل. 460	7	7491	ل. 461	7
7488	ل. 462	7	7489	ل. 463	7	7490	ل. 464	7	7491	ل. 465	7	7492	ل. 466	7
7489	ل. 467	7	7490	ل. 468	7	7491	ل. 469	7	7492	ل. 470	7	7493	ل. 471	7
7490	ل. 472	7	7491	ل. 473	7	7492	ل. 474	7	7493	ل. 475	7	7494	ل. 476	7
7491	ل. 477	7	7492	ل. 478	7	7493	ل. 479	7	7494	ل. 480	7	7495	ل. 481	7
7492	ل. 482	7	7493	ل. 483	7	7494	ل. 484	7	7495	ل. 485	7	7496	ل. 486	7
7493	ل. 487	7	7494	ل. 488	7	7495	ل. 489	7	7496	ل. 490	7	7497	ل. 491	7
7494	ل. 492	7	7495	ل. 493	7	7496	ل. 494	7	7497	ل. 495	7	7498	ل. 496	7
7495	ل. 497	7	7496	ل. 498	7	7497	ل. 499	7	7498	ل. 500	7	7499	ل. 501	7
7496	ل. 502	7	7497	ل. 503	7	7498	ل. 504	7	7499	ل. 505	7	7500	ل. 506	7
7497	ل. 507	7	7498	ل. 508	7	7499	ل. 509	7	7500	ل. 510	7	7501	ل. 511	7
7498	ل. 512	7	7499	ل. 513	7	7500	ل. 514	7	7501	ل. 515	7	7502	ل. 516	7
7499	ل. 517	7	7500	ل. 518	7	7501	ل. 519	7	7502	ل. 520	7	7503	ل. 521	7
7500	ل. 522	7	7501	ل. 523	7	7502	ل. 524	7	7503	ل. 525	7	7504	ل. 526	7
7501	ل. 527	7	7502	ل. 528	7	7503	ل. 529	7	7504	ل. 530	7	7505	ل. 531	7
7502	ل. 532	7	7503	ل. 533	7	7504	ل. 534	7	7505	ل. 535	7	7506	ل. 536	7
7503	ل. 537	7	7504	ل. 538	7	7505	ل. 539	7	7506	ل. 540	7	7507	ل. 541	7
7504	ل. 542	7	7505	ل. 543	7	7506	ل. 544	7	7507	ل. 545	7	7508	ل. 546	7
7505	ل. 547	7	7506	ل. 548	7	7507	ل. 549	7	7508	ل. 550	7	7509	ل. 551	7
7506	ل. 552	7	7507	ل. 553	7	7508	ل. 554	7	7509	ل. 555	7	7510	ل. 556	7
7507	ل. 557	7	7508	ل. 558	7	7509	ل. 559	7	7510	ل. 560	7	7511	ل. 561	7
7508	ل. 562	7	7509	ل. 563	7	7510	ل. 564	7	7511	ل. 565	7	7512	ل. 566	7
7509	ل. 567	7	7510	ل. 568	7	7511	ل. 569	7	7512	ل. 570	7	7513	ل. 571	7
7510	ل. 572	7	7511	ل. 573	7	7512	ل. 574	7	7513	ل. 575	7	7514	ل. 576	7
7511	ل. 577	7	7512	ل. 578	7	7513	ل. 579	7	7514	ل. 580	7	7515	ل. 581	7
7512	ل. 582	7	7513	ل. 583	7	7514	ل. 584	7	7515	ل. 585	7	7516	ل. 586	7
7513	ل. 587	7	7514	ل. 588	7	7515	ل. 589	7	7516	ل. 590	7	7517	ل. 591	7
7514	ل. 592	7	7515	ل. 593	7	7516	ل. 594	7	7517	ل. 595	7	7518	ل. 596	7
7515	ل. 597	7	7516	ل. 598	7	7517	ل. 599	7	7518	ل. 600	7	7519	ل. 601	7
7516	ل. 602	7	7517	ل. 603	7	7518	ل. 604	7	7519	ل. 605	7	7520	ل. 606	7
7517	ل. 607	7	7518	ل. 608	7	7519	ل. 609	7	7520	ل. 610	7	7521	ل. 611	7
7518	ل. 612	7	7519	ل. 613	7	7520	ل. 614	7	7521	ل. 615	7	7522	ل. 616	7
7519	ل. 617	7	7520	ل. 618	7	7521	ل. 619	7	7522	ل. 620	7	7523	ل. 621	7
7520	ل. 622	7	7521	ل. 623	7	7522	ل. 624	7	7523	ل. 625	7	7524	ل. 626	7
7521	ل. 627	7	7522	ل. 628	7	7523	ل. 629	7	7524	ل. 630	7	7525	ل. 631	7
7522	ل. 632	7	7523	ل. 633	7	7524	ل. 634	7	7525	ل. 635	7	7526	ل. 636	7
7523	ل. 637	7	7524	ل. 638	7	7525	ل. 639	7	7526	ل. 640	7	7527	ل. 641	7
7524	ل. 642	7	7525	ل. 643	7	7526	ل. 644	7	7527	ل. 645	7	7528	ل. 646	7
7525	ل. 647	7	7526	ل. 648	7	7527	ل. 649	7	7528	ل. 650	7	7529	ل. 651	7
7526	ل. 652	7	7527	ل. 653	7	7528	ل. 654	7	7529	ل. 655	7	7530	ل. 656	7
7527	ل. 657	7	7528	ل. 658	7	7529	ل. 659	7	7530	ل. 660	7	7531	ل. 661	7
7528	ل. 662	7	7529	ل. 663	7	7530	ل. 664	7	7531	ل. 665	7	7532	ل. 666	7
7529	ل. 667	7	7530	ل. 668	7	7531	ل. 669	7	7532	ل. 670	7	7533	ل. 671	7
7530	ل. 672	7	7531	ل. 673	7	7532	ل. 674	7	7533	ل. 675	7	7534	ل. 676	7
7531	ل. 677	7	7532	ل. 678	7	7533	ل. 679	7	7534	ل. 680	7	7535	ل. 681	7
7532	ل. 682	7	7533	ل. 683	7	7534	ل. 684	7	7535	ل. 685	7	7536	ل. 686	7
7533	ل. 687	7	7534	ل. 688	7	7535	ل. 689	7	7536	ل. 690	7	7537	ل. 691	7
7534	ل. 692	7	7535	ل. 693	7	7536	ل. 694	7	7537	ل. 695	7	7538	ل. 696	7
7535	ل. 697	7	7536	ل. 698	7	7537	ل. 699	7	7538	ل. 700	7	7539	ل. 701	7
7536	ل. 702	7	7537	ل. 703	7	7538	ل. 704	7	7539	ل. 705	7	7540	ل. 706	7
7537	ل. 707	7	7538	ل. 708	7	7539	ل. 709	7	7540	ل. 710	7	7541	ل. 711	7
7538	ل. 712	7	7539	ل. 713	7	7540	ل. 714	7	7541	ل. 715	7	7542	ل. 716	7
7539	ل. 717	7	7540	ل. 718	7	7541	ل. 719	7	7542	ل. 720	7	7543	ل. 721	7
7540	ل. 722	7	7541	ل. 723	7	7542	ل. 724	7	7543	ل. 725	7	7544	ل. 726	7
7541	ل. 727	7	7542	ل. 728	7	7543	ل. 729	7	7544	ل. 730	7	7545	ل. 731	7
7542	ل. 732	7	7543	ل. 733	7	7544	ل. 734	7	7545	ل. 735	7	7546	ل. 736	7
7543	ل. 737	7	7544	ل. 738	7	7545	ل. 739	7	7546	ل. 740	7	7547	ل. 741	7
7544	ل. 742	7	7545	ل. 743	7	7546	ل. 744	7	7547	ل. 745	7	7548	ل. 746	7
7545	ل. 747	7	7546	ل. 748	7	7547	ل. 749	7	7548	ل. 750	7	7549	ل. 751	7
7546	ل. 752	7	7547	ل. 753	7	7548	ل. 754	7	7549	ل. 755	7	7550	ل. 756	7
7547	ل. 757	7	7548	ل. 758	7	7549	ل. 759	7	7550	ل. 760	7	7551	ل. 761	7
7548	ل. 762	7	7549	ل. 763	7	7550	ل. 764	7	7551	ل. 765	7	7552	ل. 766	7
7549	ل. 767	7	7550	ل. 768	7	7551	ل. 769	7	7552	ل. 770	7	7553	ل. 771	7
7550	ل. 772	7	7551	ل. 773	7	7552	ل. 774	7	7553	ل. 775	7	7554	ل. 776	7
7551	ل. 777	7	7552	ل. 778	7	7553	ل. 779	7	7554	ل. 780	7	7555	ل. 781	7
7552	ل. 782	7	7553	ل. 783	7	7554	ل. 784	7	7555	ل. 785	7	7556	ل. 786	7
7553	ل. 787	7	7554	ل. 788	7	7555	ل. 789	7	7556	ل. 790	7	7557	ل. 791	7
7554	ل. 792	7	7555	ل. 793	7	7556	ل. 794	7	7557	ل. 795	7	7558	ل. 796	7
7555	ل. 797	7	7556	ل. 798	7	7557	ل. 799	7	7558	ل. 800	7	7559	ل. 801	7
7556	ل. 802	7	7557	ل. 803	7	7558	ل. 804	7	7559	ل. 805	7	7560	ل. 806	7
7557	ل. 807	7	7558	ل. 808	7	7559	ل. 809	7	7560	ل. 810	7	7561	ل. 811	7
7558	ل. 812	7	7559	ل. 813	7	7560	ل. 814	7	7561	ل. 815	7	7562	ل. 816	7
7559	ل. 817	7	7560	ل. 818	7	7561	ل. 819	7	7562	ل. 820	7	7563	ل. 821	7
7560	ل. 822	7	7561	ل. 823	7	7562	ل. 824	7	7563	ل. 825	7	7564	ل. 826	7
7561	ل. 827	7	7562	ل. 828	7	7563	ل. 829	7	7564	ل. 830	7	7565	ل. 831	7
7562	ل. 832	7	7563	ل. 833	7	7564	ل. 834	7	7565	ل. 835	7	7566	ل. 836	7
7563	ل. 837	7	7564	ل. 838	7	7565	ل. 839	7	7566	ل. 840	7	7567	ل. 841	7
7564	ل. 842	7	7565	ل. 843	7	7566	ل. 844	7	7567	ل. 845	7	7568	ل. 846	7
7565	ل. 847	7	7566	ل. 848	7	7567	ل. 849	7	7568	ل. 850	7	7569	ل. 851	7
7566	ل. 852	7	7567	ل. 853	7	7568	ل. 854	7	7569	ل. 855	7	7570	ل. 856	7
7567	ل. 857	7	7568	ل. 858	7	7569	ل. 859	7	75					

عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف
٧	١١٩٦١	٦٦٠١	٧	١١٧٩٦	٦٥٧٦	٧	١١٦٣١	٦٥٥١	٧	١١٤٦٥	٦٥٢٦
٧	١١٩٦٨	٦٦٠٢	٧	١١٨٠٣	٦٥٧٧	٦	١١٦٣٧	٦٥٥٢	٦	١١٤٧١	٦٥٢٧
٦	١١٩٧٤	٦٦٠٣	٦	١١٨٠٩	٦٥٧٨	٧	١١٦٤٤	٦٥٥٣	٧	١١٤٧٨	٦٥٢٨
٧	١١٩٨١	٦٦٠٤	٧	١١٨١٦	٦٥٧٩	٧	١١٦٥١	٦٥٥٤	٧	١١٤٨٥	٦٥٢٩
٦	١١٩٨٧	٦٦٠٥	٧	١١٨٢٣	٦٥٨٠	٦	١١٦٥٧	٦٥٥٥	٦	١١٤٩١	٦٥٣٠
٧	١١٩٩٤	٦٦٠٦	٦	١١٨٢٩	٦٥٨١	٧	١١٦٦٤	٦٥٥٦	٧	١١٤٩٨	٦٥٣١
٦	١٢٠٠٠	٦٦٠٧	٧	١١٨٣٦	٦٥٨٢	٧	١١٦٧١	٦٥٥٧	٧	١١٥٠٥	٦٥٣٢
٧	١٢٠٠٧	٦٦٠٨	٦	١١٨٤٢	٦٥٨٣	٦	١١٦٧٧	٦٥٥٨	٦	١١٥١١	٦٥٣٣
٧	١٢٠١٤	٦٦٠٩	٧	١١٨٤٩	٦٥٨٤	٧	١١٦٨٤	٦٥٥٩	٧	١١٥١٨	٦٥٣٤
٦	١٢٠٢٠	٦٦١٠	٧	١١٨٥٦	٦٥٨٥	٦	١١٦٩٠	٦٥٦٠	٧	١١٥٢٥	٦٥٣٥
٧	١٢٠٢٧	٦٦١١	٦	١١٨٦٢	٦٥٨٦	٧	١١٦٩٧	٦٥٦١	٦	١١٥٣١	٦٥٣٦
٦	١٢٠٣٣	٦٦١٢	٧	١١٨٦٩	٦٥٨٧	٧	١١٧٠٤	٦٥٦٢	٧	١١٥٣٨	٦٥٣٧
٧	١٢٠٤٠	٦٦١٣	٦	١١٨٧٥	٦٥٨٨	٦	١١٧١٠	٦٥٦٣	٦	١١٥٤٤	٦٥٣٨
٦	١٢٠٤٦	٦٦١٤	٧	١١٨٨٢	٦٥٨٩	٧	١١٧١٧	٦٥٦٤	٧	١١٥٥١	٦٥٣٩
٧	١٢٠٥٣	٦٦١٥	٧	١١٨٨٩	٦٥٩٠	٦	١١٧٢٣	٦٥٦٥	٧	١١٥٥٨	٦٥٤٠
٧	١٢٠٦٠	٦٦١٦	٦	١١٨٩٥	٦٥٩١	٧	١١٧٣٠	٦٥٦٦	٦	١١٥٦٤	٦٥٤١
٦	١٢٠٦٦	٦٦١٧	٧	١١٩٠٢	٦٥٩٢	٧	١١٧٣٧	٦٥٦٧	٧	١١٥٧١	٦٥٤٢
٧	١٢٠٧٣	٦٦١٨	٦	١١٩٠٨	٦٥٩٣	٦	١١٧٤٣	٦٥٦٨	٧	١١٥٧٨	٦٥٤٣
٦	١٢٠٧٩	٦٦١٩	٧	١١٩١٥	٦٥٩٤	٧	١١٧٥٠	٦٥٦٩	٦	١١٥٨٤	٦٥٤٤
٧	١٢٠٨٦	٦٦٢٠	٦	١١٩٢١	٦٥٩٥	٧	١١٧٥٧	٦٥٧٠	٧	١١٥٩١	٦٥٤٥
٦	١٢٠٩٢	٦٦٢١	٧	١١٩٢٨	٦٥٩٦	٦	١١٧٦٣	٦٥٧١	٧	١١٥٩٨	٦٥٤٦
٧	١٢٠٩٩	٦٦٢٢	٧	١١٩٣٥	٦٥٩٧	٧	١١٧٧٠	٦٥٧٢	٦	١١٦٠٤	٦٥٤٧
٦	١٢١٠٥	٦٦٢٣	٦	١١٩٤١	٦٥٩٨	٦	١١٧٧٦	٦٥٧٣	٧	١١٦١١	٦٥٤٨
٧	١٢١١٢	٦٦٢٤	٧	١١٩٤٨	٦٥٩٩	٧	١١٧٨٣	٦٥٧٤	٦	١١٦١٧	٦٥٤٩
٧	١٢١١٩	٦٦٢٥	٦	١١٩٥٤	٦٦٠٠	٧	١١٧٩٠	٦٥٧٥	٧	١١٦٢٤	٦٥٥٠

عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف
٧	٨٣٥٧٥	٦٨٥١	٧	٨٣٤١٧	٦٨٤٦	٧	٨٣٥٧٧	٦٨٠١	٧	٨٣٠٩٧	٦٧٧٦	٧	٨٢٩٣٧	٦٧٥١	٧	٨٢٩٣٧	٦٧٥١
٧	٨٣٥٨٢	٦٨٥٢	٧	٨٣٤٢٣	٦٨٤٧	٧	٨٣٥٨٢	٦٨٠٢	٧	٨٣١٠٤	٦٧٧٧	٧	٨٢٩٤٣	٦٧٥٢	٧	٨٢٩٤٣	٦٧٥٢
٧	٨٣٥٨٨	٦٨٥٣	٧	٨٣٤٢٩	٦٨٤٨	٧	٨٣٥٨٨	٦٨٠٣	٧	٨٣١١٠	٦٧٧٨	٧	٨٢٩٥٠	٦٧٥٣	٧	٨٢٩٥٠	٦٧٥٣
٧	٨٣٥٩٤	٦٨٥٤	٧	٨٣٤٣٦	٦٨٤٩	٧	٨٣٥٩٤	٦٨٠٤	٧	٨٣١١٧	٦٧٧٩	٧	٨٢٩٥٦	٦٧٥٤	٧	٨٢٩٥٦	٦٧٥٤
٧	٨٣٦٠١	٦٨٥٥	٧	٨٣٤٤٢	٦٨٥٠	٧	٨٣٦٠١	٦٨٠٥	٧	٨٣١٢٣	٦٧٨٠	٧	٨٢٩٦٣	٦٧٥٥	٧	٨٢٩٦٣	٦٧٥٥
٧	٨٣٦٠٧	٦٨٥٦	٧	٨٣٤٤٨	٦٨٥١	٧	٨٣٦٠٧	٦٨٠٦	٧	٨٣١٢٩	٦٧٨١	٧	٨٢٩٦٩	٦٧٥٦	٧	٨٢٩٦٩	٦٧٥٦
٧	٨٣٦١٣	٦٨٥٧	٧	٨٣٤٥٥	٦٨٥٢	٧	٨٣٦١٣	٦٨٠٧	٧	٨٣١٣٦	٦٧٨٢	٧	٨٢٩٧٥	٦٧٥٧	٧	٨٢٩٧٥	٦٧٥٧
٧	٨٣٦٢٠	٦٨٥٨	٧	٨٣٤٦١	٦٨٥٣	٧	٨٣٦٢٠	٦٨٠٨	٧	٨٣١٤٢	٦٧٨٣	٧	٨٢٩٨٢	٦٧٥٨	٧	٨٢٩٨٢	٦٧٥٨
٧	٨٣٦٢٦	٦٨٥٩	٧	٨٣٤٦٧	٦٨٥٤	٧	٨٣٦٢٦	٦٨٠٩	٧	٨٣١٤٩	٦٧٨٤	٧	٨٢٩٨٨	٦٧٥٩	٧	٨٢٩٨٨	٦٧٥٩
٧	٨٣٦٣٢	٦٨٦٠	٧	٨٣٤٧٤	٦٨٥٥	٧	٨٣٦٣٢	٦٨١٠	٧	٨٣١٥٥	٦٧٨٥	٧	٨٢٩٩٥	٦٧٦٠	٧	٨٢٩٩٥	٦٧٦٠
٧	٨٣٦٣٩	٦٨٦١	٧	٨٣٤٨٠	٦٨٥٦	٧	٨٣٦٣٩	٦٨١١	٧	٨٣١٦١	٦٧٨٦	٧	٨٣٠٠١	٦٧٦١	٧	٨٣٠٠١	٦٧٦١
٧	٨٣٦٤٥	٦٨٦٢	٧	٨٣٤٨٧	٦٨٥٧	٧	٨٣٦٤٥	٦٨١٢	٧	٨٣١٦٨	٦٧٨٧	٧	٨٣٠٠٨	٦٧٦٢	٧	٨٣٠٠٨	٦٧٦٢
٧	٨٣٦٥١	٦٨٦٣	٧	٨٣٤٩٣	٦٨٥٨	٧	٨٣٦٥١	٦٨١٣	٧	٨٣١٧٤	٦٧٨٨	٧	٨٣٠١٤	٦٧٦٣	٧	٨٣٠١٤	٦٧٦٣
٧	٨٣٦٥٨	٦٨٦٤	٧	٨٣٤٩٩	٦٨٥٩	٧	٨٣٦٥٨	٦٨١٤	٧	٨٣١٨١	٦٧٨٩	٧	٨٣٠٢٠	٦٧٦٤	٧	٨٣٠٢٠	٦٧٦٤
٧	٨٣٦٦٤	٦٨٦٥	٧	٨٣٥٠٦	٦٨٥٠	٧	٨٣٦٦٤	٦٨١٥	٧	٨٣١٨٧	٦٧٩٠	٧	٨٣٠٢٧	٦٧٦٥	٧	٨٣٠٢٧	٦٧٦٥
٧	٨٣٦٧٠	٦٨٦٦	٧	٨٣٥١٢	٦٨٥١	٧	٨٣٦٧٠	٦٨١٦	٧	٨٣١٩٣	٦٧٩١	٧	٨٣٠٣٣	٦٧٦٦	٧	٨٣٠٣٣	٦٧٦٦
٧	٨٣٦٧٧	٦٨٦٧	٧	٨٣٥١٨	٦٨٥٢	٧	٨٣٦٧٧	٦٨١٧	٧	٨٣٢٠٠	٦٧٩٢	٧	٨٣٠٤٠	٦٧٦٧	٧	٨٣٠٤٠	٦٧٦٧
٧	٨٣٦٨٣	٦٨٦٨	٧	٨٣٥٢٥	٦٨٥٣	٧	٨٣٦٨٣	٦٨١٨	٧	٨٣٢٠٦	٦٧٩٣	٧	٨٣٠٤٦	٦٧٦٨	٧	٨٣٠٤٦	٦٧٦٨
٧	٨٣٦٨٩	٦٨٦٩	٧	٨٣٥٣١	٦٨٥٤	٧	٨٣٦٨٩	٦٨١٩	٧	٨٣٢١٣	٦٧٩٤	٧	٨٣٠٥٣	٦٧٦٩	٧	٨٣٠٥٣	٦٧٦٩
٧	٨٣٦٩٦	٦٨٧٠	٧	٨٣٥٣٧	٦٨٥٥	٧	٨٣٦٩٦	٦٨٢٠	٧	٨٣٢١٩	٦٧٩٥	٧	٨٣٠٥٩	٦٧٧٠	٧	٨٣٠٥٩	٦٧٧٠
٧	٨٣٧٠٢	٦٨٧١	٧	٨٣٥٤٤	٦٨٥٦	٧	٨٣٧٠٢	٦٨٢١	٧	٨٣٢٢٥	٦٧٩٦	٧	٨٣٠٦٥	٦٧٧١	٧	٨٣٠٦٥	٦٧٧١
٧	٨٣٧٠٨	٦٨٧٢	٧	٨٣٥٥٠	٦٨٥٧	٧	٨٣٧٠٨	٦٨٢٢	٧	٨٣٢٣٢	٦٧٩٧	٧	٨٣٠٧٢	٦٧٧٢	٧	٨٣٠٧٢	٦٧٧٢
٧	٨٣٧١٥	٦٨٧٣	٧	٨٣٥٥٦	٦٨٥٨	٧	٨٣٧١٥	٦٨٢٣	٧	٨٣٢٣٨	٦٧٩٨	٧	٨٣٠٧٨	٦٧٧٣	٧	٨٣٠٧٨	٦٧٧٣
٧	٨٣٧٢١	٦٨٧٤	٧	٨٣٥٦٣	٦٨٥٩	٧	٨٣٧٢١	٦٨٢٤	٧	٨٣٢٤٥	٦٧٩٩	٧	٨٣٠٨٥	٦٧٧٤	٧	٨٣٠٨٥	٦٧٧٤
٧	٨٣٧٢٧	٦٨٧٥	٧	٨٣٥٦٩	٦٨٥٠	٧	٨٣٧٢٧	٦٨٢٥	٧	٨٣٢٥١	٦٨٠٠	٧	٨٣٠٩١	٦٧٧٥	٧	٨٣٠٩١	٦٧٧٥

عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف
٧١٢٦	٨٥٢٨٥	٧	٧٢٠١	٨٥٧٣٩	٦	٧١٧٦	٨٥٥٨٨	٦	٧١٥١	٨٥٤٣٧	٦	٧١٢٧	٨٥٢٩١	٦
٧١٢٧	٨٥٢٩١	٦	٧٢٠٢	٨٥٧٤٥	٦	٧١٧٧	٨٥٥٩٤	٦	٧١٥٢	٨٥٤٤٣	٦	٧١٢٨	٨٥٢٩٧	٦
٧١٢٨	٨٥٢٩٧	٦	٧٢٠٣	٨٥٧٥١	٦	٧١٧٨	٨٥٦٠٠	٦	٧١٥٣	٨٥٤٤٩	٦	٧١٢٩	٨٥٣٠٣	٦
٧١٢٩	٨٥٣٠٣	٦	٧٢٠٤	٨٥٧٥٧	٦	٧١٧٩	٨٥٦٠٦	٦	٧١٥٤	٨٥٤٥٥	٦	٧١٣٠	٨٥٣٠٩	٦
٧١٣٠	٨٥٣٠٩	٦	٧٢٠٥	٨٥٧٦٣	٦	٧١٨٠	٨٥٦١٢	٦	٧١٥٥	٨٥٤٦١	٦	٧١٣١	٨٥٣١٥	٦
٧١٣١	٨٥٣١٥	٦	٧٢٠٦	٨٥٧٦٩	٦	٧١٨١	٨٥٦١٨	٦	٧١٥٦	٨٥٤٦٧	٦	٧١٣٢	٨٥٣٢١	٦
٧١٣٢	٨٥٣٢١	٦	٧٢٠٧	٨٥٧٧٥	٦	٧١٨٢	٨٥٦٢٥	٧	٧١٥٧	٨٥٤٧٣	٦	٧١٣٣	٨٥٣٢٧	٦
٧١٣٣	٨٥٣٢٧	٦	٧٢٠٨	٨٥٧٨١	٦	٧١٨٣	٨٥٦٣١	٦	٧١٥٨	٨٥٤٧٩	٦	٧١٣٤	٨٥٣٣٣	٦
٧١٣٤	٨٥٣٣٣	٦	٧٢٠٩	٨٥٧٨٨	٧	٧١٨٤	٨٥٦٣٧	٦	٧١٥٩	٨٥٤٨٥	٦	٧١٣٥	٨٥٣٣٩	٦
٧١٣٥	٨٥٣٣٩	٦	٧٢١٠	٨٥٧٩٤	٦	٧١٨٥	٨٥٦٤٣	٦	٧١٦٠	٨٥٤٩١	٦	٧١٣٦	٨٥٣٤٥	٦
٧١٣٦	٨٥٣٤٥	٦	٧٢١١	٨٥٨٠٠	٦	٧١٨٦	٨٥٦٤٩	٦	٧١٦١	٨٥٤٩٧	٦	٧١٣٧	٨٥٣٥١	٧
٧١٣٧	٨٥٣٥١	٧	٧٢١٢	٨٥٨٠٦	٦	٧١٨٧	٨٥٦٥٥	٦	٧١٦٢	٨٥٥٠٣	٦	٧١٣٨	٨٥٣٥٧	٦
٧١٣٨	٨٥٣٥٧	٦	٧٢١٣	٨٥٨١٢	٦	٧١٨٨	٨٥٦٦١	٦	٧١٦٣	٨٥٥٠٩	٦	٧١٣٩	٨٥٣٦٤	٦
٧١٣٩	٨٥٣٦٤	٦	٧٢١٤	٨٥٨١٨	٦	٧١٨٩	٨٥٦٦٧	٦	٧١٦٤	٨٥٥١٦	٧	٧١٤٠	٨٥٣٧٠	٦
٧١٤٠	٨٥٣٧٠	٦	٧٢١٥	٨٥٨٢٤	٦	٧١٩٠	٨٥٦٧٣	٦	٧١٦٥	٨٥٥٢٢	٦	٧١٤١	٨٥٣٧٦	٦
٧١٤١	٨٥٣٧٦	٦	٧٢١٦	٨٥٨٣٠	٦	٧١٩١	٨٥٦٧٩	٦	٧١٦٦	٨٥٥٢٨	٦	٧١٤٢	٨٥٣٨٢	٦
٧١٤٢	٨٥٣٨٢	٦	٧٢١٧	٨٥٨٣٦	٦	٧١٩٢	٨٥٦٨٥	٦	٧١٦٧	٨٥٥٣٤	٦	٧١٤٣	٨٥٣٨٨	٦
٧١٤٣	٨٥٣٨٨	٦	٧٢١٨	٨٥٨٤٢	٦	٧١٩٣	٨٥٦٩١	٦	٧١٦٨	٨٥٥٤٠	٦	٧١٤٤	٨٥٣٩٤	٦
٧١٤٤	٨٥٣٩٤	٦	٧٢١٩	٨٥٨٤٨	٦	٧١٩٤	٨٥٦٩٧	٦	٧١٦٩	٨٥٥٤٦	٦	٧١٤٥	٨٥٤٠٠	٦
٧١٤٥	٨٥٤٠٠	٦	٧٢٢٠	٨٥٨٥٤	٦	٧١٩٥	٨٥٧٠٣	٦	٧١٧٠	٨٥٥٥٢	٦	٧١٤٦	٨٥٤٠٦	٦
٧١٤٦	٨٥٤٠٦	٦	٧٢٢١	٨٥٨٦٠	٦	٧١٩٦	٨٥٧٠٩	٦	٧١٧١	٨٥٥٥٨	٦	٧١٤٧	٨٥٤١٢	٦
٧١٤٧	٨٥٤١٢	٦	٧٢٢٢	٨٥٨٦٦	٦	٧١٩٧	٨٥٧١٥	٦	٧١٧٢	٨٥٥٦٤	٦	٧١٤٨	٨٥٤١٨	٦
٧١٤٨	٨٥٤١٨	٦	٧٢٢٣	٨٥٨٧٢	٦	٧١٩٨	٨٥٧٢١	٦	٧١٧٣	٨٥٥٧٠	٦	٧١٤٩	٨٥٤٢٥	٧
٧١٤٩	٨٥٤٢٥	٧	٧٢٢٤	٨٥٨٧٨	٦	٧١٩٩	٨٥٧٢٧	٦	٧١٧٤	٨٥٥٧٦	٦	٧١٥٠	٨٥٤٣١	٦
٧١٥٠	٨٥٤٣١	٦	٧٢٢٥	٨٥٨٨٤	٦	٧٢٠٠	٨٥٧٣٣	٦	٧١٧٥	٨٥٥٨٢	٦			

عدد	لوحه	ف	عدد	لوحه	ف	عدد	لوحه	ف	عدد	لوحه	ف	عدد	لوحه	ف	عدد	لوحه	ف
١٥٢٠٧	٧٢٥١	٦	١٦٤٨٧	٧٣٢٦	٦	١٦٣٣٨	٧٣٠١	٦	١٦١٨٩	٧٢٧٦	٦	١٦٠٤٠	٧٢٥١	٦	١٦٠٤٠	٧٢٥١	٦
١٥٢٠٨	٧٢٥٢	٦	١٦٤٩٣	٧٣٢٧	٦	١٦٣٤٤	٧٣٠٢	٦	١٦١٩٥	٧٢٧٧	٦	١٦٠٤٦	٧٢٥٢	٦	١٦٠٤٦	٧٢٥٢	٦
١٥٢٠٩	٧٢٥٣	٦	١٦٤٩٩	٧٣٢٨	٦	١٦٣٥٠	٧٣٠٣	٦	١٦٢٠١	٧٢٧٨	٦	١٦٠٥٢	٧٢٥٣	٦	١٦٠٥٢	٧٢٥٣	٦
١٥٢١٠	٧٢٥٤	٦	١٦٥٠٤	٧٣٢٩	٦	١٦٣٥٦	٧٣٠٤	٦	١٦٢٠٧	٧٢٧٩	٦	١٦٠٥٨	٧٢٥٤	٦	١٦٠٥٨	٧٢٥٤	٦
١٥٢١١	٧٢٥٥	٦	١٦٥١٠	٧٣٣٠	٦	١٦٣٦٢	٧٣٠٥	٦	١٦٢١٣	٧٢٨٠	٦	١٦٠٦٤	٧٢٥٥	٦	١٦٠٦٤	٧٢٥٥	٦
١٥٢١٢	٧٢٥٦	٦	١٦٥١٦	٧٣٣١	٦	١٦٣٦٨	٧٣٠٦	٦	١٦٢١٩	٧٢٨١	٦	١٦٠٧٠	٧٢٥٦	٦	١٦٠٧٠	٧٢٥٦	٦
١٥٢١٣	٧٢٥٧	٦	١٦٥٢٢	٧٣٣٢	٦	١٦٣٧٤	٧٣٠٧	٦	١٦٢٢٥	٧٢٨٢	٦	١٦٠٧٦	٧٢٥٧	٦	١٦٠٧٦	٧٢٥٧	٦
١٥٢١٤	٧٢٥٨	٦	١٦٥٢٨	٧٣٣٣	٦	١٦٣٨٠	٧٣٠٨	٦	١٦٢٣١	٧٢٨٣	٦	١٦٠٨٢	٧٢٥٨	٦	١٦٠٨٢	٧٢٥٨	٦
١٥٢١٥	٧٢٥٩	٦	١٦٥٣٤	٧٣٣٤	٦	١٦٣٨٦	٧٣٠٩	٦	١٦٢٣٧	٧٢٨٤	٦	١٦٠٨٨	٧٢٥٩	٦	١٦٠٨٨	٧٢٥٩	٦
١٥٢١٦	٧٢٦٠	٦	١٦٥٤٠	٧٣٣٥	٦	١٦٣٩٢	٧٣١٠	٦	١٦٢٤٣	٧٢٨٥	٦	١٦٠٩٤	٧٢٦٠	٦	١٦٠٩٤	٧٢٦٠	٦
١٥٢١٧	٧٢٦١	٦	١٦٥٤٩	٧٣٣٦	٦	١٦٣٩٨	٧٣١١	٦	١٦٢٤٩	٧٢٨٦	٦	١٦١٠٠	٧٢٦١	٦	١٦١٠٠	٧٢٦١	٦
١٥٢١٨	٧٢٦٢	٦	١٦٥٥٥	٧٣٣٧	٦	١٦٤٠٤	٧٣١٢	٦	١٦٢٥٥	٧٢٨٧	٦	١٦١٠٦	٧٢٦٢	٦	١٦١٠٦	٧٢٦٢	٦
١٥٢١٩	٧٢٦٣	٦	١٦٥٥٨	٧٣٣٨	٦	١٦٤١٠	٧٣١٣	٦	١٦٢٦١	٧٢٨٨	٦	١٦١١٢	٧٢٦٣	٦	١٦١١٢	٧٢٦٣	٦
١٥٢٢٠	٧٢٦٤	٦	١٦٥٦٤	٧٣٣٩	٦	١٦٤١٥	٧٣١٤	٦	١٦٢٦٧	٧٢٨٩	٦	١٦١١٨	٧٢٦٤	٦	١٦١١٨	٧٢٦٤	٦
١٥٢٢١	٧٢٦٥	٦	١٦٥٧٠	٧٣٤٠	٦	١٦٤٢١	٧٣١٥	٦	١٦٢٧٣	٧٢٩٠	٦	١٦١٢٤	٧٢٦٥	٦	١٦١٢٤	٧٢٦٥	٦
١٥٢٢٢	٧٢٦٦	٦	١٦٥٧٦	٧٣٤١	٦	١٦٤٢٧	٧٣١٦	٦	١٦٢٧٩	٧٢٩١	٦	١٦١٣٠	٧٢٦٦	٦	١٦١٣٠	٧٢٦٦	٦
١٥٢٢٣	٧٢٦٧	٦	١٦٥٨١	٧٣٤٢	٦	١٦٤٣٣	٧٣١٧	٦	١٦٢٨٥	٧٢٩٢	٦	١٦١٣٦	٧٢٦٧	٦	١٦١٣٦	٧٢٦٧	٦
١٥٢٢٤	٧٢٦٨	٦	١٦٥٨٧	٧٣٤٣	٦	١٦٤٣٩	٧٣١٨	٦	١٦٢٩١	٧٢٩٣	٦	١٦١٤١	٧٢٦٨	٦	١٦١٤١	٧٢٦٨	٦
١٥٢٢٥	٧٢٦٩	٦	١٦٥٩٣	٧٣٤٤	٦	١٦٤٤٥	٧٣١٩	٦	١٦٢٩٧	٧٢٩٤	٦	١٦١٤٧	٧٢٦٩	٦	١٦١٤٧	٧٢٦٩	٦
١٥٢٢٦	٧٢٧٠	٦	١٦٥٩٩	٧٣٤٥	٦	١٦٤٥١	٧٣٢٠	٦	١٦٣٠٣	٧٢٩٥	٦	١٦١٥٣	٧٢٧٠	٦	١٦١٥٣	٧٢٧٠	٦
١٥٢٢٧	٧٢٧١	٦	١٦٦٠٥	٧٣٤٦	٦	١٦٤٥٧	٧٣٢١	٦	١٦٣٠٨	٧٢٩٦	٦	١٦١٥٩	٧٢٧١	٦	١٦١٥٩	٧٢٧١	٦
١٥٢٢٨	٧٢٧٢	٦	١٦٦١١	٧٣٤٧	٦	١٦٤٦٣	٧٣٢٢	٦	١٦٣١٤	٧٢٩٧	٦	١٦١٦٥	٧٢٧٢	٦	١٦١٦٥	٧٢٧٢	٦
١٥٢٢٩	٧٢٧٣	٦	١٦٦١٧	٧٣٤٨	٦	١٦٤٦٩	٧٣٢٣	٦	١٦٣٢٠	٧٢٩٨	٦	١٦١٧١	٧٢٧٣	٦	١٦١٧١	٧٢٧٣	٦
١٥٢٣٠	٧٢٧٤	٦	١٦٦٢٣	٧٣٤٩	٦	١٦٤٧٥	٧٣٢٤	٦	١٦٣٢٦	٧٢٩٩	٦	١٦١٧٧	٧٢٧٤	٦	١٦١٧٧	٧٢٧٤	٦
١٥٢٣١	٧٢٧٥	٦	١٦٦٢٩	٧٣٥٠	٦	١٦٤٨١	٧٣٢٥	٦	١٦٣٣٢	٧٣٠٠	٦	١٦١٨٣	٧٢٧٥	٦	١٦١٨٣	٧٢٧٥	٦

عدد	لوقا	ف	عدد	لوقا	ف	عدد	لوقا	ف	عدد	لوقا	ف	عدد	لوقا	ف
٧٣٧٦	٨٦٧٨٢	٦	٧٤٠١	٨٧٢٢١	٥	٧٤٢٦	٨٧٠٧٥	٥	٧٤٠١	٨٦٩٢٩	٦	٧٣٧٦	٨٦٧٨٢	٦
٧٣٧٧	٨٦٧٨٨	٦	٧٤٠٢	٨٧٢٢٧	٦	٧٤٢٧	٨٧٠٨١	٦	٧٤٠٢	٨٦٩٣٥	٦	٧٣٧٧	٨٦٧٨٨	٦
٧٣٧٨	٨٦٧٩٤	٦	٧٤٠٣	٨٧٢٣٣	٦	٧٤٢٨	٨٧٠٨٧	٦	٧٤٠٣	٨٦٩٤١	٦	٧٣٧٨	٨٦٧٩٤	٦
٧٣٧٩	٨٦٨٠٠	٦	٧٤٠٤	٨٧٢٣٩	٦	٧٤٢٩	٨٧٠٩٣	٦	٧٤٠٤	٨٦٩٤٧	٦	٧٣٧٩	٨٦٨٠٠	٦
٧٣٨٠	٨٦٨٠٦	٦	٧٤٠٥	٨٧٢٤٥	٦	٧٤٣٠	٨٧٠٩٩	٦	٧٤٠٥	٨٦٩٥٣	٦	٧٣٨٠	٨٦٨٠٦	٦
٧٣٨١	٨٦٨١٢	٦	٧٤٠٦	٨٧٢٥١	٦	٧٤٣١	٨٧١٠٥	٦	٧٤٠٦	٨٦٩٥٩	٥	٧٣٨١	٨٦٨١٢	٦
٧٣٨٢	٨٦٨١٧	٥	٧٤٠٧	٨٧٢٥٦	٥	٧٤٣٢	٨٧١١١	٦	٧٤٠٧	٨٦٩٦٤	٦	٧٣٨٢	٨٦٨١٧	٥
٧٣٨٣	٨٦٨٢٣	٦	٧٤٠٨	٨٧٢٦٢	٦	٧٤٣٣	٨٧١١٦	٥	٧٤٠٨	٨٦٩٧٠	٦	٧٣٨٣	٨٦٨٢٣	٦
٧٣٨٤	٨٦٨٢٩	٦	٧٤٠٩	٨٧٢٦٨	٦	٧٤٣٤	٨٧١٢٢	٦	٧٤٠٩	٨٦٩٧٦	٦	٧٣٨٤	٨٦٨٢٩	٦
٧٣٨٥	٨٦٨٣٥	٦	٧٤٠٦	٨٧٢٧٤	٦	٧٤٣٥	٨٧١٢٨	٦	٧٤٠٦	٨٦٩٨٢	٦	٧٣٨٥	٨٦٨٣٥	٦
٧٣٨٦	٨٦٨٤١	٦	٧٤٠٦	٨٧٢٨٠	٦	٧٤٣٦	٨٧١٣٤	٦	٧٤٠٦	٨٦٩٨٨	٦	٧٣٨٦	٨٦٨٤١	٦
٧٣٨٧	٨٦٨٤٧	٦	٧٤٠٦	٨٧٢٨٦	٦	٧٤٣٧	٨٧١٤٠	٦	٧٤٠٦	٨٦٩٩٤	٦	٧٣٨٧	٨٦٨٤٧	٦
٧٣٨٨	٨٦٨٥٣	٦	٧٤٠٦	٨٧٢٩١	٥	٧٤٣٨	٨٧١٤٦	٦	٧٤٠٦	٨٦٩٩٩	٥	٧٣٨٨	٨٦٨٥٣	٦
٧٣٨٩	٨٦٨٥٩	٦	٧٤٠٦	٨٧٢٩٧	٦	٧٤٣٩	٨٧١٥١	٥	٧٤٠٦	٨٧٠٠٠	٦	٧٣٨٩	٨٦٨٥٩	٦
٧٣٩٠	٨٦٨٦٤	٥	٧٤٠٦	٨٧٣٠٣	٦	٧٤٤٠	٨٧١٥٧	٦	٧٤٠٦	٨٧٠١١	٦	٧٣٩٠	٨٦٨٦٤	٥
٧٣٩١	٨٦٨٧٠	٦	٧٤٠٦	٨٧٣٠٩	٦	٧٤٤١	٨٧١٦٣	٦	٧٤٠٦	٨٧٠١٧	٦	٧٣٩١	٨٦٨٧٠	٦
٧٣٩٢	٨٦٨٧٦	٦	٧٤٠٦	٨٧٣١٥	٦	٧٤٤٢	٨٧١٦٩	٦	٧٤٠٦	٨٧٠٢٣	٦	٧٣٩٢	٨٦٨٧٦	٦
٧٣٩٣	٨٦٨٨٢	٦	٧٤٠٦	٨٧٣٢٠	٥	٧٤٤٣	٨٧١٧٥	٦	٧٤٠٦	٨٧٠٢٩	٦	٧٣٩٣	٨٦٨٨٢	٦
٧٣٩٤	٨٦٨٨٨	٦	٧٤٠٦	٨٧٣٢٦	٦	٧٤٤٤	٨٧١٨١	٦	٧٤٠٦	٨٧٠٣٥	٦	٧٣٩٤	٨٦٨٨٨	٦
٧٣٩٥	٨٦٨٩٤	٦	٧٤٠٦	٨٧٣٣٢	٦	٧٤٤٥	٨٧١٨٦	٥	٧٤٠٦	٨٧٠٤٠	٥	٧٣٩٥	٨٦٨٩٤	٦
٧٣٩٦	٨٦٩٠٠	٦	٧٤٠٦	٨٧٣٣٨	٦	٧٤٤٦	٨٧١٩٢	٦	٧٤٠٦	٨٧٠٤٦	٦	٧٣٩٦	٨٦٩٠٠	٦
٧٣٩٧	٨٦٩٠٦	٦	٧٤٠٦	٨٧٣٤٤	٦	٧٤٤٧	٨٧١٩٨	٦	٧٤٠٦	٨٧٠٥٢	٦	٧٣٩٧	٨٦٩٠٦	٦
٧٣٩٨	٨٦٩١١	٥	٧٤٠٦	٨٧٣٤٩	٥	٧٤٤٨	٨٧٢٠٤	٦	٧٤٠٦	٨٧٠٥٨	٦	٧٣٩٨	٨٦٩١١	٥
٧٣٩٩	٨٦٩١٧	٦	٧٤٠٦	٨٧٣٥٥	٦	٧٤٤٩	٨٧٢١٠	٦	٧٤٠٦	٨٧٠٦٤	٦	٧٣٩٩	٨٦٩١٧	٦
٧٤٠٠	٨٦٩٢٣	٦	٧٤٠٦	٨٧٣٦١	٦	٧٤٥٠	٨٧٢١٦	٦	٧٤٠٦	٨٧٠٧٠	٦	٧٤٠٠	٨٦٩٢٣	٦

عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف
٧٦٢٦	٨٢٣٠	٦	٧٦٠١	٨٦٥٥	٦	٧٦٧٦	٨٥١٣	٥	٧٦٥١	٨٢٧٢	٦	٧٦٢٦	٨٧٩٥	٥
٧٦٢٧	٨٢٣٥	٥	٧٦٠٢	٨٦٦٠	٥	٧٦٧٧	٨٥١٩	٦	٧٦٥٢	٨٢٧٧	٥	٧٦٢٧	٨٨٠١	٦
٧٦٢٨	٨٢٤١	٦	٧٦٠٣	٨٦٦٦	٦	٧٦٧٨	٨٥٢٥	٦	٧٦٥٣	٨٢٨٣	٦	٧٦٢٨	٨٨٠٧	٦
٧٦٢٩	٨٢٤٧	٦	٧٦٠٤	٨٦٧٢	٦	٧٦٧٩	٨٥٣٠	٥	٧٦٥٤	٨٢٨٩	٦	٧٦٢٩	٨٨١٢	٥
٧٦٣٠	٨٢٥٢	٥	٧٦٠٥	٨٦٧٧	٥	٧٦٨٠	٨٥٣٦	٦	٧٦٥٥	٨٢٩٥	٦	٧٦٣٠	٨٨١٨	٦
٧٦٣١	٨٢٥٨	٦	٧٦٠٦	٨٦٨٣	٦	٧٦٨١	٨٥٤٢	٦	٧٦٥٦	٨٢٩٠	٥	٧٦٣١	٨٨٢٤	٦
٧٦٣٢	٨٢٦٤	٦	٧٦٠٧	٨٦٨٩	٦	٧٦٨٢	٨٥٤٧	٥	٧٦٥٧	٨٢٩٦	٦	٧٦٣٢	٨٨٢٩	٥
٧٦٣٣	٨٢٧٠	٦	٧٦٠٨	٨٦٩٤	٥	٧٦٨٣	٨٥٥٣	٦	٧٦٥٨	٨٢٩٢	٦	٧٦٣٣	٨٨٣٥	٦
٧٦٣٤	٨٢٧٥	٥	٧٦٠٩	٨٧٠٠	٦	٧٦٨٤	٨٥٥٩	٦	٧٦٥٩	٨٢٩٧	٥	٧٦٣٤	٨٨٤٠	٥
٧٦٣٥	٨٢٨١	٦	٧٦١٠	٨٧٠٥	٥	٧٦٨٥	٨٥٦٤	٥	٧٦٦٠	٨٢٩٣	٦	٧٦٣٥	٨٨٤٦	٦
٧٦٣٦	٨٢٨٧	٦	٧٦١١	٨٧١١	٦	٧٦٨٦	٨٥٧٠	٦	٧٦٦١	٨٢٩٩	٦	٧٦٣٦	٨٨٥٢	٦
٧٦٣٧	٨٢٩٢	٥	٧٦١٢	٨٧١٧	٦	٧٦٨٧	٨٥٧٦	٦	٧٦٦٢	٨٢٩٤	٥	٧٦٣٧	٨٨٥٧	٥
٧٦٣٨	٨٢٩٨	٦	٧٦١٣	٨٧٢٢	٥	٧٦٨٨	٨٥٨١	٥	٧٦٦٣	٨٢٩٠	٦	٧٦٣٨	٨٨٦٣	٦
٧٦٣٩	٨٣٠٤	٦	٧٦١٤	٨٧٢٨	٦	٧٦٨٩	٨٥٨٧	٦	٧٦٦٤	٨٢٩٦	٦	٧٦٣٩	٨٨٦٨	٥
٧٦٤٠	٨٣٠٩	٥	٧٦١٥	٨٧٣٤	٦	٧٦٩٠	٨٥٩٣	٦	٧٦٦٥	٨٢٩٢	٥	٧٦٤٠	٨٨٧٤	٦
٧٦٤١	٨٣١٥	٦	٧٦١٦	٨٧٣٩	٥	٧٦٩١	٨٥٩٨	٥	٧٦٦٦	٨٢٩٧	٦	٧٦٤١	٨٨٨٠	٦
٧٦٤٢	٨٣٢١	٦	٧٦١٧	٨٧٤٥	٦	٧٦٩٢	٨٦٠٤	٦	٧٦٦٧	٨٢٩٣	٥	٧٦٤٢	٨٨٨٥	٥
٧٦٤٣	٨٣٢٦	٥	٧٦١٨	٨٧٥٠	٦	٧٦٩٣	٨٦١٠	٦	٧٦٦٨	٨٢٩٨	٦	٧٦٤٣	٨٨٩١	٦
٧٦٤٤	٨٣٣٢	٦	٧٦١٩	٨٧٥٦	٦	٧٦٩٤	٨٦١٥	٥	٧٦٦٩	٨٢٩٤	٦	٧٦٤٤	٨٨٩٧	٦
٧٦٤٥	٨٣٣٨	٦	٧٦٢٠	٨٧٦٢	٦	٧٦٩٥	٨٦٢١	٦	٧٦٧٠	٨٢٩٠	٥	٧٦٤٥	٨٩٠٣	٥
٧٦٤٦	٨٣٤٣	٥	٧٦٢١	٨٧٦٧	٥	٧٦٩٦	٨٦٢٧	٦	٧٦٧١	٨٢٩٥	٥	٧٦٤٦	٨٩٠٨	٦
٧٦٤٧	٨٣٤٩	٦	٧٦٢٢	٨٧٧٣	٦	٧٦٩٧	٨٦٣٣	٥	٧٦٧٢	٨٢٩١	٦	٧٦٤٧	٨٩١٣	٥
٧٦٤٨	٨٣٥٥	٦	٧٦٢٣	٨٧٧٩	٦	٧٦٩٨	٨٦٣٨	٦	٧٦٧٣	٨٢٩٧	٦	٧٦٤٨	٨٩١٩	٦
٧٦٤٩	٨٣٦٠	٥	٧٦٢٤	٨٧٨٤	٥	٧٦٩٩	٨٦٤٣	٥	٧٦٧٤	٨٣٠٣	٥	٧٦٤٩	٨٩٢٥	٥
٧٦٥٠	٨٣٦٦	٦	٧٦٢٥	٨٧٩٠	٦	٧٧٠٠	٨٦٤٩	٦	٧٦٧٥	٨٣٠٨	٦	٧٦٥٠	٨٩٣٠	٥

عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف
١٠٠١	٩٠٣١٤	٠	١٠٠٢	٩٠٣٢٠	٦	١٠٠٣	٩٠٣٢٥	٠	١٠٠٤	٩٠٣٣١	٦	١٠٠٥	٩٠٣٣٦	٠
١٠٠٦	٩٠٣٤٥	٦	١٠٠٧	٩٠٣٤٧	٠	١٠٠٨	٩٠٣٥٢	٠	١٠٠٩	٩٠٣٥٨	٦	١٠١٠	٩٠٣٦٣	٠
١٠١١	٩٠٣٦٩	٦	١٠١٢	٩٠٣٧٤	٠	١٠١٣	٩٠٣٨٠	٦	١٠١٤	٩٠٣٨٥	٠	١٠١٥	٩٠٣٩٠	٦
١٠١٦	٩٠٣٩٦	٠	١٠١٧	٩٠٤٠١	٦	١٠١٨	٩٠٤٠٧	٠	١٠١٩	٩٠٤١٢	٦	١٠٢٠	٩٠٤١٧	٠
١٠٢١	٩٠٤٣٣	٠	١٠٢٢	٩٠٤٣٨	٦	١٠٢٣	٩٠٤٤٣	٠	١٠٢٤	٩٠٤٤٨	٦	١٠٢٥	٩٠٤٥٣	٠
١٠٢٦	٩٠٤٥٨	٦	١٠٢٧	٩٠٤٦٣	٠	١٠٢٨	٩٠٤٦٨	٦	١٠٢٩	٩٠٤٧٣	٠	١٠٣٠	٩٠٤٧٨	٦
١٠٣١	٩٠٤٨٠	٠	١٠٣٢	٩٠٤٨٥	٦	١٠٣٣	٩٠٤٩٠	٠	١٠٣٤	٩٠٤٩٥	٦	١٠٣٥	٩٠٥٠٠	٠
١٠٣٦	٩٠٥٠٨	٦	١٠٣٧	٩٠٥١٣	٠	١٠٣٨	٩٠٥١٨	٦	١٠٣٩	٩٠٥٢٣	٠	١٠٤٠	٩٠٥٢٨	٦
١٠٤١	٩٠٥٥٠	٠	١٠٤٢	٩٠٥٥٥	٦	١٠٤٣	٩٠٥٦٠	٠	١٠٤٤	٩٠٥٦٥	٦	١٠٤٥	٩٠٥٧٠	٠
١٠٤٦	٩٠٥٨٠	٦	١٠٤٧	٩٠٥٨٥	٠	١٠٤٨	٩٠٥٩٠	٦	١٠٤٩	٩٠٥٩٥	٠	١٠٥٠	٩٠٦٠٠	٦
١٠٥١	٩٠٦١٤	٠	١٠٥٢	٩٠٦١٩	٦	١٠٥٣	٩٠٦٢٤	٠	١٠٥٤	٩٠٦٢٩	٦	١٠٥٥	٩٠٦٣٤	٠
١٠٥٦	٩٠٦٤٠	٦	١٠٥٧	٩٠٦٤٥	٠	١٠٥٨	٩٠٦٥٠	٦	١٠٥٩	٩٠٦٥٥	٠	١٠٦٠	٩٠٦٦٠	٦
١٠٦١	٩٠٦٧١	٠	١٠٦٢	٩٠٦٧٦	٦	١٠٦٣	٩٠٦٨١	٠	١٠٦٤	٩٠٦٨٦	٦	١٠٦٥	٩٠٦٩١	٠
١٠٦٦	٩٠٦٩٣	٦	١٠٦٧	٩٠٦٩٨	٠	١٠٦٨	٩٠٧٠٣	٦	١٠٦٩	٩٠٧٠٨	٠	١٠٧٠	٩٠٧١٣	٦
١٠٧١	٩٠٧٣٧	٠	١٠٧٢	٩٠٧٤٢	٦	١٠٧٣	٩٠٧٤٧	٠	١٠٧٤	٩٠٧٥٢	٦	١٠٧٥	٩٠٧٥٧	٠
١٠٧٦	٩٠٧٨٧	٦	١٠٧٧	٩٠٧٩٢	٠	١٠٧٨	٩٠٧٩٧	٦	١٠٧٩	٩٠٨٠٢	٠	١٠٨٠	٩٠٨٠٧	٦
١٠٨١	٩٠٨٢٧	٠	١٠٨٢	٩٠٨٣٢	٦	١٠٨٣	٩٠٨٣٧	٠	١٠٨٤	٩٠٨٤٢	٦	١٠٨٥	٩٠٨٤٧	٠
١٠٨٦	٩٠٨٧٧	٦	١٠٨٧	٩٠٨٨٢	٠	١٠٨٨	٩٠٨٨٧	٦	١٠٨٩	٩٠٨٩٢	٠	١٠٩٠	٩٠٨٩٧	٦
١٠٩١	٩٠٩٢٧	٠	١٠٩٢	٩٠٩٣٢	٦	١٠٩٣	٩٠٩٣٧	٠	١٠٩٤	٩٠٩٤٢	٦	١٠٩٥	٩٠٩٤٧	٠
١٠٩٦	٩٠٩٧٧	٦	١٠٩٧	٩٠٩٨٢	٠	١٠٩٨	٩٠٩٨٧	٦	١٠٩٩	٩٠٩٩٢	٠	١١٠٠	٩٠٩٩٧	٦
١١٠١	٩١٠٢٧	٠	١١٠٢	٩١٠٣٢	٦	١١٠٣	٩١٠٣٧	٠	١١٠٤	٩١٠٣٢	٦	١١٠٥	٩١٠٣٧	٠
١١٠٦	٩١٠٧٧	٦	١١٠٧	٩١٠٨٢	٠	١١٠٨	٩١٠٨٧	٦	١١٠٩	٩١٠٩٢	٠	١١١٠	٩١٠٩٧	٦
١١١١	٩١١٢٧	٠	١١١٢	٩١١٣٢	٦	١١١٣	٩١١٣٧	٠	١١١٤	٩١١٣٢	٦	١١١٥	٩١١٣٧	٠
١١١٦	٩١١٧٧	٦	١١١٧	٩١١٨٢	٠	١١١٨	٩١١٨٧	٦	١١١٩	٩١١٩٢	٠	١١٢٠	٩١١٩٧	٦
١١٢١	٩١٢٢٧	٠	١١٢٢	٩١٢٣٢	٦	١١٢٣	٩١٢٣٧	٠	١١٢٤	٩١٢٣٢	٦	١١٢٥	٩١٢٣٧	٠
١١٢٦	٩١٢٧٧	٦	١١٢٧	٩١٢٨٢	٠	١١٢٨	٩١٢٨٧	٦	١١٢٩	٩١٢٩٢	٠	١١٣٠	٩١٢٩٧	٦
١١٣١	٩١٣٢٧	٠	١١٣٢	٩١٣٣٢	٦	١١٣٣	٩١٣٣٧	٠	١١٣٤	٩١٣٣٢	٦	١١٣٥	٩١٣٣٧	٠
١١٣٦	٩١٣٧٧	٦	١١٣٧	٩١٣٨٢	٠	١١٣٨	٩١٣٨٧	٦	١١٣٩	٩١٣٩٢	٠	١١٤٠	٩١٣٩٧	٦
١١٤١	٩١٤٢٧	٠	١١٤٢	٩١٤٣٢	٦	١١٤٣	٩١٤٣٧	٠	١١٤٤	٩١٤٣٢	٦	١١٤٥	٩١٤٣٧	٠
١١٤٦	٩١٤٧٧	٦	١١٤٧	٩١٤٨٢	٠	١١٤٨	٩١٤٨٧	٦	١١٤٩	٩١٤٩٢	٠	١١٥٠	٩١٤٩٧	٦
١١٥١	٩١٥٢٧	٠	١١٥٢	٩١٥٣٢	٦	١١٥٣	٩١٥٣٧	٠	١١٥٤	٩١٥٣٢	٦	١١٥٥	٩١٥٣٧	٠
١١٥٦	٩١٥٧٧	٦	١١٥٧	٩١٥٨٢	٠	١١٥٨	٩١٥٨٧	٦	١١٥٩	٩١٥٩٢	٠	١١٦٠	٩١٥٩٧	٦
١١٦١	٩١٦٢٧	٠	١١٦٢	٩١٦٣٢	٦	١١٦٣	٩١٦٣٧	٠	١١٦٤	٩١٦٣٢	٦	١١٦٥	٩١٦٣٧	٠
١١٦٦	٩١٦٧٧	٦	١١٦٧	٩١٦٨٢	٠	١١٦٨	٩١٦٨٧	٦	١١٦٩	٩١٦٩٢	٠	١١٧٠	٩١٦٩٧	٦
١١٧١	٩١٧٢٧	٠	١١٧٢	٩١٧٣٢	٦	١١٧٣	٩١٧٣٧	٠	١١٧٤	٩١٧٣٢	٦	١١٧٥	٩١٧٣٧	٠
١١٧٦	٩١٧٧٧	٦	١١٧٧	٩١٧٨٢	٠	١١٧٨	٩١٧٨٧	٦	١١٧٩	٩١٧٩٢	٠	١١٨٠	٩١٧٩٧	٦
١١٨١	٩١٨٢٧	٠	١١٨٢	٩١٨٣٢	٦	١١٨٣	٩١٨٣٧	٠	١١٨٤	٩١٨٣٢	٦	١١٨٥	٩١٨٣٧	٠
١١٨٦	٩١٨٧٧	٦	١١٨٧	٩١٨٨٢	٠	١١٨٨	٩١٨٨٧	٦	١١٨٩	٩١٨٩٢	٠	١١٩٠	٩١٨٩٧	٦
١١٩١	٩١٩٢٧	٠	١١٩٢	٩١٩٣٢	٦	١١٩٣	٩١٩٣٧	٠	١١٩٤	٩١٩٣٢	٦	١١٩٥	٩١٩٣٧	٠
١١٩٦	٩١٩٧٧	٦	١١٩٧	٩١٩٨٢	٠	١١٩٨	٩١٩٨٧	٦	١١٩٩	٩١٩٩٢	٠	١٢٠٠	٩١٩٩٧	٦
١٢٠١	٩٢٠٢٧	٠	١٢٠٢	٩٢٠٣٢	٦	١٢٠٣	٩٢٠٣٧	٠	١٢٠٤	٩٢٠٣٢	٦	١٢٠٥	٩٢٠٣٧	٠
١٢٠٦	٩٢٠٧٧	٦	١٢٠٧	٩٢٠٨٢	٠	١٢٠٨	٩٢٠٨٧	٦	١٢٠٩	٩٢٠٩٢	٠	١٢١٠	٩٢٠٩٧	٦
١٢١١	٩٢١٢٧	٠	١٢١٢	٩٢١٣٢	٦	١٢١٣	٩٢١٣٧	٠	١٢١٤	٩٢١٣٢	٦	١٢١٥	٩٢١٣٧	٠
١٢١٦	٩٢١٧٧	٦	١٢١٧	٩٢١٨٢	٠	١٢١٨	٩٢١٨٧	٦	١٢١٩	٩٢١٩٢	٠	١٢٢٠	٩٢١٩٧	٦
١٢٢١	٩٢٢٢٧	٠	١٢٢٢	٩٢٢٣٢	٦	١٢٢٣	٩٢٢٣٧	٠	١٢٢٤	٩٢٢٣٢	٦	١٢٢٥	٩٢٢٣٧	٠
١٢٢٦	٩٢٢٧٧	٦	١٢٢٧	٩٢٢٨٢	٠	١٢٢٨	٩٢٢٨٧	٦	١٢٢٩	٩٢٢٩٢	٠	١٢٣٠	٩٢٢٩٧	٦
١٢٣١	٩٢٣٢٧	٠	١٢٣٢	٩٢٣٣٢	٦	١٢٣٣	٩٢٣٣٧	٠	١٢٣٤	٩٢٣٣٢	٦	١٢٣٥	٩٢٣٣٧	٠
١٢٣٦	٩٢٣٧٧	٦	١٢٣٧	٩٢٣٨٢	٠	١٢٣٨	٩٢٣٨٧	٦	١٢٣٩	٩٢٣٩٢	٠	١٢٤٠	٩٢٣٩٧	٦
١٢٤١	٩٢٤٢٧	٠	١٢٤٢	٩٢٤٣٢	٦	١٢٤٣	٩٢٤٣٧	٠	١٢٤٤	٩٢٤٣٢	٦	١٢٤٥	٩٢٤٣٧	٠
١٢٤٦	٩٢٤٧٧	٦	١٢٤٧	٩٢٤٨٢	٠	١٢٤٨	٩٢٤٨٧	٦	١٢٤٩	٩٢٤٩٢	٠	١٢٥٠	٩٢٤٩٧	٦
١٢٥١	٩٢٥٢٧	٠	١٢٥٢	٩٢٥٣٢	٦	١٢٥٣	٩٢٥٣٧	٠	١٢٥٤	٩٢٥٣٢	٦	١٢٥٥	٩٢٥٣٧	٠
١٢٥٦	٩٢٥٧٧	٦	١٢٥٧	٩٢٥٨٢	٠	١٢٥٨	٩٢٥٨٧	٦	١٢٥٩	٩٢٥٩٢	٠	١٢٦٠	٩٢٥٩٧	٦
١٢٦١	٩٢٦٢٧	٠	١٢٦٢	٩٢٦٣٢	٦	١٢٦٣	٩٢٦٣٧	٠	١٢٦٤	٩٢٦٣٢	٦	١٢٦٥	٩٢٦٣٧	٠
١٢٦٦	٩٢٦٧٧	٦	١٢٦٧	٩٢٦٨٢	٠	١٢٦٨	٩٢٦٨٧	٦	١٢٦٩	٩٢٦٩٢	٠	١٢٧٠	٩٢٦٩٧	٦
١٢٧١	٩٢٧٢٧	٠	١٢٧٢	٩٢٧٣٢	٦	١٢٧٣	٩٢٧٣٧	٠	١٢٧٤	٩٢٧٣٢	٦	١٢٧٥	٩٢٧٣٧	٠
١٢٧٦	٩٢٧٧٧	٦	١٢٧٧	٩٢٧٨٢	٠	١٢٧٨	٩٢٧٨٧	٦	١٢٧٩	٩٢٧٩٢	٠	١٢٨٠	٩٢٧٩٧	٦
١٢٨١	٩٢٨٢٧	٠	١٢٨٢	٩٢٨٣٢	٦	١٢٨٣	٩٢٨٣٧	٠	١٢٨٤	٩٢٨٣٢	٦	١٢٨٥	٩٢٨٣٧	٠
١٢٨٦	٩٢٨٧٧	٦	١٢٨٧	٩٢٨٨٢	٠	١٢٨٨	٩٢٨٨٧	٦	١٢٨٩	٩٢٨٩٢	٠	١٢٩٠	٩٢٨٩٧	٦
١٢٩١	٩٢٩٢٧	٠	١٢٩٢	٩٢٩٣٢	٦	١٢٩٣	٩٢٩٣٧	٠	١٢٩٤	٩٢٩٣٢	٦	١٢٩٥	٩٢٩٣٧	٠
١٢٩٦	٩٢٩٧٧	٦	١٢٩٧	٩٢٩٨٢	٠	١٢٩٨	٩٢٩٨٧	٦	١٢٩٩	٩٢٩٩٢	٠	١٣٠٠	٩٢٩٩٧	٦
١٣٠١	٩٣٠٢٧	٠	١٣٠٢	٩٣٠٣٢	٦	١٣٠٣	٩٣٠٣٧	٠	١٣٠٤	٩٣٠٣٢	٦	١٣٠٥	٩٣٠٣٧	٠
١٣٠٦	٩٣٠٧٧	٦	١٣٠٧	٩٣٠٨٢	٠	١٣٠٨	٩٣٠٨٧	٦	١٣٠٩	٩٣٠٩٢	٠	١٣١٠	٩٣٠٩٧	٦
١٣١١	٩٣١٢٧	٠	١٣١٢	٩٣١٣٢	٦	١٣١٣	٩٣١٣٧	٠	١٣١٤	٩٣١٣٢	٦	١٣١٥	٩٣١٣٧	٠
١٣١٦	٩٣١٧٧	٦	١٣١٧	٩٣١٨٢	٠	١٣١٨	٩٣١٨٧	٦	١٣١٩	٩٣١٩٢	٠	١٣٢٠	٩٣١٩٧	٦
١٣٢١	٩٣٢٢٧	٠	١٣٢٢	٩٣٢٣٢	٦	١٣٢٣	٩٣٢٣٧	٠	١٣٢٤	٩٣٢٣٢	٦	١٣٢٥	٩٣٢٣٧	٠
١٣٢٦	٩٣٢٧٧	٦	١٣٢٧	٩٣٢٨٢	٠	١٣٢٨	٩٣٢٨٧	٦	١٣٢٩	٩٣٢٩٢	٠	١٣٣٠	٩٣٢٩٧	٦
١٣٣١	٩٣٣٢٧	٠	١٣٣٢	٩٣٣٣٢	٦	١٣٣٣	٩٣٣٣٧	٠	١٣٣٤	٩٣٣٣٢	٦	١٣٣٥	٩٣٣٣٧	٠
١٣٣٦	٩٣٣٧٧	٦	١٣٣٧	٩٣٣٨٢	٠	١٣٣٨	٩٣٣							

عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف
٨٣٧٦	٩٢٣٠٣	٦	٨٤٠١	٩٢٦٩١	٠	٨٤٣٦	٩٢٥٦٢	٠	٨٤٦١	٩٢٤٣٣	٠	٨٤٩٦	٩٢٣٠٣	٦
٨٣٧٧	٩٢٣٠٩	٠	٨٤٠٢	٩٢٦٩٦	٠	٨٤٣٧	٩٢٥٦٧	٠	٨٤٦٢	٩٢٤٣٨	٠	٨٤٩٧	٩٢٣٠٩	٠
٨٣٧٨	٩٢٣١٤	٠	٨٤٠٣	٩٢٧٠١	٠	٨٤٣٨	٩٢٥٧٢	٠	٨٤٦٣	٩٢٤٤٣	٠	٨٤٩٨	٩٢٣١٤	٠
٨٣٧٩	٩٢٣١٩	٠	٨٤٠٤	٩٢٧٠٦	٠	٨٤٣٩	٩٢٥٧٧	٦	٨٤٦٤	٩٢٤٤٩	٦	٨٤٩٩	٩٢٣١٩	٠
٨٣٨٠	٩٢٣٢٤	٠	٨٤٠٥	٩٢٧١١	٠	٨٤٤٠	٩٢٥٨٢	٠	٨٤٦٥	٩٢٤٥٤	٠	٨٤٩٩	٩٢٣٢٤	٠
٨٣٨١	٩٢٣٣٠	٦	٨٤٠٦	٩٢٧١٦	٠	٨٤٤١	٩٢٥٨٧	٠	٨٤٦٦	٩٢٤٥٩	٠	٨٤٩٩	٩٢٣٣٠	٦
٨٣٨٢	٩٢٣٣٥	٠	٨٤٠٧	٩٢٧٢١	٦	٨٤٤٢	٩٢٥٩٢	٠	٨٤٦٧	٩٢٤٦٤	٠	٨٤٩٩	٩٢٣٣٥	٠
٨٣٨٣	٩٢٣٤٠	٠	٨٤٠٨	٩٢٧٢٦	٠	٨٤٤٣	٩٢٥٩٧	٠	٨٤٦٨	٩٢٤٦٩	٠	٨٤٩٩	٩٢٣٤٠	٠
٨٣٨٤	٩٢٣٤٥	٠	٨٤٠٩	٩٢٧٣١	٠	٨٤٤٤	٩٢٦٠٢	٠	٨٤٦٩	٩٢٤٧٤	٠	٨٤٩٩	٩٢٣٤٥	٠
٨٣٨٥	٩٢٣٥٠	٠	٨٤١٠	٩٢٧٣٦	٠	٨٤٤٥	٩٢٦٠٧	٦	٨٤٧٠	٩٢٤٧٩	٦	٨٤٩٩	٩٢٣٥٠	٠
٨٣٨٦	٩٢٣٥٥	٠	٨٤١١	٩٢٧٣١	٠	٨٤٤٦	٩٢٦١٢	٠	٨٤٧١	٩٢٤٨٤	٠	٨٤٩٩	٩٢٣٥٥	٠
٨٣٨٧	٩٢٣٦٠	٦	٨٤١٢	٩٢٧٣٦	٠	٨٤٤٧	٩٢٦١٧	٠	٨٤٧٢	٩٢٤٨٩	٠	٨٤٩٩	٩٢٣٦٠	٦
٨٣٨٨	٩٢٣٦٥	٠	٨٤١٣	٩٢٧٣١	٠	٨٤٤٨	٩٢٦٢٢	٠	٨٤٧٣	٩٢٤٩٤	٠	٨٤٩٩	٩٢٣٦٥	٠
٨٣٨٩	٩٢٣٧٠	٠	٨٤١٤	٩٢٧٣٦	٦	٨٤٤٩	٩٢٦٢٧	٠	٨٤٧٤	٩٢٤٩٩	٠	٨٤٩٩	٩٢٣٧٠	٠
٨٣٩٠	٩٢٣٧٥	٠	٨٤١٥	٩٢٧٣١	٠	٨٤٥٠	٩٢٦٣٢	٠	٨٤٧٥	٩٢٥٠٤	٠	٨٤٩٩	٩٢٣٧٥	٠
٨٣٩١	٩٢٣٨٠	٦	٨٤١٦	٩٢٧٣٦	٠	٨٤٥١	٩٢٦٣٧	٦	٨٤٧٦	٩٢٥٠٩	٦	٨٤٩٩	٩٢٣٨٠	٦
٨٣٩٢	٩٢٣٨٥	٠	٨٤١٧	٩٢٧٣١	٠	٨٤٥٢	٩٢٦٣٢	٠	٨٤٧٧	٩٢٥١٤	٠	٨٤٩٩	٩٢٣٨٥	٠
٨٣٩٣	٩٢٣٩٠	٠	٨٤١٨	٩٢٧٣٦	٠	٨٤٥٣	٩٢٦٣٧	٠	٨٤٧٨	٩٢٥١٩	٠	٨٤٩٩	٩٢٣٩٠	٠
٨٣٩٤	٩٢٣٩٥	٠	٨٤١٩	٩٢٧٣١	٠	٨٤٥٤	٩٢٦٣٢	٠	٨٤٧٩	٩٢٥٢٤	٠	٨٤٩٩	٩٢٣٩٥	٠
٨٣٩٥	٩٢٣٩٩	٠	٨٤٢٠	٩٢٧٣٦	٠	٨٤٥٥	٩٢٦٣٧	٠	٨٤٨٠	٩٢٥٢٩	٠	٨٤٩٩	٩٢٣٩٩	٠
٨٣٩٦	٩٢٤٠٤	٠	٨٤٢١	٩٢٧٣١	٠	٨٤٥٦	٩٢٦٣٢	٠	٨٤٨١	٩٢٥٣٤	٠	٨٤٩٩	٩٢٤٠٤	٠
٨٣٩٧	٩٢٤٠٩	٦	٨٤٢٢	٩٢٧٣٦	٦	٨٤٥٧	٩٢٦٣٧	٦	٨٤٨٢	٩٢٥٣٩	٦	٨٤٩٩	٩٢٤٠٩	٦
٨٣٩٨	٩٢٤١٤	٠	٨٤٢٣	٩٢٧٣١	٠	٨٤٥٨	٩٢٦٣٢	٠	٨٤٨٣	٩٢٥٤٤	٠	٨٤٩٩	٩٢٤١٤	٠
٨٣٩٩	٩٢٤١٩	٠	٨٤٢٤	٩٢٧٣٦	٠	٨٤٥٩	٩٢٦٣٧	٠	٨٤٨٤	٩٢٥٤٩	٠	٨٤٩٩	٩٢٤١٩	٠
٨٤٠٠	٩٢٤٢٤	٠	٨٤٢٥	٩٢٧٣١	٠	٨٤٦٠	٩٢٦٣٢	٠	٨٤٨٥	٩٢٥٥٤	٠	٨٤٩٩	٩٢٤٢٤	٠

عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف
٩٣٥٨١	٨٦٢٦	٥	٩٣٩٥٧	٨٧٠١	٥	٩٣٨٣٢	٨٦٧٦	٥	٩٣٧٠٧	٨٦٥١	٥	٩٣٥٨١	٨٦٢٦	٥
٩٣٥٨٦	٨٦٢٧	٥	٩٣٩٦٢	٨٧٠٢	٥	٩٣٨٣٧	٨٦٧٧	٥	٩٣٧١٢	٨٦٥٢	٥	٩٣٥٨٦	٨٦٢٧	٥
٩٣٥٩١	٨٦٢٨	٥	٩٣٩٦٧	٨٧٠٣	٥	٩٣٨٤٢	٨٦٧٨	٥	٩٣٧١٧	٨٦٥٣	٥	٩٣٥٩١	٨٦٢٨	٥
٩٣٥٩٦	٨٦٢٩	٥	٩٣٩٧٢	٨٧٠٤	٥	٩٣٨٤٧	٨٦٧٩	٥	٩٣٧٢٢	٨٦٥٤	٥	٩٣٥٩٦	٨٦٢٩	٥
٩٣٦٠١	٨٦٣٠	٥	٩٣٩٧٧	٨٧٠٥	٥	٩٣٨٥٢	٨٦٨٠	٥	٩٣٧٢٧	٨٦٥٥	٥	٩٣٦٠١	٨٦٣٠	٥
٩٣٦٠٦	٨٦٣١	٥	٩٣٩٨٢	٨٧٠٦	٥	٩٣٨٥٧	٨٦٨١	٥	٩٣٧٣٢	٨٦٥٦	٥	٩٣٦٠٦	٨٦٣١	٥
٩٣٦١١	٨٦٣٢	٥	٩٣٩٨٧	٨٧٠٧	٥	٩٣٨٦٢	٨٦٨٢	٥	٩٣٧٣٧	٨٦٥٧	٥	٩٣٦١١	٨٦٣٢	٥
٩٣٦١٦	٨٦٣٣	٥	٩٣٩٩٢	٨٧٠٨	٥	٩٣٨٦٧	٨٦٨٣	٥	٩٣٧٤٢	٨٦٥٨	٥	٩٣٦١٦	٨٦٣٣	٥
٩٣٦٢١	٨٦٣٤	٥	٩٣٩٩٧	٨٧٠٩	٥	٩٣٨٧٢	٨٦٨٤	٥	٩٣٧٤٧	٨٦٥٩	٥	٩٣٦٢١	٨٦٣٤	٥
٩٣٦٢٦	٨٦٣٥	٥	٩٤٠٠٢	٨٧١٠	٥	٩٣٨٧٧	٨٦٨٥	٥	٩٣٧٥٢	٨٦٦٠	٥	٩٣٦٢٦	٨٦٣٥	٥
٩٣٦٣١	٨٦٣٦	٥	٩٤٠٠٧	٨٧١١	٥	٩٣٨٨٢	٨٦٨٦	٥	٩٣٧٥٧	٨٦٦١	٥	٩٣٦٣١	٨٦٣٦	٥
٩٣٦٣٦	٨٦٣٧	٥	٩٤٠١٢	٨٧١٢	٥	٩٣٨٨٧	٨٦٨٧	٥	٩٣٧٦٢	٨٦٦٢	٥	٩٣٦٣٦	٨٦٣٧	٥
٩٣٦٤١	٨٦٣٨	٥	٩٤٠١٧	٨٧١٣	٥	٩٣٨٩٢	٨٦٨٨	٥	٩٣٧٦٧	٨٦٦٣	٥	٩٣٦٤١	٨٦٣٨	٥
٩٣٦٤٦	٨٦٣٩	٥	٩٤٠٢٢	٨٧١٤	٥	٩٣٨٩٧	٨٦٨٩	٥	٩٣٧٧٢	٨٦٦٤	٥	٩٣٦٤٦	٨٦٣٩	٥
٩٣٦٥١	٨٦٤٠	٥	٩٤٠٢٧	٨٧١٥	٥	٩٣٩٠٢	٨٦٩٠	٥	٩٣٧٧٧	٨٦٦٥	٥	٩٣٦٥١	٨٦٤٠	٥
٩٣٦٥٦	٨٦٤١	٥	٩٤٠٣٢	٨٧١٦	٥	٩٣٩٠٧	٨٦٩١	٥	٩٣٧٨٢	٨٦٦٦	٥	٩٣٦٥٦	٨٦٤١	٥
٩٣٦٦١	٨٦٤٢	٥	٩٤٠٣٧	٨٧١٧	٥	٩٣٩١٢	٨٦٩٢	٥	٩٣٧٨٧	٨٦٦٧	٥	٩٣٦٦١	٨٦٤٢	٥
٩٣٦٦٦	٨٦٤٣	٥	٩٤٠٤٢	٨٧١٨	٥	٩٣٩١٧	٨٦٩٣	٥	٩٣٧٩٢	٨٦٦٨	٥	٩٣٦٦٦	٨٦٤٣	٥
٩٣٦٧١	٨٦٤٤	٥	٩٤٠٤٧	٨٧١٩	٥	٩٣٩٢٢	٨٦٩٤	٥	٩٣٧٩٧	٨٦٦٩	٥	٩٣٦٧١	٨٦٤٤	٥
٩٣٦٧٦	٨٦٤٥	٥	٩٤٠٥٢	٨٧٢٠	٥	٩٣٩٢٧	٨٦٩٥	٥	٩٣٨٠٢	٨٦٧٠	٥	٩٣٦٧٦	٨٦٤٥	٥
٩٣٦٨٢	٨٦٤٦	٥	٩٤٠٥٧	٨٧٢١	٥	٩٣٩٣٢	٨٦٩٦	٥	٩٣٨٠٧	٨٦٧١	٥	٩٣٦٨٢	٨٦٤٦	٥
٩٣٦٨٧	٨٦٤٧	٥	٩٤٠٦٢	٨٧٢٢	٥	٩٣٩٣٧	٨٦٩٧	٥	٩٣٨١٢	٨٦٧٢	٥	٩٣٦٨٧	٨٦٤٧	٥
٩٣٦٩٢	٨٦٤٨	٥	٩٤٠٦٧	٨٧٢٣	٥	٩٣٩٤٢	٨٦٩٨	٥	٩٣٨١٧	٨٦٧٣	٥	٩٣٦٩٢	٨٦٤٨	٥
٩٣٦٩٧	٨٦٤٩	٥	٩٤٠٧٢	٨٧٢٤	٥	٩٣٩٤٧	٨٦٩٩	٥	٩٣٨٢٢	٨٦٧٤	٥	٩٣٦٩٧	٨٦٤٩	٥
٩٣٧٠٢	٨٦٥٠	٥	٩٤٠٧٧	٨٧٢٥	٥	٩٣٩٥٢	٨٧٠٠	٥	٩٣٨٢٧	٨٦٧٥	٥	٩٣٧٠٢	٨٦٥٠	٥

عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف
٩٠٩٠٩	٩١٠١	٤	٩٠٧٨٩	٩٠٧٦	٤	٩٠٦٧٠	٩٠٥١	٤	٩٠٥٥٠	٩٠٤٦	٤	٩٠٤٤٩	٩٠٠١	٤
٩٠٩١٤	٩١٠٢	٤	٩٠٧٩٤	٩٠٧٧	٤	٩٠٦٧٤	٩٠٥٢	٤	٩٠٥٥٤	٩٠٤٧	٤	٩٠٤٥٤	٩٠٠٢	٤
٩٠٩١٨	٩١٠٣	٤	٩٠٧٩٩	٩٠٧٨	٤	٩٠٦٧٩	٩٠٥٣	٤	٩٠٥٥٩	٩٠٤٨	٤	٩٠٤٥٩	٩٠٠٣	٤
٩٠٩٢٤	٩١٠٤	٤	٩٠٨٠٤	٩٠٧٩	٤	٩٠٦٨٤	٩٠٥٤	٤	٩٠٥٦٤	٩٠٤٩	٤	٩٠٤٦٤	٩٠٠٤	٤
٩٠٩٢٨	٩١٠٥	٤	٩٠٨٠٩	٩٠٨٠	٤	٩٠٦٨٩	٩٠٥٥	٤	٩٠٥٦٩	٩٠٥٠	٤	٩٠٤٦٩	٩٠٠٥	٤
٩٠٩٣٣	٩١٠٦	٤	٩٠٨١٣	٩٠٨١	٤	٩٠٦٩٤	٩٠٥٦	٤	٩٠٥٧٤	٩٠٥١	٤	٩٠٤٧٤	٩٠٠٦	٤
٩٠٩٣٨	٩١٠٧	٤	٩٠٨١٨	٩٠٨٢	٤	٩٠٦٩٨	٩٠٥٧	٤	٩٠٥٧٨	٩٠٥٢	٤	٩٠٤٧٨	٩٠٠٧	٤
٩٠٩٤٢	٩١٠٨	٤	٩٠٨٢٣	٩٠٨٣	٤	٩٠٧٠٣	٩٠٥٨	٤	٩٠٥٨٣	٩٠٥٣	٤	٩٠٤٨٣	٩٠٠٨	٤
٩٠٩٤٧	٩١٠٩	٤	٩٠٨٢٨	٩٠٨٤	٤	٩٠٧٠٨	٩٠٥٩	٤	٩٠٥٨٨	٩٠٥٤	٤	٩٠٤٨٨	٩٠٠٩	٤
٩٠٩٥٢	٩١١٠	٤	٩٠٨٣٢	٩٠٨٥	٤	٩٠٧١٢	٩٠٦٠	٤	٩٠٥٩٢	٩٠٥٥	٤	٩٠٤٩٢	٩٠١٠	٤
٩٠٩٥٧	٩١١١	٤	٩٠٨٣٧	٩٠٨٦	٤	٩٠٧١٨	٩٠٦١	٤	٩٠٥٩٨	٩٠٥٦	٤	٩٠٤٩٨	٩٠١١	٤
٩٠٩٦١	٩١١٢	٤	٩٠٨٤٢	٩٠٨٧	٤	٩٠٧٢٢	٩٠٦٢	٤	٩٠٦٠٢	٩٠٥٧	٤	٩٠٤٨٢	٩٠١٢	٤
٩٠٩٦٦	٩١١٣	٤	٩٠٨٤٧	٩٠٨٨	٤	٩٠٧٢٧	٩٠٦٣	٤	٩٠٦٠٧	٩٠٥٨	٤	٩٠٤٨٧	٩٠١٣	٤
٩٠٩٧١	٩١١٤	٤	٩٠٨٥٢	٩٠٨٩	٤	٩٠٧٣٢	٩٠٦٤	٤	٩٠٦١٢	٩٠٥٩	٤	٩٠٤٩٢	٩٠١٤	٤
٩٠٩٧٦	٩١١٥	٤	٩٠٨٥٧	٩٠٩٠	٤	٩٠٧٣٧	٩٠٦٥	٤	٩٠٦١٧	٩٠٦٠	٤	٩٠٤٩٧	٩٠١٥	٤
٩٠٩٨٠	٩١١٦	٤	٩٠٨٦١	٩٠٩١	٤	٩٠٧٤٢	٩٠٦٦	٤	٩٠٦٢٢	٩٠٦١	٤	٩٠٥٠٢	٩٠١٦	٤
٩٠٩٨٥	٩١١٧	٤	٩٠٨٦٦	٩٠٩٢	٤	٩٠٧٤٦	٩٠٦٧	٤	٩٠٦٢٦	٩٠٦٢	٤	٩٠٥٠٦	٩٠١٧	٤
٩٠٩٩٠	٩١١٨	٤	٩٠٨٧١	٩٠٩٣	٤	٩٠٧٥١	٩٠٦٨	٤	٩٠٦٣١	٩٠٦٣	٤	٩٠٥١١	٩٠١٨	٤
٩٠٩٩٥	٩١١٩	٤	٩٠٨٧٥	٩٠٩٤	٤	٩٠٧٥٦	٩٠٦٩	٤	٩٠٦٣٦	٩٠٦٤	٤	٩٠٥١٦	٩٠١٩	٤
٩٠٩٩٩	٩١٢٠	٤	٩٠٨٨٠	٩٠٩٥	٤	٩٠٧٦١	٩٠٧٠	٤	٩٠٦٤١	٩٠٦٥	٤	٩٠٥٢١	٩٠٢٠	٤
٩٦٠٠٤	٩١٢١	٤	٩٠٨٨٥	٩٠٩٦	٤	٩٠٧٦٦	٩٠٧١	٤	٩٠٦٤٦	٩٠٦٦	٤	٩٠٥٢٥	٩٠٢١	٤
٩٦٠٠٩	٩١٢٢	٤	٩٠٨٩٠	٩٠٩٧	٤	٩٠٧٧٠	٩٠٧٢	٤	٩٠٦٥٠	٩٠٦٧	٤	٩٠٥٣٠	٩٠٢٢	٤
٩٦٠١٤	٩١٢٣	٤	٩٠٨٩٥	٩٠٩٨	٤	٩٠٧٧٥	٩٠٧٣	٤	٩٠٦٥٥	٩٠٦٨	٤	٩٠٥٣٥	٩٠٢٣	٤
٩٦٠١٩	٩١٢٤	٤	٩٠٨٩٩	٩٠٩٩	٤	٩٠٧٨٠	٩٠٧٤	٤	٩٠٦٦٠	٩٠٦٩	٤	٩٠٥٤٠	٩٠٢٤	٤
٩٦٠٢٣	٩١٢٥	٤	٩٠٩٠٤	٩١٠٠	٤	٩٠٧٨٥	٩٠٧٥	٤	٩٠٦٦٥	٩٠٧٠	٤	٩٠٥٤٥	٩٠٢٥	٤

عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف
٩٦٠١	٩٢٢٦	٤	٩٦٣٨٤	٩٢٠١	٤	٩٦٣٦٥	٩١٧٦	٤	٩٦١٤٧	٩١٥١	٤	٩٦٠٢٨	٩١٢٦	٤
٩٦٠٦	٩٢٢٧	٤	٩٦٣٨٨	٩٢٠٢	٤	٩٦٣٧٠	٩١٧٧	٤	٩٦١٥٢	٩١٥٢	٤	٩٦٠٣٣	٩١٢٧	٤
٩٦٠١١	٩٢٢٨	٤	٩٦٣٩٣	٩٢٠٣	٤	٩٦٣٧٥	٩١٧٨	٤	٩٦١٥٦	٩١٥٣	٤	٩٦٠٣٨	٩١٢٨	٤
٩٦٠١٥	٩٢٢٩	٤	٩٦٣٩٨	٩٢٠٤	٤	٩٦٣٨٠	٩١٧٩	٤	٩٦١٦١	٩١٥٤	٤	٩٦٠٤٣	٩١٢٩	٤
٩٦٠٢٠	٩٢٣٠	٤	٩٦٤٠٣	٩٢٠٥	٤	٩٦٣٨٤	٩١٨٠	٤	٩٦١٦٦	٩١٥٥	٤	٩٦٠٤٧	٩١٣٠	٤
٩٦٠٢٥	٩٢٣١	٤	٩٦٤٠٧	٩٢٠٦	٤	٩٦٣٨٩	٩١٨١	٤	٩٦١٧١	٩١٥٦	٤	٩٦٠٥٢	٩١٣١	٤
٩٦٠٣٠	٩٢٣٢	٤	٩٦٤١٢	٩٢٠٧	٤	٩٦٣٩٤	٩١٨٢	٤	٩٦١٧٥	٩١٥٧	٤	٩٦٠٥٧	٩١٣٢	٤
٩٦٠٣٤	٩٢٣٣	٤	٩٦٤١٧	٩٢٠٨	٤	٩٦٣٩٨	٩١٨٣	٤	٩٦١٨٠	٩١٥٨	٤	٩٦٠٦١	٩١٣٣	٤
٩٦٠٣٩	٩٢٣٤	٤	٩٦٤٢١	٩٢٠٩	٤	٩٦٣٠٣	٩١٨٤	٤	٩٦١٨٥	٩١٥٩	٤	٩٦٠٦٦	٩١٣٤	٤
٩٦٠٤٤	٩٢٣٥	٤	٩٦٤٢٦	٩٢١٠	٤	٩٦٣٠٨	٩١٨٥	٤	٩٦١٩٠	٩١٦٠	٤	٩٦٠٧١	٩١٣٥	٤
٩٦٠٤٨	٩٢٣٦	٤	٩٦٤٣١	٩٢١١	٤	٩٦٣١٣	٩١٨٦	٤	٩٦١٩٤	٩١٦١	٤	٩٦٠٧٦	٩١٣٦	٤
٩٦٠٥٣	٩٢٣٧	٤	٩٦٤٣٥	٩٢١٢	٤	٩٦٣١٧	٩١٨٧	٤	٩٦١٩٩	٩١٦٢	٤	٩٦٠٨٠	٩١٣٧	٤
٩٦٠٥٨	٩٢٣٨	٤	٩٦٤٤٠	٩٢١٣	٤	٩٦٣٢٢	٩١٨٨	٤	٩٦٢٠٤	٩١٦٣	٤	٩٦٠٨٥	٩١٣٨	٤
٩٦٠٦٢	٩٢٣٩	٤	٩٦٤٤٥	٩٢١٤	٤	٩٦٣٢٧	٩١٨٩	٤	٩٦٢٠٩	٩١٦٤	٤	٩٦٠٩٠	٩١٣٩	٤
٩٦٠٦٧	٩٢٤٠	٤	٩٦٤٥٠	٩٢١٥	٤	٩٦٣٣٢	٩١٩٠	٤	٩٦٢١٣	٩١٦٥	٤	٩٦٠٩٥	٩١٤٠	٤
٩٦٠٧٢	٩٢٤١	٤	٩٦٤٥٤	٩٢١٦	٤	٩٦٣٣٦	٩١٩١	٤	٩٦٢١٨	٩١٦٦	٤	٩٦٠٩٩	٩١٤١	٤
٩٦٠٧٧	٩٢٤٢	٤	٩٦٤٥٩	٩٢١٧	٤	٩٦٣٤١	٩١٩٢	٤	٩٦٢٢٣	٩١٦٧	٤	٩٦١٠٤	٩١٤٢	٤
٩٦٠٨١	٩٢٤٣	٤	٩٦٤٦٤	٩٢١٨	٤	٩٦٣٤٦	٩١٩٣	٤	٩٦٢٢٧	٩١٦٨	٤	٩٦١٠٩	٩١٤٣	٤
٩٦٠٨٦	٩٢٤٤	٤	٩٦٤٦٨	٩٢١٩	٤	٩٦٣٥٠	٩١٩٤	٤	٩٦٢٣٢	٩١٦٩	٤	٩٦١١٤	٩١٤٤	٤
٩٦٠٩١	٩٢٤٥	٤	٩٦٤٧٣	٩٢٢٠	٤	٩٦٣٥٥	٩١٩٥	٤	٩٦٢٣٧	٩١٧٠	٤	٩٦١١٨	٩١٤٥	٤
٩٦٠٩٥	٩٢٤٦	٤	٩٦٤٧٨	٩٢٢١	٤	٩٦٣٦٠	٩١٩٦	٤	٩٦٢٤٢	٩١٧١	٤	٩٦١٢٣	٩١٤٦	٤
٩٦٦٠٠	٩٢٤٧	٤	٩٦٤٨٣	٩٢٢٢	٤	٩٦٣٦٥	٩١٩٧	٤	٩٦٢٤٦	٩١٧٢	٤	٩٦١٢٨	٩١٤٧	٤
٩٦٦٠٥	٩٢٤٨	٤	٩٦٤٨٧	٩٢٢٣	٤	٩٦٣٦٩	٩١٩٨	٤	٩٦٢٥١	٩١٧٣	٤	٩٦١٣٣	٩١٤٨	٤
٩٦٦٠٩	٩٢٤٩	٤	٩٦٤٩٢	٩٢٢٤	٤	٩٦٣٧٤	٩١٩٩	٤	٩٦٢٥٦	٩١٧٤	٤	٩٦١٣٧	٩١٤٩	٤
٩٦٦١٤	٩٢٥٠	٤	٩٦٤٩٧	٩٢٢٥	٤	٩٦٣٧٩	٩٢٠٠	٤	٩٦٢٦١	٩١٧٥	٤	٩٦١٤٢	٩١٥٠	٤

عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف
٩٢٥١	٩٦٦١٩	٠	٩٢٥١	٩٦٩٧٠	٠	٩٢٥١	٩٦٧٣٦	٠	٩٢٥١	٩٦٨٥٣	٠	٩٢٥١	٩٦٨٥٣	٠
٩٢٥٢	٩٦٦٢٤	٠	٩٢٥٢	٩٦٩٧٤	٠	٩٢٥٢	٩٦٧٤١	٠	٩٢٥٢	٩٦٨٥٨	٠	٩٢٥٢	٩٦٨٥٨	٠
٩٢٥٣	٩٦٦٢٨	٠	٩٢٥٣	٩٦٩٧٩	٠	٩٢٥٣	٩٦٧٤٥	٠	٩٢٥٣	٩٦٨٦٢	٠	٩٢٥٣	٩٦٨٦٢	٠
٩٢٥٤	٩٦٦٣٣	٠	٩٢٥٤	٩٦٩٨٤	٠	٩٢٥٤	٩٦٧٥٠	٠	٩٢٥٤	٩٦٨٦٧	٠	٩٢٥٤	٩٦٨٦٧	٠
٩٢٥٥	٩٦٦٣٨	٠	٩٢٥٥	٩٦٩٨٨	٠	٩٢٥٥	٩٦٧٥٥	٠	٩٢٥٥	٩٦٨٧٢	٠	٩٢٥٥	٩٦٨٧٢	٠
٩٢٥٦	٩٦٦٤٢	٠	٩٢٥٦	٩٦٩٩٣	٠	٩٢٥٦	٩٦٧٥٩	٠	٩٢٥٦	٩٦٨٧٦	٠	٩٢٥٦	٩٦٨٧٦	٠
٩٢٥٧	٩٦٦٤٧	٠	٩٢٥٧	٩٦٩٩٧	٠	٩٢٥٧	٩٦٧٦٤	٠	٩٢٥٧	٩٦٨٨١	٠	٩٢٥٧	٩٦٨٨١	٠
٩٢٥٨	٩٦٦٥٢	٠	٩٢٥٨	٩٧٠٠٢	٠	٩٢٥٨	٩٦٧٦٩	٠	٩٢٥٨	٩٦٨٨٦	٠	٩٢٥٨	٩٦٨٨٦	٠
٩٢٥٩	٩٦٦٥٦	٠	٩٢٥٩	٩٧٠٠٧	٠	٩٢٥٩	٩٦٧٧٤	٠	٩٢٥٩	٩٦٨٩١	٠	٩٢٥٩	٩٦٨٩١	٠
٩٢٦٠	٩٦٦٦١	٠	٩٢٦٠	٩٧٠١١	٠	٩٢٦٠	٩٦٧٧٨	٠	٩٢٦٠	٩٦٨٩٥	٠	٩٢٦٠	٩٦٨٩٥	٠
٩٢٦١	٩٦٦٦٦	٠	٩٢٦١	٩٧٠١٦	٠	٩٢٦١	٩٦٧٨٣	٠	٩٢٦١	٩٦٩٠٠	٠	٩٢٦١	٩٦٩٠٠	٠
٩٢٦٢	٩٦٦٧٠	٠	٩٢٦٢	٩٧٠٢١	٠	٩٢٦٢	٩٦٧٨٨	٠	٩٢٦٢	٩٦٩٠٤	٠	٩٢٦٢	٩٦٩٠٤	٠
٩٢٦٣	٩٦٦٧٥	٠	٩٢٦٣	٩٧٠٢٥	٠	٩٢٦٣	٩٦٧٩٣	٠	٩٢٦٣	٩٦٩٠٩	٠	٩٢٦٣	٩٦٩٠٩	٠
٩٢٦٤	٩٦٦٨٠	٠	٩٢٦٤	٩٧٠٣٠	٠	٩٢٦٤	٩٦٧٩٦	٠	٩٢٦٤	٩٦٩١٤	٠	٩٢٦٤	٩٦٩١٤	٠
٩٢٦٥	٩٦٦٨٥	٠	٩٢٦٥	٩٧٠٣٥	٠	٩٢٦٥	٩٦٨٠٢	٠	٩٢٦٥	٩٦٩١٨	٠	٩٢٦٥	٩٦٩١٨	٠
٩٢٦٦	٩٦٦٨٩	٠	٩٢٦٦	٩٧٠٣٩	٠	٩٢٦٦	٩٦٨٠٦	٠	٩٢٦٦	٩٦٩٢٣	٠	٩٢٦٦	٩٦٩٢٣	٠
٩٢٦٧	٩٦٦٩٤	٠	٩٢٦٧	٩٧٠٤٤	٠	٩٢٦٧	٩٦٨١١	٠	٩٢٦٧	٩٦٩٢٨	٠	٩٢٦٧	٩٦٩٢٨	٠
٩٢٦٨	٩٦٦٩٩	٠	٩٢٦٨	٩٧٠٤٩	٠	٩٢٦٨	٩٦٨١٦	٠	٩٢٦٨	٩٦٩٣٢	٠	٩٢٦٨	٩٦٩٣٢	٠
٩٢٦٩	٩٦٧٠٣	٠	٩٢٦٩	٩٧٠٥٣	٠	٩٢٦٩	٩٦٨٢٠	٠	٩٢٦٩	٩٦٩٣٧	٠	٩٢٦٩	٩٦٩٣٧	٠
٩٢٧٠	٩٦٧٠٨	٠	٩٢٧٠	٩٧٠٥٨	٠	٩٢٧٠	٩٦٨٢٥	٠	٩٢٧٠	٩٦٩٤٢	٠	٩٢٧٠	٩٦٩٤٢	٠
٩٢٧١	٩٦٧١٣	٠	٩٢٧١	٩٧٠٦٣	٠	٩٢٧١	٩٦٨٣٠	٠	٩٢٧١	٩٦٩٤٦	٠	٩٢٧١	٩٦٩٤٦	٠
٩٢٧٢	٩٦٧١٧	٠	٩٢٧٢	٩٧٠٦٧	٠	٩٢٧٢	٩٦٨٣٤	٠	٩٢٧٢	٩٦٩٥١	٠	٩٢٧٢	٩٦٩٥١	٠
٩٢٧٣	٩٦٧٢٢	٠	٩٢٧٣	٩٧٠٧٢	٠	٩٢٧٣	٩٦٨٣٩	٠	٩٢٧٣	٩٦٩٥٦	٠	٩٢٧٣	٩٦٩٥٦	٠
٩٢٧٤	٩٦٧٢٧	٠	٩٢٧٤	٩٧٠٧٧	٠	٩٢٧٤	٩٦٨٤٤	٠	٩٢٧٤	٩٦٩٦٠	٠	٩٢٧٤	٩٦٩٦٠	٠
٩٢٧٥	٩٦٧٣١	٠	٩٢٧٥	٩٧٠٨١	٠	٩٢٧٥	٩٦٨٤٨	٠	٩٢٧٥	٩٦٩٦٥	٠	٩٢٧٥	٩٦٩٦٥	٠

عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف
٩٣٧٦	٩٧٢٠٢	٠	٩٤٠١	٩٧٣١٧	٤	٩٤٠٢	٩٧٣٢٢	٠	٩٤٠٣	٩٧٣٢٧	٤	٩٤٠٤	٩٧٣٣١	٠
٩٣٧٧	٩٧٢٠٦	٤	٩٤٠٥	٩٧٣٣٧	٤	٩٤٠٦	٩٧٣٤٠	٠	٩٤٠٧	٩٧٣٤٠	٤	٩٤٠٨	٩٧٣٥٠	٠
٩٣٧٨	٨٧٢١١	٠	٩٤٠٩	٩٧٣٥٠	٤	٩٤١٠	٩٧٣٥٩	٠	٩٤١١	٩٧٣٦٤	٤	٩٤١٢	٩٧٣٦٨	٠
٩٣٧٩	٩٧٢١٦	٠	٩٤١٣	٩٧٣٦٨	٤	٩٤١٤	٩٧٣٧٧	٠	٩٤١٥	٩٧٣٨٧	٤	٩٤١٦	٩٧٣٩١	٠
٩٣٨٠	٩٧٢٢٠	٤	٩٤١٧	٩٧٣٨٧	٤	٩٤١٨	٩٧٣٩٦	٠	٩٤١٩	٩٧٤٠٠	٤	٩٤٢٠	٩٧٤٠٠	٠
٩٣٨١	٩٧٢٢٥	٠	٩٤٢١	٩٧٤٠٠	٤	٩٤٢٢	٩٧٤١٠	٠	٩٤٢٣	٩٧٤١٠	٤	٩٤٢٤	٩٧٤١٤	٠
٩٣٨٢	٩٧٢٣٠	٠	٩٤٢٣	٩٧٤١٤	٤	٩٤٢٤	٩٧٤١٩	٠	٩٤٢٥	٩٧٤٢٨	٤	٩٤٢٦	٩٧٤٣٧	٠
٩٣٨٣	٩٧٢٣٤	٤	٩٤٢٥	٩٧٤٢٨	٤	٩٤٢٦	٩٧٤٣٧	٠	٩٤٢٧	٩٧٤٣٧	٤	٩٤٢٨	٩٧٤٣٧	٠
٩٣٨٤	٩٧٢٣٩	٠	٩٤٢٧	٩٧٤٣٧	٤	٩٤٢٨	٩٧٤٣٧	٠	٩٤٢٩	٩٧٤٣٧	٤	٩٤٣٠	٩٧٤٣٧	٠
٩٣٨٥	٩٧٢٤٣	٤	٩٤٢٩	٩٧٤٣٧	٤	٩٤٣٠	٩٧٤٣٧	٠	٩٤٣١	٩٧٤٣٧	٤	٩٤٣٢	٩٧٤٣٧	٠
٩٣٨٦	٩٧٢٤٨	٠	٩٤٣١	٩٧٤٣٧	٤	٩٤٣٢	٩٧٤٣٧	٠	٩٤٣٣	٩٧٤٣٧	٤	٩٤٣٤	٩٧٤٣٧	٠
٩٣٨٧	٩٧٢٥٣	٠	٩٤٣٣	٩٧٤٣٧	٤	٩٤٣٤	٩٧٤٣٧	٠	٩٤٣٥	٩٧٤٣٧	٤	٩٤٣٦	٩٧٤٣٧	٠
٩٣٨٨	٩٧٢٥٧	٤	٩٤٣٥	٩٧٤٣٧	٤	٩٤٣٦	٩٧٤٣٧	٠	٩٤٣٧	٩٧٤٣٧	٤	٩٤٣٨	٩٧٤٣٧	٠
٩٣٨٩	٩٧٢٦٢	٠	٩٤٣٧	٩٧٤٣٧	٤	٩٤٣٨	٩٧٤٣٧	٠	٩٤٣٩	٩٧٤٣٧	٤	٩٤٤٠	٩٧٤٣٧	٠
٩٣٩٠	٩٧٢٦٧	٠	٩٤٣٩	٩٧٤٣٧	٤	٩٤٤٠	٩٧٤٣٧	٠	٩٤٤١	٩٧٤٣٧	٤	٩٤٤٢	٩٧٤٣٧	٠
٩٣٩١	٩٧٢٧١	٤	٩٤٤١	٩٧٤٣٧	٤	٩٤٤٢	٩٧٤٣٧	٠	٩٤٤٣	٩٧٤٣٧	٤	٩٤٤٤	٩٧٤٣٧	٠
٩٣٩٢	٩٧٢٧٦	٠	٩٤٤٣	٩٧٤٣٧	٤	٩٤٤٤	٩٧٤٣٧	٠	٩٤٤٥	٩٧٤٣٧	٤	٩٤٤٦	٩٧٤٣٧	٠
٩٣٩٣	٩٧٢٨٠	٤	٩٤٤٥	٩٧٤٣٧	٤	٩٤٤٦	٩٧٤٣٧	٠	٩٤٤٧	٩٧٤٣٧	٤	٩٤٤٨	٩٧٤٣٧	٠
٩٣٩٤	٩٧٢٨٥	٠	٩٤٤٧	٩٧٤٣٧	٤	٩٤٤٨	٩٧٤٣٧	٠	٩٤٤٩	٩٧٤٣٧	٤	٩٤٥٠	٩٧٤٣٧	٠
٩٣٩٥	٩٧٢٩٠	٤	٩٤٤٩	٩٧٤٣٧	٤	٩٤٥٠	٩٧٤٣٧	٠	٩٤٥١	٩٧٤٣٧	٤	٩٤٥٢	٩٧٤٣٧	٠
٩٣٩٦	٩٧٢٩٤	٠	٩٤٥١	٩٧٤٣٧	٤	٩٤٥٢	٩٧٤٣٧	٠	٩٤٥٣	٩٧٤٣٧	٤	٩٤٥٤	٩٧٤٣٧	٠
٩٣٩٧	٩٧٢٩٩	٤	٩٤٥٣	٩٧٤٣٧	٤	٩٤٥٤	٩٧٤٣٧	٠	٩٤٥٥	٩٧٤٣٧	٤	٩٤٥٦	٩٧٤٣٧	٠
٩٣٩٨	٩٧٣٠٤	٠	٩٤٥٥	٩٧٤٣٧	٤	٩٤٥٦	٩٧٤٣٧	٠	٩٤٥٧	٩٧٤٣٧	٤	٩٤٥٨	٩٧٤٣٧	٠
٩٣٩٩	٩٧٣٠٨	٤	٩٤٥٧	٩٧٤٣٧	٤	٩٤٥٨	٩٧٤٣٧	٠	٩٤٥٩	٩٧٤٣٧	٤	٩٤٦٠	٩٧٤٣٧	٠
٩٤٠٠	٩٧٣١٣	٠	٩٤٦٠	٩٧٤٣٧	٤	٩٤٦١	٩٧٤٣٧	٠	٩٤٦٢	٩٧٤٣٧	٤	٩٤٦٣	٩٧٤٣٧	٠

[illegible]

عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف
٩٧٥١	٩٨٩٠٠	٠	٩٨٥١	٩٩٢٣٨	٠	٩٨٠١	٩٩١٢٧	٠	٩٧٧٦	٩٩٠١٦	٠	٩٧٥١	٩٨٩٠٠	٠
٩٧٥٢	٩٨٩٠٩	٠	٩٨٥٢	٩٩٢٤٢	٠	٩٨٠٢	٩٩١٣١	٠	٩٧٧٧	٩٩٠٢١	٠	٩٧٥٢	٩٨٩٠٩	٠
٩٧٥٣	٩٨٩١٤	٠	٩٨٥٣	٩٩٢٤٧	٠	٩٨٠٣	٩٩١٣٦	٠	٩٧٧٨	٩٩٠٢٥	٠	٩٧٥٣	٩٨٩١٤	٠
٩٧٥٤	٩٨٩١٨	٠	٩٨٥٤	٩٩٢٥١	٠	٩٨٠٤	٩٩١٤٠	٠	٩٧٧٩	٩٩٠٢٩	٠	٩٧٥٤	٩٨٩١٨	٠
٩٧٥٥	٩٨٩٢٣	٠	٩٨٥٥	٩٩٢٥٥	٠	٩٨٠٥	٩٩١٤٥	٠	٩٧٨٠	٩٩٠٣٤	٠	٩٧٥٥	٩٨٩٢٣	٠
٩٧٥٦	٩٨٩٢٧	٠	٩٨٥٦	٩٩٢٦٠	٠	٩٨٠٦	٩٩١٤٩	٠	٩٧٨١	٩٩٠٣٨	٠	٩٧٥٦	٩٨٩٢٧	٠
٩٧٥٧	٩٨٩٣٢	٠	٩٨٥٧	٩٩٢٦٤	٠	٩٨٠٧	٩٩١٤٩	٠	٩٧٨٢	٩٩٠٤٣	٠	٩٧٥٧	٩٨٩٣٢	٠
٩٧٥٨	٩٨٩٣٦	٠	٩٨٥٨	٩٩٢٦٩	٠	٩٨٠٨	٩٩١٥٨	٠	٩٧٨٣	٩٩٠٤٧	٠	٩٧٥٨	٩٨٩٣٦	٠
٩٧٥٩	٩٨٩٤١	٠	٩٨٥٩	٩٩٢٧٣	٠	٩٨٠٩	٩٩١٦٢	٠	٩٧٨٤	٩٩٠٥٢	٠	٩٧٥٩	٩٨٩٤١	٠
٩٧٦٠	٩٨٩٤٥	٠	٩٨٦٠	٩٩٢٧٧	٠	٩٨١٠	٩٩١٦٧	٠	٩٧٨٥	٩٩٠٥٦	٠	٩٧٦٠	٩٨٩٤٥	٠
٩٧٦١	٩٨٩٤٩	٠	٩٨٦١	٩٩٢٨٢	٠	٩٨١١	٩٩١٧١	٠	٩٧٨٦	٩٩٠٦١	٠	٩٧٦١	٩٨٩٤٩	٠
٩٧٦٢	٩٨٩٥٤	٠	٩٨٦٢	٩٩٢٨٦	٠	٩٨١٢	٩٩١٧٦	٠	٩٧٨٧	٩٩٠٦٥	٠	٩٧٦٢	٩٨٩٥٤	٠
٩٧٦٣	٩٨٩٥٨	٠	٩٨٦٣	٩٩٢٩١	٠	٩٨١٣	٩٩١٨٠	٠	٩٧٨٨	٩٩٠٦٩	٠	٩٧٦٣	٩٨٩٥٨	٠
٩٧٦٤	٩٨٩٦٣	٠	٩٨٦٤	٩٩٢٩٥	٠	٩٨١٤	٩٩١٨٥	٠	٩٧٨٩	٩٩٠٧٤	٠	٩٧٦٤	٩٨٩٦٣	٠
٩٧٦٥	٩٨٩٦٧	٠	٩٨٦٥	٩٩٣٠٠	٠	٩٨١٥	٩٩١٨٩	٠	٩٧٩٠	٩٩٠٧٨	٠	٩٧٦٥	٩٨٩٦٧	٠
٩٧٦٦	٩٨٩٧٢	٠	٩٨٦٦	٩٩٣٠٤	٠	٩٨١٦	٩٩١٩٣	٠	٩٧٩١	٩٩٠٨٣	٠	٩٧٦٦	٩٨٩٧٢	٠
٩٧٦٧	٩٨٩٧٦	٠	٩٨٦٧	٩٩٣٠٨	٠	٩٨١٧	٩٩١٩٨	٠	٩٧٩٢	٩٩٠٨٧	٠	٩٧٦٧	٩٨٩٧٦	٠
٩٧٦٨	٩٨٩٨١	٠	٩٨٦٨	٩٩٣١٣	٠	٩٨١٨	٩٩٢٠٢	٠	٩٧٩٣	٩٩٠٩٢	٠	٩٧٦٨	٩٨٩٨١	٠
٩٧٦٩	٩٨٩٨٥	٠	٩٨٦٩	٩٩٣١٧	٠	٩٨١٩	٩٩٢٠٧	٠	٩٧٩٤	٩٩٠٩٦	٠	٩٧٦٩	٩٨٩٨٥	٠
٩٧٧٠	٩٨٩٨٩	٠	٩٨٧٠	٩٩٣٢٢	٠	٩٨٢٠	٩٩٢١١	٠	٩٧٩٥	٩٩١٠٠	٠	٩٧٧٠	٩٨٩٨٩	٠
٩٧٧١	٩٨٩٩٤	٠	٩٨٧١	٩٩٣٢٦	٠	٩٨٢١	٩٩٢١٦	٠	٩٧٩٦	٩٩١٠٥	٠	٩٧٧١	٩٨٩٩٤	٠
٩٧٧٢	٩٨٩٩٨	٠	٩٨٧٢	٩٩٣٣٠	٠	٩٨٢٢	٩٩٢٢٠	٠	٩٧٩٧	٩٩١٠٩	٠	٩٧٧٢	٩٨٩٩٨	٠
٩٧٧٣	٩٩٠٠٣	٠	٩٨٧٣	٩٩٣٣٥	٠	٩٨٢٣	٩٩٢٢٤	٠	٩٧٩٨	٩٩١١٤	٠	٩٧٧٣	٩٩٠٠٣	٠
٩٧٧٤	٩٩٠٠٧	٠	٩٨٧٤	٩٩٣٣٩	٠	٩٨٢٤	٩٩٢٢٩	٠	٩٧٩٩	٩٩١١٨	٠	٩٧٧٤	٩٩٠٠٧	٠
٩٧٧٥	٩٩٠١٢	٠	٩٨٧٥	٩٩٣٤٤	٠	٩٨٢٥	٩٩٢٣٣	٠	٩٨٠٠	٩٩١٢٣	٠	٩٧٧٥	٩٩٠١٢	٠

عدد	لوحه	ف	عدد	لوحه	ف	عدد	لوحه	ف	عدد	لوحه	ف	عدد	لوحه	ف
0	99896	9977	0	99787	9901	£	99777	9957	£	99078	99.1	£	99808	9877
£	999.0	9977	£	99791	9905	0	99785	9957	£	99075	99.5	0	99873	9877
£	999.2	9978	£	99790	9905	£	99787	9958	0	99077	99.5	£	99877	9878
0	999.4	9979	0	998.0	9905	0	99791	9959	£	99081	99.5	£	99871	9879
£	99913	998.0	£	998.2	9900	£	99790	9959	£	99080	99.0	0	99877	988.0
£	99917	9981	£	998.8	9907	£	99799	9951	0	9909.0	99.7	£	9988.0	9881
0	99955	9985	0	99815	9907	0	997.5	9955	£	99095	99.7	£	99885	9885
£	99957	9985	£	99817	9908	£	997.8	9955	0	99099	99.8	0	99889	9885
£	99959	9985	0	99855	9909	£	99715	9955	£	997.3	99.9	£	99893	9885
0	99950	9980	£	99857	997.0	0	99717	9950	£	997.7	99.1	0	99898	9880
£	99959	9987	£	99850	9971	£	99751	9957	0	99715	99.11	£	9990.5	9887
0	99955	9987	0	99850	9975	0	99757	9957	£	99717	99.15	£	9990.7	9887
£	99958	9988	£	99859	9975	£	99759	9958	0	99751	99.15	0	999011	9888
£	99905	9989	£	99855	9975	£	99755	9959	£	99750	99.15	£	999010	9889
0	99907	999.0	0	99858	9970	0	99759	995.0	£	99759	99.10	0	99905.0	989.0
£	99971	9991	£	99805	9977	£	99755	9951	0	99755	99.17	£	999055	9891
£	99970	9995	£	99807	9977	£	99757	9955	£	99758	99.17	£	999058	9895
0	9997.0	9995	0	99871	9978	0	99705	9955	£	99755	99.18	0	999053	9895
£	99975	9995	£	99870	9979	£	99707	9955	0	99757	99.19	£	999057	9895
£	99978	9990	0	9987.0	997.0	£	9977.0	9950	£	99701	995.0	0	999055	9890
0	99983	9997	£	99875	9971	0	99770	9957	0	99707	9951	£	999057	9897
£	99987	9997	£	99878	9975	£	99779	9957	£	9977.0	9955	£	99900.0	9897
£	99991	9998	0	99883	9975	0	99775	9958	£	99775	9955	0	999000	9898
0	99997	9999	£	99887	9975	£	99778	9959	0	99779	9955	£	999009	9899
£	1.....	£	99891	9970	£	99785	990.0	£	99775	9950	0	999075	99.0

والى هنا تم تعريب كتاب كشف النقاب * عن علم الحساب * وكان افراغه
 فى هذا القالب المستعذب * وترتيبه على هذا الاسلوب المحرر المذهب *
 بعرفة أقر عباد الله * واحوجهم الى عفو مولاه * المستنصر بربه القوى *
 محمد قطب العدوى * مع الشاب الحبيب * والبارع الاريب * من حصل
 فى تجارة هذا الفن أربع تجارة * بجناب السيد أنشدى عمارة * فهو الذى
 قابله معى على أصله * واستفرغ الوسع فى تحرير مصعبه وسمله * فجاء بحمد الله
 كتابا عظيما فى بابيه * نافع للطلابه * حريبا للانتظام فى سلك الكتب النافعة *
 جديرا بالظهور فى دولة الخديوى الساطعة * لازالت وارفة الظلال * وافرة
 السعود والاقبال * ناضرة على الرعية ألوية العدل والامان * بجناه سيد ولد
 عدنان * عليه من ربه أفضل الصلاة والسلام * وعلى آله وأصحابه الكرام *
 ونسأله بجواهرهم حسن الختام * ودخول دار السلام بسلام

بعد حمد الله على آله والصلاة والسلام على خاتم أنبيائه يقول المتوسل الى
 الله بالنبي المختار ابراهيم المدسوق الملقب بعبد الفقار معصم دار الطباعة
 اعانه الله على مشاق هذه الصناعة

تم بعون الملك الوهاب طبع كشف النقاب طبعة ثالثة مستدركة ما فرط فيه
 من حادثة بالمطبعة العامرة الزاهية الزاهرة المتوفرة دواخى مجدها
 المشرفة كواكب سعدا فى ظل من تعطرت بثنائه الافواه وبلغ من كل
 وصف جميل منتهاه سيد دولة الانام بهجة الليالى والايام من سلك برعاياه
 أحسن مسلك واعترف له بجميل السيرة كل ملك بدر الصدارة قطب
 دائرة الامارة حامى سمى الاقطار النبيلة بعظم صولته وماسى ظلم الظلم
 الديبوجية بعذله وسطوته المحب الى رعاياه المسبيل عليهم غيث انعامه
 وعطاياه الراقى بهم همه الى كل مقام معتلى عزيز مصر الخديو اسمعيل
 ابراهيم بن محمد على ادام الله ايام عدله العمرية ولا برحت ظلمات الظلم عموة
 بسما صورته القمرية ولافتت مصر مؤيدة العزائم مشيدة الدعائم برعاية
 انجباله الكرام وأشجباله الفخام خصوصا الوزير الشهير النيل الاصمى

ذا الجهد الاثيل والشرف الجليل رب المعارف الكثيرة والعوارف الغزيرة
 من هو باحسن الثناء حقيق سعادة محمد باشا توفيق اكبر انجال الحضرة
 الخديوية وولى عهد الحكومة المصرية لازالت الايام مضية بشمس علاه
 والليالى منيرة بيد رحلاه وكان تمام طبعه وتمثيله وكال تصويره وتشكيله
 مشمول ابادار متميز المكانة رب العفة والصيانة مدير المطبعة والكاغذخانه
 من خاطبته المعالي بايالذاعنى سعادة حسين بك حسنى وتظارة وكيله السالك
 جادة سيله من لم تزل عليه احسن اخلاقه ثنى حضرة محمد افندى حسنى
 . وملاحظة من هو فى ملاحظته مفرد حضرة ابي العينين افندى احمد

فى أوائل أول الربيعين المشرف بولادة سيد الكونين من

سنة تسع وثمانين ومائتين وألف من هجرة من خلقه

الله على أكمل وصف صلى الله وسلم عليه وعلى آله

وكل منتسب اليه فالأح في الخافقين

بدر غمام وطلعت الشمس على

الرواى والآكام

آمين

